Ioan Codreanu
Simona Pop
Mihaela Cojocnean
Gyuszi Szép

ALGEBRĂ

clasa a VI-a

-excelență-

Biblioteca Olimpiadelor
de
Matematică

42

Editura GIL
Zalău

Cuprins

Capitolul 1

Mulțimi. Partiții ale unei mulțimi

Există două moduri de determinare a unei mulțimi:

a) enumerând elementele ;

b) specificând o proprietate pe care o au elementele sale și nu le au alte elemente.

Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu $\emptyset$.

O mulțime care are un număr finit de elemente se spune că este **finită**. În caz contrar, spunem că mulțimea este **infinită**.

Definiție. *Se spune că mulțimea A este* **egală** *cu mulțimea B dacă orice element al mulțimii A aparține mulțimii B și reciproc.*

Proprietățile relației de egalitate între mulțimi

1) Reflexivitatea: $A = A$ oricare ar fi mulțimea A.

2) Simetria: Dacă $A = B$ atunci și $B = A$ oricare ar fi mulțimile A și B.

3) Tranzitivitatea: Dacă $A = B$ și $B = C$, atunci $A = C$ oricare ar fi mulțimile A, B, C.

Definiție. *Mulțimea A este* **inclusă** *în mulțimea B dacă orice element al mulțimii A este și element al mulțimii B.*

Se notează $A \subset B$ sau $B \supset A$. Dacă A nu este inclusă în B se notează $A \not\subset B$.

Proprietățile relației de incluziune

1) Reflexivitatea: $A \subset A$ pentru orice mulțime A.

2) Antisimetria: $A \subset B$ și $B \subset A \Rightarrow A = B$ oricare ar fi mulțimile A și B.

3) Tranzitivitatea: $A \subset B$ și $B \subset C \Rightarrow A \subset C$ oricare ar fi mulțimile A, B, C.

4) Mulțimea vidă este inclusă în orice mulțime.

Operații cu mulțimi

Intersecția

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.

Reuniunea $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.

Diferența $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

Definiție. *Fie A și B două mulțimi. Mulțimea $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ și } b \in B\}$ se numește **produsul cartezian al mulțimilor** A **și** B.*

Proprietăți:

1) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.

2) $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(B \cap C) - \text{card}(C \cap A) + \text{card}(A \cap B \cap C)$.

3) $\text{card}(A \setminus B) = \text{card}(A) - \text{card}(A \cap B)$.

4) $\text{card}(A \times B) = \text{card}(A) \cdot \text{card}(B)$.

Definiție. *Fie mulțimea E și $A \subset E$. Mulțimea $C_E A = \{x \mid x \in E \text{ și } x \notin A\}$ se numește **complementara mulțimii** A **în raport cu mulțimea** E.*

Proprietăți:

1) $A \cup C_E A = E$.

2) $A \cap C_E A = \emptyset$.

3) $C_E(C_E A) = A$.

4) $C_E(A \cap B) = C_E A \cup C_E B$.

5) $C_E(A \cup B) = C_E A \cap C_E B$.

Definiție. *Fie A și B două mulțimi. Mulțimea $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ se numește **diferența simetrică a mulțimilor** A **și** B.*

Proprietăți:

1) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

2) $A \Delta A = \emptyset$.

Reuniunea, intersecția și diferența simetrică sunt comutative:

$$A \cup B = B \cup A,\ A \cap B = B \cap A,\ A \Delta B = B \Delta A.$$

Reuniunea, intersecția și diferența simetrică sunt asociative:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C),\ (A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C).$$

Intersecția este distributivă față de reuniune:
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
Reuniunea este distributivă față de intersecție:
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
Intersecția este distributivă față de diferența simetrică:
$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.

Probleme rezolvate

1. *Se consideră mulțimea* $A = \{x^3 + y^3 \mid x, y \in \mathbb{N}^*, x \neq y\}$.

a) *Verificați dacă* $28^{28} \in A$ *și* $1792^{1792} \in A$.

b) *Demonstrați că* A *conține o infinitate de elemente de forma* n^n, *unde* $n \in \mathbb{N}^*$.

Etapa locală, Argeș, 2019

Soluție. **a)** $28^{28} = 28 \cdot 28^{27} = (27+1) \cdot (28^9)^3 = (3 \cdot 28^9)^3 + (28^9)^3$, de unde rezultă că $28^{28} \in A$.

