Lucian Dragomir
Adriana Dragomir
Ovidiu Bădescu

# Simularea examenului de bacalaureat
# Matematică
# Clasa a XI-a, profil științele naturii

30 de teste, după modelul M.E.N.

Editura Paralela 45

# Cuprins

# Teste pregătitoare pentru simularea examenului de bacalaureat

## Testul 1

### Subiectul I

**1.** Determinaţi numerele întregi $a$ şi $b$, ştiind că numerele $a$, 5, $b$, 13, 17 sunt, în această ordine, în progresie aritmetică.

**2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{8-2x}=2$.

**3.** Determinaţi numărul real $t$, pentru care $2\cdot\log_2(1+t)=\log_2(3+t)$.

**4.** Stabiliţi care dintre numerele $a=C_7^2$ şi $b=C_6^3$ este mai mic.

**5.** Determinaţi numărul întreg $k$, ştiind că punctul $C(0,k)$ este egal depărtat de punctele $A(2,0)$ şi $B(4,2)$.

**6.** Pentru orice unghi cu măsura egală cu $x\in\mathbb{R}$ se notează $E(x)=\sin 3x+\cos 12x$. Arătaţi că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)$ este un număr întreg.

### Subiectul al II-lea

**1.** Se notează cu $D(x,y)$ determinantul matricei $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$, $x,y\in\mathbb{R}$.

a) Rezolvaţi ecuaţia $D(x,-1)=5$.

b) Determinaţi numerele reale $x$ şi $y$, pentru care $A(x,y)\cdot A(1,1)=A(1,3)$.

c) Arătaţi că $2\cdot D(x+1,x+2)\geq 1$, pentru orice număr real $x$.

**2.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ şi $B=\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

a) Determinaţi numerele reale $p$, $q$, ştiind că $A^3=p\cdot A^2+q\cdot A$.

b) Arătaţi că există o singură matrice $X\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$, pentru care $A\cdot X=B$.

c) Demonstraţi că nu există $k\in\mathbb{N}^*$, astfel încât $A^k=I_3$.

## Subiectul al III-lea

**1.** Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2}$.

a) Determinaţi numărul raţional $A=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x^2-4}$.

b) Determinaţi ecuaţiile asimptotelor la graficul funcţiei $f$.

c) Arătaţi că ecuaţia $x^3-2x^2+x=\dfrac{1}{9}$ are trei soluţii reale.

**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to(1,+\infty)$, $f(x)=3^x+2^x+1$.

a) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-3}{x}=\ln 6$.

b) Calculaţi $B=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x+1)}{f(x)}$.

c) Demonstraţi că funcţia considerată este bijectivă.

# Testul 2

## Subiectul I

**1.** Determinaţi al doilea termen al unei progresii geometrice $(b_n)_{n\ge 1}$, cu termeni strict pozitivi, ştiind că $b_1=3$ şi $b_3=27$.

**2.** Calculaţi $(f\circ f)(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$.

**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(x+1)=\log_2(x-1)$.

**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr de două cifre, acesta să fie divizibil cu 7.

**5.** Determinaţi numărul real $a$, pentru care vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ şi $\vec{v}=\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ sunt coliniari.

**6.** Rezolvaţi în mulţimea $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ ecuaţia $\dfrac{2\sin x+\cos x}{\cos x}=3$.

## Subiectul al II-lea

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} b & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde $a$ şi $b$ sunt numere reale.

a) Arătaţi că $\det A+\det B=\det(A+B)$, dacă şi numai dacă $b=-a$.

b) Arătaţi că $AB = BA$, dacă şi numai dacă $b = a$.

c) Determinaţi numărul real $a$, pentru care $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**2.** Se notează cu $D(x, y)$ determinantul matricei

$$A(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x+2 & y+2 \end{pmatrix}, x, y \in \mathbb{R}.$$

a) Arătaţi că numărul $D(2,-3)$ este întreg.

b) Determinaţi numărul întreg $k$, pentru care $D(2019, k) = 4$.

c) Demonstraţi că matricea $B = A^2(0,0)$ are liniile proporţionale.

### Subiectul al III-lea

**1.** Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2}$.

a) Determinaţi ecuaţiile asimptotelor la graficul funcţiei considerate.

b) Calculaţi $L = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 \cdot f(x) - 1}{x^2 - 1}$.

c) Determinaţi numărul întreg $n$, ştiind că $\lim\limits_{x \to \infty} \left( \dfrac{x \cdot f(x)}{2} \right)^{2x+1} = e^n$.

**2.** Se consideră funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - x^2, g(x) = \sin(x-1)$.

a) Arătaţi că numărul $A = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 - x^2}{f(x)}$ este întreg.

b) Calculaţi $B = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

c) Arătaţi că ecuaţia $1 + f(x) = g(x)$ are cel puţin o soluţie reală.

