

DANIEL VLĂDUCU
MÁRTA KÁSA

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

pentru clasele V-VIII

Ediția a III-a

Editura Paralela 45

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

VLĂDUCU, DANIEL

Memorator de matematică pentru clasele V-VIII /

Daniel Vlăducu, Márta Kása. - Ed. a 3-a. - Pitești : Paralela 45, 2019
 ISBN 978-973-47-2895-4

I. Kása, Márta

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2019

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate, iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală

Cuprins

ALGEBRĂ

MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE (N)	5
• Operații cu numere naturale	5
MULȚIMI	7
• Relații între elemente și mulțimi	7
• Relații între mulțimi	8
• Operații cu mulțimi	8
DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	8
NUMERE RAȚIONALE	11
• Frația	11
• Operații cu fracții	13
• Frații zecimale	17
NUMERE IRAȚIONALE	17
• Operații cu radicali	18
MULȚIMEA NUMERELOR REALE (R)	18
• Mulțimi de numere, notații	18
ECUAȚII, INECUAȚII	19
• Ecuația de gradul I cu o necunoscută	19
• Inecuația de gradul I cu o necunoscută	19
• Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute	20
• Ecuația de gradul al II-lea cu o necunoscută	20
UNITĂȚI DE MĂSURĂ	21
RAPOARTE ȘI PROPORȚII	22
• Raport	22
• Proporție	22
MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI (Z)	24
• Opusul unui număr întreg	24
• Modulul sau valoarea absolută	24
• Operații cu numere întregi	24
MEDII	26
CALCUL ALGEBRIC	27
• Monom (număr real reprezentat prin litere)	27
FUNCTII	29

• Punctul	31
• Dreapta	31
• Puncte coliniare	31
• Segmentul de dreaptă	31
• Semidreapta	32
• Planul	32
• Spațiul geometric	32
UNGHIIUL	32
• Perpendiculare și oblice	35
PROIECȚII ORTOGONALE	35
TRIUNHIUL	36
• Linii importante într-un triunghi	37
• Clasificarea triunghiurilor după măsura unghiurilor	38
• Clasificarea triunghiurilor după lungimile laturilor	39
• Congruența și asemănarea triunghiurilor oarecare	40
• Relații metrice în triunghi	41
PATROLATERE	45
CERCUL	48
POLIGOANE	51
PUNCTE, DREPTE, PLANE	52
POLIEDRE	58
• Prisma	58
• Paralelipipedul	58
• Cubul	59
• Tetraedrul	59
• Piramida	60
• Trunchiul de piramidă	61
CORPURI ROTUNDE	62
• Cilindrul circular drept	62
• Conul circular drept	62
• Trunchiul de con circular drept	62
• Sfera	63



MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE (N)

• Cifre romane (scrierea nepozițională):

I – 1	V – 5
X – 10	L – 50
C – 100	D – 500
M – 1000	

• Cifre arabe (scrierea pozițională): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

• Numărul natural de două cifre $\overline{ab}$, unde $a \neq 0$, $\overline{ab} = 10a + b$.

• Număr natural de trei cifre $\overline{abc}$, unde $a \neq 0$, $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.

• Numere consecutive – numerele care au diferența egală cu 1.

• Număr par – numărul care dă restul 0 la împărțirea cu 2 ($2n$ – număr par).

• Număr impar – numărul care dă restul 1 la împărțirea cu 2 ($2n + 1$ – număr impar).

• Mulțimea $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ se numește mulțimea numerelor naturale.

Operații cu numere naturale

Adunarea

Oricare ar fi a, b , numere naturale, există c număr natural astfel încât: $a + b = c$, unde a, b – termeni; c – sumă.

Proprietăți:

1. Comutativitatea:

$a + b = b + a$, oricare ar fi a, b numere naturale

2. Asociativitatea:

$(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi a, b, c numere naturale

3. Numărul 0 este element neutru față de adunare:

$a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi a număr natural

Scăderea

Oricare ar fi a, b , numere naturale, $a \geq b$, există c număr natural astfel încât:

$$a - b = c, \text{ unde } a - \text{descăzut; } b - \text{scăzător; } c - \text{diferență.}$$

Înmulțirea

Oricare ar fi a, b , numere naturale, există c număr natural astfel încât: $a \cdot b = c$, unde a, b - factori; c - produs.

Proprietăți:

1. Comutativitatea:

$$a \cdot b = b \cdot a, \text{ oricare ar fi } a, b, \text{ numere naturale}$$

2. Asociativitatea:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \text{ oricare ar fi } a, b, c \text{ numere naturale}$$

3. Distributivitatea:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c; \quad a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \text{ oricare ar fi } a, b, c \text{ numere naturale}$$

4. Numărul 1 este element neutru față de înmulțire:

$$a \cdot 1 = a, \text{ oricare ar fi } a \text{ număr natural}$$

Împărțirea

Fiind date două numere naturale d și i , $i \neq 0$, se poate scrie:

$$d : i = c + r : i, \text{ unde } 0 \leq r < i$$

Ordinea efectuării operațiilor

Dacă nu sunt paranteze, se efectuează în următoarea ordine:

- înmulțirea și împărțirea (operații de ordinul al doilea);
- adunarea și scăderea (operații de ordinul întâi).

Dacă sunt paranteze, se efectuează calculele:

- din parantezele rotunde (mici);
- din parantezele drepte (mari);
- din acolade.