$1792^{1792} = 1792 \cdot 1792^{1791} = (12^3 + 4^3) \cdot (1792^{597})^3 = (12 \cdot 1792^{597})^3 + (4 \cdot 1792^{597})^3$, de unde rezultă că $1792^{1792} \in A$.

b) Alegând $n = (3k)^3 + 1$, unde $k \in \mathbb{N}$, avem că:

$$n^n = [(3k)^3 + 1]^{[(3k)^3+1]} = [(3k)^3 + 1] \cdot [(3k)^3 + 1]^{27k^3},$$

de unde obținem că $n^n = \{3k[(3k)^3 + 1]^{9k^3}\}^3 + \{[(3k)^3 + 1]^{9k^3}\}^3$.

Cum $k \in \mathbb{N}$ a fost ales arbitrar, deducem că există o infinitate de elemente de forma n^n în mulțimea A.

2. *Se consideră mulțimile* $M_1 = \{1\}$, $M_2 = \{1, 3\}$, $M_3 = \{1, 3, 6\}$, $M_4 = \{1, 3, 6, 10\}, \ldots$

a) *Arătați că există* k *și* p *numere naturale astfel încât* $2080 \in M_k \setminus M_p$.

b) *Există* t *număr natural astfel încât* $2005 \in M_t$?

c) *Determinați numărul elementelor din* M_{2005} *care se împart exact la* 5.

Daniela și Nicolae Stănică, Etapa locală, Brăila, 2019

Soluție. Observăm că $M_n = \left\{\frac{1 \cdot 2}{2}, \frac{2 \cdot 3}{2}, \ldots, \frac{n \cdot (n+1)}{2}\right\}$.

a) Avem că $M_{64} \setminus M_{63} = \left\{\frac{64 \cdot 65}{2}\right\}$. Cum $\frac{64 \cdot 65}{2} = 32 \cdot 65 = 2080$, deducem că $2080 \in M_{64} \setminus M_{63}$.

b) $\frac{62 \cdot 63}{2} = 1953$ și $\frac{63 \cdot 64}{2} = 2016$, iar $1953 < 2005 < 2016$. Prin urmare, nu există t număr natural astfel încât $2005 \in M_t$.

c) $M_{2005} = \left\{\frac{1 \cdot 2}{2}, \frac{2 \cdot 3}{2}, \ldots, \frac{2005 \cdot 2006}{2}\right\}$, iar numerele din mulțimea M_{2005} care se împart exact la 5 sunt de forma $\frac{(5k-1)5k}{2}$ sau $\frac{5k(5k+1)}{2}$, adică: $\frac{4 \cdot 5}{2}, \frac{5 \cdot 6}{2}, \frac{9 \cdot 10}{2}, \frac{10 \cdot 11}{2}, \ldots, \frac{2004 \cdot 2005}{2}, \frac{2005 \cdot 2006}{2}$. Prin urmare, mulțimea M_{2005} are 802 elemente care se împart exact la 5.

3. *Se consideră mulțimile* $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b,\ 0 \leq a < b \leq 5\}$ *și* $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 5 \circ 4 \circ 3 \circ 2 \circ 1,$ *unde* $\circ$ *înlocuiește unul dintre semnele* $+$ *sau* $-\}$.

a) *Aflați câte elemente are mulțimea* A.

b) *Determinați elementele mulțimii* $A \cap B$.

Etapa locală, Buzău, 2019

Soluție. a) Avem:

$$(a, b) \in \{(0, 1), (0, 2), \ldots, (0, 5), (1, 2), \ldots, (1, 5), \ldots, (4, 5)\}.$$

Atunci $A = \{1, 2, \ldots, 9\}$, ceea ce înseamnă că mulțimea A are 9 elemente.

b) Efectuând adunări și/sau scăderi între 5, 4, 3, 2, 1 vom obține un număr impar deci putem obține minim 1 și maxim $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$.

Pentru că mulțimea A conține elemente mai mici decât 10, mulțimea $A \cap B$ va conține doar numerele impare 1, 3, 5, 7, 9 (doar dacă aceste numere se pot scrie ca sume sau ca diferențe în B).

Avem $1 = 5 - 4 + 3 - 2 - 1$, $3 = 5 - 4 + 3 - 2 + 1$, $5 = 5 - 4 + 3 + 2 - 1$, $7 = 5 + 4 - 3 + 2 - 1$ și $9 = 5 + 4 + 3 - 2 - 1$.

În concluzie, $A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

4. *Fie mulțimea* $A = \{2k+1 \mid k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 168\}\}$.

a) Calculați suma elementelor mulțimii A.

b) Există 13 submulțimi ale mulțimii A, disjuncte două câte două, astfel încât fiecare submulțime să conțină 13 elemente și suma unor elemente din submulțime să fie egală cu suma celorlalte elemente din submulțime?

