DANIEL VLĂDUCU
MÁRTA KÁSA

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

pentru clasele V-VIII

Ediţia a III-a

Editura Paralela 45

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Editura Paralela 45

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
VLĂDUCU, DANIEL
Memorator de matematică pentru clasele V-VIII /
Daniel Vlăducu, Márta Kása. - Ed. a 3-a. - Piteşti : Paralela 45, 2019
ISBN 978-973-47-2895-4

I. Kása, Márta

51

Cuprins

ALGEBRĂ

GEOMETRIE

ALGEBRĂ

MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE (N)

- Cifre romane (scrierea nepoziţională):

I – 1	V – 5
X – 10	L – 50
C – 100	D – 500
M – 1000	

- Cifre arabe (scrierea poziţională): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Numărul natural de două cifre $\overline{ab}$, unde $a \neq 0$, $\overline{ab} = 10a + b$.
- Număr natural de trei cifre $\overline{abc}$, unde $a \neq 0$, $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.
- Numere consecutive – numerele care au diferenţa egală cu 1.
- Număr par – numărul care dă restul 0 la împărţirea cu 2 ($2n$ – număr par).
- Număr impar – numărul care dă restul 1 la împărţirea cu 2 ($2n + 1$ – număr impar).
- Mulţimea $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ se numeşte mulţimea numerelor naturale.

OPERAŢII CU NUMERE NATURALE

Adunarea

Oricare ar fi a, b, numere naturale, există c număr natural astfel încât: $a + b = c$, unde a, b – termeni; c – sumă.

Proprietăţi:

1. Comutativitatea:
   $a + b = b + a$, oricare ar fi a, b numere naturale
2. Asociativitatea:
   $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi a, b, c numere naturale
3. Numărul 0 este element neutru faţă de adunare:
   $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi a număr natural

Scăderea

Oricare ar fi a, b, numere naturale, $a \geq b$, există c număr natural astfel încât:

$a - b = c$, unde a – descăzut; b – scăzător; c – diferență.

Înmulțirea

Oricare ar fi a, b, numere naturale, există c număr natural astfel încât: $a \cdot b = c$, unde a, b – factori; c – produs.

Proprietăți:

1. Comutativitatea:

   $a \cdot b = b \cdot a$, oricare ar fi a, b, numere naturale
2. Asociativitatea:

   $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, oricare ar fi a, b, c numere naturale
3. Distributivitatea:

   $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$; $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, oricare ar fi a, b, c numere naturale
4. Numărul 1 este element neutru față de înmulțire:

   $a \cdot 1 = a$, oricare ar fi a număr natural

Împărțirea

Fiind date două numere naturale d și i, $i \neq 0$, se poate scrie:

$d : i = c + r : i$, unde $0 \leq r < i$

Ordinea efectuării operațiilor

Dacă nu sunt paranteze, se efectuează în următoarea ordine:

- înmulțirea și împărțirea (operații de ordinul al doilea);
- adunarea și scăderea (operații de ordinul întâi).

Dacă sunt paranteze, se efectuează calculele:

- din parantezele rotunde (mici);
- din parantezele drepte (mari);
- din acolade.

Teorema împărțirii cu rest

Oricare ar fi două numere naturale d și i, $i \neq 0$, există două numere naturale c și r, $0 \leq r < i$, astfel încât: $d = i \cdot c + r$.

Puterea unui număr natural

- Dacă a este un număr natural, atunci puterea a n-a a numărului natural a se notează cu a^n și este $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ ori}}$, unde a este baza puterii, iar n exponentul ei.

Reguli de calcul cu puteri

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$a^n : b^n = (a : b)^n$

Prin definiție

$a^0 = 1$

$1^n = 1$

$0^n = 0$

- Numărul a^2 se numește *pătrat perfect*.
- Numărul a^3 se numește *cub perfect*.

MULȚIMI

Definiție: Prin mulțime înțelegem o colecție de obiecte distincte care au aceeași proprietate sau aceleași proprietăți.

Observație: Obiectele din care este formată mulțimea sau elementele mulțimii apar o singură dată, indiferent de ordinea în care sunt considerate.

Notații: $A, B, C, \ldots X, \{a, b, c\}, \{x \mid x > 0\}$.

Mulțimea vidă „∅" este mulțimea fără niciun element.