Teorema împărțirii cu rest

Oricare ar fi două numere naturale d și i , $i \neq 0$, există două numere naturale c și r , $0 \leq r < i$, astfel încât: $d = i \cdot c + r$.

Puterea unui număr natural

• Dacă a este un număr natural, atunci puterea a n -a a numărului natural a se notează cu a^n și este $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ori}}$, unde a este

baza puterii, iar n exponentul ei.

Reguli de calcul cu puteri

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

Prin definiție

$$a^0 = 1$$

$$1^n = 1$$

$$0^n = 0$$

• Numărul a^2 se numește *pătrat perfect*.

• Numărul a^3 se numește *cub perfect*.



MULȚIMI

Definiție: Prin mulțime înțelegem o colecție de obiecte distincte care au aceeași proprietate sau aceleași proprietăți.

Observație: Obiectele din care este formată mulțimea sau elementele mulțimii apar o singură dată, indiferent de ordinea în care sunt considerate.

Notății: $A, B, C, \dots, X, \{a, b, c\}, \{x | x > 0\}$.

Mulțimea vidă „ $\emptyset$ ” este mulțimea fără niciun element.

Numărul de elemente ale unei mulțimi A se numește **cardinalul mulțimii A** și se notează $\text{card } A$.

RELĂȚII ÎNTRE ELEMENTE ȘI MULȚIMI

Apartenența „ $\in$ ”

Dacă un element a se regăsește în mulțimea E , spunem că a aparține mulțimii E și notăm: $a \in E$. În caz contrar notăm $a \notin E$.

RELATII ÎNTRE MULȚIMI

Mulțimi egale „=”

Două mulțimi A și B sunt egale atunci când sunt formate din aceleași elemente: $A = B$.

Mulțimi incluse „⊂”

Mulțimea A este inclusă în mulțimea B atunci când orice element din A se află și în B : $A \subset B$.

OPERATII CU MULȚIMI

Reuniunea „∪”: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$ reprezintă o nouă mulțime care conține toate elementele mulțimilor A și B comune și necomune luate o singură dată.

Intersecția „∩”: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$ reprezintă o nouă mulțime care conține toate elementele comune mulțimilor A și B .

Mulțimi disjuncte

Două mulțimi A și B sunt disjuncte dacă nu au niciun element comun: $A \cap B = \emptyset$.

Diferența „−” sau „⊄”: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$ reprezintă o nouă mulțime formată din elementele lui A care nu sunt în B .



DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Definiție: Un număr natural a se divide cu un număr natural b dacă există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$. Spunem că „ a este divizibil cu b ” sau că „ b divide a ”.

În acest caz, a este un multiplu al lui b și b este un divizor al lui a .

Notații: $a : b$ (a este divizibil cu b) sau $b \mid a$ (b divide a).

Proprietăți:

1. Orice număr natural este divizibil cu 1 și cu numărul însuși, ce reprezintă divizorii improprii ai acelui număr.
2. Zero este divizibil cu orice număr natural: $a \mid 0$.

3. Dacă $b \mid a$ și $a \mid b$, atunci $a = b$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$.

4. Dacă $a \mid b$ și $b \mid c$, atunci $a \mid c$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{N}$.

5. Dacă $m \mid a$ și $m \mid b$, atunci $m \mid a + b$, oricare ar fi $m, a, b \in \mathbb{N}$.

6. Dacă $m \mid a$ și $m \mid b$, atunci $m \mid a - b$, oricare ar fi $m, a, b \in \mathbb{N}$; $a \geq b$.

7. Dacă $m \mid a$ și $m \mid b$, atunci $m \mid a \cdot b$, oricare ar fi $m, a, b \in \mathbb{N}$.

Mulțimea divizorilor

Notație: $D_a =$ mulțimea tuturor numerelor care îl divid pe a .

Exemplu: $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

Mulțimea divizorilor improprii ai lui 12 = $\{1, 12\}$.

Mulțimea divizorilor proprii ai lui 12 = $\{2, 3, 4, 6\}$.

Un număr natural, diferit de 1, ce are numai divizori improprii se numește număr prim.

Mulțimea multiplilor

Notație: $M_a =$ mulțimea tuturor multiplilor lui a .

Exemplu: $M_2 = \{0, 2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}$, $n \in \mathbb{N}$.

Criterii de divizibilitate

• Un număr este divizibil cu:

- ♦ 2, dacă cifra unităților este 0, 2, 4, 6, 8;
- ♦ 3, dacă suma cifrelor este divizibilă cu 3;
- ♦ 4, dacă ultimele două cifre formează (în ordinea în care sunt așezate) un număr divizibil cu 4 sau ambele sunt zerouri;
- ♦ 5, dacă ultima cifră a numărului este 0 sau 5;
- ♦ 6, dacă numărul este divizibil cu 2 și cu 3;
- ♦ 8, dacă ultimele trei cifre formează (în ordinea în care sunt așezate) un număr divizibil cu 8 sau toate sunt zerouri;
- ♦ 9, dacă suma cifrelor este divizibilă cu 9;
- ♦ 11 – se adună cifrele de ordin cu soț și separat cele de ordin fără soț. Dacă diferența acestor sume este 0, 11 sau un număr divizibil cu 11, atunci și numărul este divizibil cu 11;
- ♦ 25, dacă ultimele două cifre formează (în ordinea în care sunt așezate) un număr divizibil cu 25 sau ambele sunt zerouri;