## Testul 3

### Subiectul I

**1.** Determinaţi suma primilor cinci termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, ştiind că $a_1 = 5$ şi $a_3 = 11$.

**2.** Calculaţi $(f \circ f)(1)$ pentru funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 3$.

**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x+3} = 2^{x+6}$.

**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr oarecare din mulţimea $\mathcal{A} = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, ..., \sqrt{90}\}$, acesta să fie raţional.

**5.** Determinaţi numărul real nenul $a$, pentru care vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + (a+2)\vec{j}$ şi $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-3)\vec{j}$ sunt perpendiculari.

**6.** Calculaţi lungimea catetei unui triunghi dreptunghic isoscel care are aria egală cu 18.

## Subiectul al II-lea

**1.** Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

a) Arătaţi că numărul $d = \det(AB)$ este pătratul unui număr natural.

b) Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $A \cdot X = B$.

c) Determinaţi numărul natural $n$, pentru care $\det(A^n) = 256$.

**2.** Se notează cu $D(m)$ determinantul matricei $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

a) Arătaţi că $D(-1)$ este pătratul unui număr natural.

b) Determinaţi numerele reale $m$, ştiind că $A(m) \cdot A(-m) = A(-2)$.

c) Determinaţi mulţimea $\mathcal{H} = \{m \in \mathbb{R} \mid D(m) \leq 0\}$.

## Subiectul al III-lea

**1.** Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^{2x} + \sin x - 1$.

a) Arătaţi că numărul $A = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x}$ este întreg.

b) Determinaţi numărul natural $B = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{e^{2x}}$.

c) Arătaţi că ecuaţia $f(x) = e^x$ are cel puţin o soluţie reală.

**2.** Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x-2}, & x \leq 1 \\ \dfrac{a-3}{x+1}, & x > 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Determinaţi numărul real $a$, ştiind că funcţia $f$ este continuă în punctul $x = 1$.

b) Calculaţi $L = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1+2\cdot f(x)}{x^2-9}$, ştiind că $a = 1$.

c) Dacă $a = 1$, demonstraţi că, pentru orice $m \in (-1, 0)$, există $u, t \in \mathbb{R}$, $u \neq t$, astfel încât $f(u) = f(t) = m$.

# Testul 4

## Subiectul I

**1.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4-x} = x+2$.

**2.** Calculaţi $A = x_1{}^2 + x_2{}^2$, ştiind că $x_1, x_2$ sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 4x + 1 = 0$.

**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor complexe ecuaţia $x^2 + 4x + 5 = 0$.

**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr oarecare de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.

**5.** Determinaţi numărul $n$ al soluţiilor din $[0, 2\pi)$ ale ecuaţiei $\dfrac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \dfrac{1}{2}$.

**6.** Determinaţi numărul natural $k$, pentru care distanţa dintre punctele $A(1, k)$ şi $B(k+1, -1)$ este egală cu 5.

## Subiectul al II-lea

**1.** Se consideră determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & x \\ x & 0 & 2 \end{vmatrix}$, unde $x$ este un număr real.

a) Arătaţi că $D(2)$ este un număr întreg.

b) Determinaţi mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid D(x) = 0\}$.

c) Demonstraţi că nu există numere întregi diferite $x$ şi $y$, pentru care $D(x) = D(y)$.

**2.** Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

a) Determinaţi numărul întreg $k$, pentru care $A^2 = k \cdot I_2$.

b) Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A \cdot X = B$.

c) Demonstraţi că nu există niciun număr natural nenul $n$, astfel încât $(B-A)^n = I_2$.

# Soluții

## Testul 1

**Subiectul I. 1.** $13=\frac{b+17}{2} \Rightarrow 26=b+17 \Rightarrow b=9$ şi, la fel, avem $5=\frac{a+b}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow 10=a+9$, deci $a=1$. **2.** $8-2x=4 \Rightarrow 4=2x \Rightarrow x=2$; verificare obligatorie! **3.** $1+t>0$, $3+t>0$ şi astfel avem: $t\in(-1,+\infty)\overset{not.}{=}D$; din $(1+t)^2=3+t$ deducem imediat: $t^2+t-2=0$, de unde $t_1=1\in D$, $t_2=-2\notin D$. **4.** $b=\frac{6\cdot5\cdot4}{1\cdot2\cdot3}=20<a=\frac{7\cdot6}{1\cdot2}=$ $=21$. **5.** $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{4+k^2}$ şi $BC=\sqrt{16+(k-2)^2}$; din $AC=$ $=BC$ se ajunge la $k=4$. **6.** $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{2}+\cos2\pi=1+1=2\in\mathbb{Z}$.