Soluție. a) Suma elementelor mulțimii A este:

$$S = 2(0+1+2+3+\dots+168)+169 = 169^2.$$

b) Presupunem că există o astfel de partiție a mulțimii A. Atunci suma elementelor din fiecare submulțime ar fi un număr par. De aici deducem că suma elementelor mulțimii A este un număr par, ceea ce contrazice faptul că $S = 169^2$ este număr impar. Prin urmare, nu există o astfel de partiție.

5. *Să se demonstreze că mulțimile* $A = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\}$ *și* $B = \{5n+2 \mid n \in \mathbb{N}\}$ *sunt disjuncte.*

Soluție. Dacă a este un element din mulțimea A, atunci ultima cifră a numărului a este $U(a) \in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$. Dacă b este un element din mulțimea B, atunci $U(b) \in \{2, 7\}$. Așadar, $A \cap B = \emptyset$, adică mulțimile A și B sunt disjuncte.

6. *Se consideră mulțimea* $A = \{7, 36, 65, 94, \dots, 2008\}$.

a) Aflați card(A).

b) Calculați suma elementelor mulțimii A.

Soluție. a) Avem $7 = 7 + 29 \cdot 0$, $36 = 7 + 29 \cdot 1$, $65 = 7 + 29 \cdot 2$, $\dots$, $2008 = 7 + 29 \cdot 69$. Atunci card(A) $= 70$.

b) Suma elementelor din A este:

$$S = 7 \cdot 70 + 29(1+2+3+\dots+69) = 70525.$$

7. *Fie mulțimea* $A = \{4x + 5y \mid x, y \in \mathbb{N}\}$.

a) Să se arate că $2008 \in A$.

b) Să se arate că $16n + 10m + 47 \in A$, *oricare ar fi* $m, n \in \mathbb{N}$.

Soluție. **a)** Avem că $2008 = 4 \cdot 2 + 5 \cdot 400$ și $2 \in \mathbb{N}$, $400 \in \mathbb{N}$. De aici rezultă că $2008 \in A$.

b) $16n + 10m + 47 = 4(4n + 3) + 5(2m + 7)$. Din $m, n \in \mathbb{N}$ deducem că $4n + 3, 2m + 7 \in \mathbb{N}$. Așadar, $16n + 10m + 47 \in A$, oricare ar fi $m, n \in \mathbb{N}$.

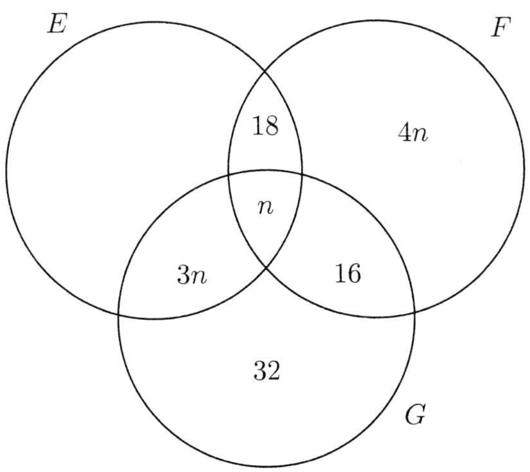
8. *Într-o școală sunt 824 elevi. Fiecare elev studiază cel puțin o limbă străină: engleză, franceză sau germană. Toți, în afară de 92 de elevi studiază engleza; 18 studiază și engleza și franceza, dar nu și germana; 16 studiază și germana și franceza, dar nu și engleza; 32 studiază numai germana. Numărul elevilor care studiază și engleza și germana, dar nu și franceza, este de trei ori mai mare decât numărul celor care studiază toate cele trei limbi. Numărul celor care studiază numai franceza este egal cu numărul celor care studiază engleza și germana.*

a) *Câți elevi studiază toate cele trei limbi? (realizați diagrama)*

b) *Câți elevi studiază numai limba engleză?*

Etapa locală, Covasna, 2019

Soluție. Notăm cu n numărul elevilor care studiază toate cele trei limbi străine. În diagrama de mai jos, notăm cu E, F și G mulțimile de elevi care învață engleza, franceza, respectiv germana.



Conform enunțului problemei, avem:

$$|(G \cap F) \setminus E| = 16, \ |(E \cap F) \setminus G| = 18, \ |G \setminus (E \cup F)| = 32,$$

$$|(E \cap G) \setminus F| = 3 \cdot |E \cap F \cap G|, |F \setminus (E \cup G)| = |E \cap G| = n + 3n = 4n.$$

a) Avem $|(F \cup G) \setminus E| = 92$. Atunci, conform diagramei, avem $48 + 4n = 92$, de unde obținem că $n = 11$.

b) $|E| = 824 - 92 - 18 - 3 \cdot 11 - 11 = 670$.