Numărul de elemente ale unei mulțimi A se numește **cardinalul mulțimii A** și se notează card A.

RELAȚII ÎNTRE ELEMENTE ȘI MULȚIMI

Apartenența „∈"

Dacă un element a se regăsește în mulțimea E, spunem că a aparține mulțimii E și notăm: $a \in E$. În caz contrar notăm $a \notin E$.

Relații între mulțimi

Mulțimi egale „="
Două mulțimi A și B sunt egale atunci când sunt formate din aceleași elemente: $A = B$.
Mulțimi incluse „⊂"
Mulțimea A este inclusă în mulțimea B atunci când orice element din A se află și în B: $A \subset B$.

Operații cu mulțimi

Reuniunea „∪": $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$ reprezintă o nouă mulțime care conține toate elementele mulțimilor A și B comune și necomune luate o singură dată.
Intersecția „∩": $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$ reprezintă o nouă mulțime care conține toate elementele comune mulțimilor A și B.
Mulțimi disjuncte
Două mulțimi A și B sunt disjuncte dacă nu au niciun element comun: $A \cap B = \varnothing$.
Diferența „\" sau „–": $A - B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$ reprezintă o nouă mulțime formată din elementele lui A care nu sunt în B.

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Definiție: Un număr natural a se divide cu un număr natural b dacă există un număr natural c, astfel încât $a = b \cdot c$. Spunem că „a este divizibil cu b" sau că „b divide a".
În acest caz, a este un multiplu al lui b și b este un divizor al lui a.

Notații: $a \,\vdots\, b$ (a este divizibil cu b) sau $b \mid a$ (b divide a).

Proprietăți:
1. Orice număr natural este divizibil cu 1 și cu numărul însuși, ce reprezintă divizorii improprii ai acelui număr.
2. Zero este divizibil cu orice număr natural: $a \mid 0$.

3. Dacă $b \mid a$ și $a \mid b$, atunci $a = b$, oricare ar fi $a, b \in \mathbf{N}$.
4. Dacă $a \mid b$ și $b \mid c$, atunci $a \mid c$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbf{N}$.
5. Dacă $m \mid a$ și $m \mid b$, atunci $m \mid a + b$, oricare ar fi $m, a, b \in \mathbf{N}$.
6. Dacă $m \mid a$ și $m \mid b$, atunci $m \mid a - b$, oricare ar fi $m, a, b \in \mathbf{N}$; $a \geq b$.
7. Dacă $m \mid a$ și $m \mid b$, atunci $m \mid a \cdot b$, oricare ar fi $m, a, b \in \mathbf{N}$.

Mulțimea divizorilor
Notație: $D_a =$ mulțimea tuturor numerelor care îl divid pe a.
Exemplu: $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.
Mulțimea divizorilor improprii ai lui $12 = \{1, 12\}$.
Mulțimea divizorilor proprii ai lui $12 = \{2, 3, 4, 6\}$.
Un număr natural, diferit de 1, ce are numai divizori improprii se numește număr prim.

Mulțimea multiplilor
Notație: $M_a =$ mulțimea tuturor multiplilor lui a.
Exemplu: $M_2 = \{0, 2, 4, 6, \ldots, 2n, \ldots\}$, $n \in \mathbf{N}$.

Criterii de divizibilitate
- Un număr este divizibil cu:
  - 2, dacă cifra unităților este 0, 2, 4, 6, 8;
  - 3, dacă suma cifrelor este divizibilă cu 3;
  - 4, dacă ultimele două cifre formează (în ordinea în care sunt așezate) un număr divizibil cu 4 sau ambele sunt zerouri;
  - 5, dacă ultima cifră a numărului este 0 sau 5;
  - 6, dacă numărul este divizibil cu 2 și cu 3;
  - 8, dacă ultimele trei cifre formează (în ordinea în care sunt așezate) un număr divizibil cu 8 sau toate sunt zerouri;
  - 9, dacă suma cifrelor este divizibilă cu 9;
  - 11 – se adună cifrele de ordin cu soț și separat cele de ordin fără soț. Dacă diferența acestor sume este 0, 11 sau un număr divizibil cu 11, atunci și numărul este divizibil cu 11;
  - 25, dacă ultimele două cifre formează (în ordinea în care sunt așezate) un număr divizibil cu 25 sau ambele sunt zerouri;