**Subiectul al II-lea. 1.** a) $D(x,-1)=\begin{vmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{vmatrix}=x^2+1$; ecuaţia este aşadar $x^2+1=5 \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2=4$, deci $x\in\{-2,\ 2\}$; b) $A(x,\ y)\cdot A(1,\ 1)=\begin{pmatrix}x & y\\ -y & x\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}x-y & x+y\\ -y-x & -y+x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x & y\\ -y & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -3 & 1\end{pmatrix}$; imediat se ajunge la $x=2$, $y=1$; c) $D(x+1,x+2)=(x+1)^2+(x+2)^2$ şi, astfel, inegalitatea propusă este echivalentă cu $2x^2+4x+2+2x^2+8x+8\geq1$ sau $(2x+3)^2\geq0$, evident adevărat pentru orice număr real $x$. **2.** a) Deoarece $\det A=3\neq0$, rezultă că matricea $A$ este inversabilă; înmulţind egalitatea dată cu inversa sa, obţinem $A^2=p\cdot A+q\cdot I_3$; cum $A^2=$ $=\begin{pmatrix}5 & 0 & -4\\ 0 & 1 & 0\\ -4 & 0 & 5\end{pmatrix}$ şi $p\cdot A+q\cdot I_3=\begin{pmatrix}2p+q & 0 & -p\\ 0 & p+q & 0\\ -p & 0 & 2p+q\end{pmatrix}$, ajungem la $2p+q=5$,

$p+q=1$, $p=4 \Rightarrow q=-3$; b) Considerăm $X=\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ şi, astfel, obţinem imediat: $2a-c=4$, $b=1$, $-a+2c=-2$, de unde $a=2$, $b=1$, $c=0$; evident, se putea mult mai rapid: $\det A=3\neq 0$, deci există o singură matrice, anume $X=A^{-1}\cdot B$; c) Presupunem că $A^k=I_3$ şi, astfel, $\det\left(A^k\right)=\det I_3$, de unde $(\det A)^k=1$ sau $3^k=1$, absurd pentru $k\in\mathbb{N}^*$.

**Subiectul al III-lea. 1.** a) $f(x)$ se scrie $f(x)=\dfrac{x^2(x-2)+x-2}{x^2}=\dfrac{(x^2+1)(x-2)}{x^2}\Rightarrow$ $\Rightarrow A=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+1}{x^2(x+2)}=\dfrac{5}{16}$; b) $f(0+0)=\left(\dfrac{-2}{^+0}\right)=-\infty$, aşadar $x=0$ este ecuaţia asimptotei verticale (la dreapta) la graficul funcţiei; $m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ şi $n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)=-2$, deci $y=x-2$ este ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei $f$; c) Considerăm funcţia continuă $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^3-2x^2+x-\dfrac{1}{9}$ şi, deoarece $g(0)=-\dfrac{1}{9}<0$, $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{72}>0$, $g(1)=-\dfrac{1}{9}<0$ şi $g(2)=\dfrac{17}{9}>0$, deducem că ecuaţia $g(x)=0$ are trei soluţii reale, anume $x_1\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$, $x_2\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$, $x_3\in(1,2)$.

**2.** a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-3}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x+2^x-2}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{3^x-1}{x}+\dfrac{2^x-1}{x}\right)=\ln 3+\ln 2=\ln 6$;

b) $B=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x+1)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3\cdot 3^x+2\cdot 2^x+1}{3^x+2^x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3^x\cdot\left(3+2\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^x+\dfrac{1}{3^x}\right)}{3^x\cdot\left(1+\left(\dfrac{2}{3}\right)^x+\dfrac{1}{3^x}\right)}=3$;

c) Funcţia este strict crescătoare pe întreg domeniul de definiţie, aşadar este injectivă; în plus, deoarece $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ şi $f$ este continuă, avem $\operatorname{Im} f=$ $=(1,+\infty)$, prin urmare funcţia este şi surjectivă, deci este bijectivă.

## Testul 2

**Subiectul I. 1.** Al doilea termen al progresiei este $b_2 = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9$. **2.** $(f \circ f)(0) = (f(f(0)) = f(2) = 4 - 6 + 2 = 0$. **3.** $x + 1 > 0$, $x - 1 > 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow x \in (1,+\infty) \overset{\text{not.}}{=} D$; ecuaţia se poate scrie $\frac{1}{2}\log_2(x+1) = \log_2(x-1)$, de unde avem $\log_2(x+1) = 2\log_2(x-1) = \log_2(x+1)^2$ şi, astfel, $x+1 = x^2 - 2x + 1$; se ajunge la $x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \notin D$, $x_2 = 3 \in D$. **4.** Există 90 de numere de două cifre; dintre acestea, cazurile favorabile sunt date de 14, 21, 28, ..., 98, adică 13 numere; probabilitatea cerută este $p = \frac{13}{90}$. **5.** $\frac{2}{1} = \frac{a+1}{a-1} \Rightarrow 2a - 2 = a + 1$ şi, astfel, $a = 3$. **6.** $2\sin x + \cos x = 3\cos x \Rightarrow \operatorname{tg} x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