9. *Se dă mulțimea* $M = \{1, 6, 11, 16, 21, 26, \dots, 2001\}$ *și* S *o submulțime arbitrară a lui* M *astfel încât* S *are* 203 *elemente.*

a) Să se arate că suma elementelor lui S *nu este pătrat perfect.*

b) Să se arate că există în S *două elemente a căror sumă este egală cu* 2012.

Etapa locală, Hunedoara, 2019

Soluție. **a)** Elementele mulțimii M sunt de forma $5k + 1$, unde $k \in \{0, 1, 2, \dots, 400\}$.

Deoarece $S \subset M$, deducem că elementele din S sunt de forma $5k + 1$. Pe de altă parte, $|S| = 203$. Atunci suma celor 203 elemente din mulțimea S va fi de forma $5t + 203$. Cum $u(5t + 203) \in \{3, 8\}$, deducem că suma elementelor lui S nu este pătrat perfect.

b) Vom împărți mulțimea M în 202 submulțimi astfel: $M_1 = \{1\}$, $M_2 = \{6\}$, $M_3 = \{1006\}$, $M_4 = \{11, 2001\}$, $M_5 = \{16, 1996\}$, $\dots$, $M_{202} = \{1001, 1011\}$. Observăm că mulțimile $M_4, M_5, \dots, M_{202}$ sunt formate din câte două elemente a căror sumă este egală cu 2012.

Considerăm mulțimea S formată din 1, 6, 1006 și câte un element din submulțimile $M_4, M_5, \dots, M_{202}$. Astfel, în mulțimea S avem deocamdată 202 elemente. Cum $|S| = 203$, atunci vom fi nevoiți să mai punem un element în S, iar acest element trebuie să fie ales din una dintre submulțimile $M_4, M_5, \dots, M_{202}$. Acest lucru înseamnă că în S vor fi două elemente luate din una dintre submulțimile $M_4, M_5, \dots, M_{202}$, iar cele două elemente vor avea suma egală cu 2012.

10. *O mulțime* M *de numere întregi are proprietățile:*

(i) 1 *este element al lui* M*;*

(ii) dacă x *și* y *sunt elemente ale lui* M*, atunci* $2x + 3y$ *este element al lui* M*;*

(iii) dacă x, y sunt numere întregi și $4x - 3y$ este element al lui M, atunci $x \cdot y$ este element al lui M.

Arătați că mulțimea M conține numerele 2, 3, 4, 5 și 2019.

Etapa județeană, 2019

Soluție. $1 \in M \implies 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \in M$, adică $5 \in M$.

$5 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 \in M \implies 2 \cdot 1 \in M$, adică $2 \in M$.

$2 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 \in M \implies 2 \cdot 2 \in M$, adică $4 \in M$.

$4 = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 0 \in M \implies 1 \cdot 0 \in M$, adică $0 \in M$. De aici obținem că $3 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 \in M$.

Să arătăm acum că $2019 \in M$. Cum $2019 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 673$, este suficient să arătăm că $673 \in M$. Avem $673 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 223$, ceea ce înseamnă că trebuie să demonstrăm că $223 \in M$.

Pe de altă parte, $223 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 73$. Cum $73 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 23$, atunci este suficient să demonstrăm că $23 \in M$. Știm că $4 \in M$ și $5 \in M$. Atunci $2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \in M$, adică $23 \in M$.

11. *Spunem că o mulțime de numere A are proprietatea p dacă elementele sale pot fi împărțite în două grupe, fiecare cu cel puțin trei elemente, astfel încât, în fiecare grupă, un element este egal cu produsul celorlalte.*

a) *Știind că mulțimea $A = \{a, 4, 8, 27, 64, 81, 2187\}$ are proprietatea p, aflați numărul natural a.*

b) *Dacă o mulțime M are proprietatea p, arătați că produsul elementelor mulțimii M este pătrat perfect.*

Ovidiu Trofin, Etapa locală, Bacău, 2017

Soluție. a) Avem că $4 = 2^2, 8 = 2^3, 27 = 3^3, 64 = 2^6, 81 = 3^4$ și $2187 = 3^7$. Atunci în mulțimea A putem să împărțim elementele în două grupe: o grupă care să conțină puteri ale lui 2, a doua grupă să conțină puteri ale lui 3.