**Subiectul al II-lea. 1.** a) $\det A + \det B = a + b$ şi $\det(A+B) = \begin{vmatrix} a+b & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2a + 2b$ şi, astfel, avem $a + b = 2a + 2b$, adică $b = -a$; b) $AB = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab & a+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $BA = \begin{pmatrix} ab & b+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, de unde $AB = BA$, dacă şi numai dacă $b = a$; c) $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 & a+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} a^3 & a^2+a+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi, astfel, obţinem $a^3 = 1$ şi $a^2 + a - 2 = 0$; imediat se ajunge la $a = 1$. **2.** a) $D(2,-3) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix} = -2 + 4 - 3 - 2 + 12 + 1 = 10$; b) $D(2019,k) = -2k + 4038 = 4$, de unde $k = 2017$; c) $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ şi concluzia este imediată.

**Subiectul al III-lea. 1.** a) $f(0-0) = \left(\frac{-1}{{}^{+}0}\right) = -\infty$, $f(0+0) = \left(\frac{-1}{{}^{+}0}\right) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, aşadar $x = 0$ este ecuaţia asimptotei verticale, iar $y = 0$ este ecuaţia asimptotei orizontale la graficul funcţiei considerate; b) $L = \lim\limits_{x\to1} \frac{2x-1-1}{x^2-1} =$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \dfrac{2}{2} = 1$; c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x\cdot f(x)}{2}\right)^{2x+1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{2x+1} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{-1}{2x}\right)^{2x+1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left[\left(1+\dfrac{-1}{2x}\right)^{-2x}\right]^{\frac{2x+1}{-2x}} = e^{-1} \Rightarrow n = -1$. **2.** a) $A =$

$= \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cancel{(1-x)}(1+x)}{x\cancel{(1-x)}} = 2\in\mathbb{Z}$; b) $B = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x(1-x)}{\sin(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-x(x-1)}{\sin(x-1)} = (-1)\cdot\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t}{\sin t} =$

$= -1$; c) Considerăm funcţia continuă $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $h(x)=g(x)-f(x)-1$, adică $h(x)=\sin(x-1)+x^2-x-1$; deoarece $h(1)=-1<0$ şi $h(2)=\sin 1+1>0$, deducem că există $c\in(1,2)$, astfel încât $h(c)=0$ sau $1+f(c)=g(c)$.

## Testul 3

**Subiectul I. 1.** $a_3 = 11 = a_1 + 2r \Rightarrow r = 3$ şi $a_5 = a_1 + 4r = 17$; deducem că $S_5 = \dfrac{(a_1+a_5)\cdot 5}{2} = \dfrac{22\cdot 5}{2} = 11\cdot 5 = 55$. **2.** $(f\circ f)(1) = f(f(1)) = f(0) = 3$. **3.** Ecuaţia se poate scrie $2^{2(x+3)} = 2^{x+6}$, de unde avem $2x + 6 = x + 6$ şi, astfel, $x = 0$. **4.** Din cele 90 de numere ale mulţimii, cele raţionale sunt $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, ..., $\sqrt{81}$, aşadar probabilitatea cerută este $p=\dfrac{9}{90}=\dfrac{1}{10}$. **5.** Vectorii sunt perpendiculari, dacă şi numai dacă $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$, adică $2\cdot 3 + (a + 2)(a - 3) = 0$; se obţine $a^2-a=a(a-1)=0$, deci $a \in \{0, 1\}$; cum $a \neq 0$, rezultă $a = 1$. **6.** Dacă $x$ este lungimea catetei triunghiului, atunci avem: $\mathcal{A} = \dfrac{x^2}{2} = 18$, deci $x^2 = 36$, $x > 0 \Rightarrow x = 6$.

**Subiectul al II-lea. 1.** a) $AB = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ şi, astfel, $d = \det(AB) = 0 - (-4) = 2^2$; b) Considerăm $X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ şi avem $A\cdot X=\begin{pmatrix} a+c & b+d \\ -a+c & -b+d \end{pmatrix}=B$, deci $\begin{cases} a+c=1 \\ -a+c=-1 \end{cases}$, $\begin{cases} b+d=3 \\ -b+d=-1 \end{cases}$. Imediat se obţine $X=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. *Observaţie:* Evident, se poate şi aşa: $\det A = 2 \neq 0$, aşadar matricea $A$ este inversabilă, deci $X=A^{-1}\cdot B$; c) $\det(A^n) = (\det(A))^n = 2^n = 256$, de unde $n = 8$. **2.** a) $D(-1) = -1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4 = 2^2$;