Observăm că $3^3 \cdot 3^4 = 3^7$, dar $2^2 \cdot 2^3 \neq 2^6$. Deducem astfel că a trebuie să fie o putere a lui 2. Putem să avem $a = 2$ sau $a = 2^{11}$.

b) Fie $M = \{a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_{m-1}, a_m\}$, cu $a_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{n-1}$ și $b_m = b_1 \cdot b_2 \cdot \ldots \cdot b_{m-1}$.

Mulțimea M are proprietatea p și avem:

$$(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{n-1} \cdot a_n) \cdot (b_1 \cdot b_2 \cdot \ldots \cdot b_{m-1} \cdot b_m) = a_n^2 \cdot b_m^2 = (a_n \cdot b_m)^2,$$

care este pătrat perfect.

12. *Se consideră mulțimea* $A = \{2^x \cdot 3^y \cdot 7^z \mid x, y, z \in \mathbb{N}\}$.

a) Arătați că $2016 \in A$.

b) Demonstrați că produsul oricăror două elemente din A aparține mulțimii A.

c) Dacă $B = \{2^x \cdot 3^y \mid x, y \in \{1, 2, 3\}\}$ *este o submulțime a mulțimii A, atunci demonstrați că cele 9 elemente distincte din B pot fi așezate într-o tablă pătrată* 3×3 *astfel încât produsul elementelor de pe fiecare linie (orizontală) și coloană (verticală) să fie același.*

Lucian Petrescu

Soluție. a) $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^1 \in A$.

b) Fie $a = 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z$, $b = 2^m \cdot 3^n \cdot 7^p \in A$, unde $x, y, z, m, n, p \in \mathbb{N}$. Deoarece $x+m, y+n, z+p \in \mathbb{N}$ și $a \cdot b = 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z \cdot 2^m \cdot 3^n \cdot 7^p = 2^{x+m} \cdot 3^{y+n} \cdot 7^{z+p}$, deducem că $a \cdot b \in A$.

c) Avem $B = \{2^1 \cdot 3^1, 2^1 \cdot 3^2, 2^1 \cdot 3^3, 2^2 \cdot 3^1, 2^2 \cdot 3^2, 2^2 \cdot 3^3, 2^3 \cdot 3^1, 2^3 \cdot 3^2, 2^3 \cdot 3^3\}$.

Produsul celor 9 elemente din mulțimea B este egal cu $2^{18} \cdot 3^{18}$. Atunci produsul elementelor de pe fiecare linie (coloană) a tablei va fi egal cu $2^6 \cdot 3^6$. O posibilă aranjare a elementelor în tabla 3×3 este:

$2^1 \cdot 3^3$	$2^2 \cdot 3^1$	$2^3 \cdot 3^2$
$2^2 \cdot 3^2$	$2^3 \cdot 3^3$	$2^1 \cdot 3^1$
$2^3 \cdot 3^1$	$2^1 \cdot 3^2$	$2^2 \cdot 3^3$

13. *Determinați perechile* (X, Y) *de mulțimi care au ca elemente numere naturale nenule și care verifică simultan următoarele proprietăți:*

(1) fiecare dintre mulțimile X și Y are trei elemente;

(2) $3 \in X$ *și* $5 \in Y$*;*

(3) mulțimea $X \cap Y$ are exact un element;

(4) dacă a și b sunt elemente diferite ale mulțimii X, atunci $a + b \in Y$.

Etapa județeană, 2016

Soluție. Dacă $X = \{a, b, c\}$, cu $a < b < c$, atunci $a + b$, $b + c$ și $c + a$ sunt elemente distincte din mulțimea Y (dacă, de exemplu, $a+b = b+c$, atunci am avea $a = c$, ceea ce ar fi în contradicție cu faptul că $a < b < c$). Așadar, $Y = \{a + b, b + c, c + a\}$.

Deoarece $a < b < c \leq a + b < a + c < b + c$, elementul comun mulțimilor X și Y poate fi doar $c = a + b$.

Dacă $c = 3$, atunci trebuie să avem $a = 1$ și $b = 2$. Obținem astfel că $X = \{1, 2, 3\}$ și $Y = \{3, 4, 5\}$. Aceste mulțimi ne convin, deoarece ele respectă proprietățile din enunțul problemei.

Dacă $b = 3$, atunci $a = 1$ sau $a = 2$. În cazul în care am avea $a = 1$, am obține $c = a + b = 4$. Astfel obținem că $X = \{1, 3, 4\}$ și $Y = \{4, 5, 7\}$. Ne convin și aceste mulțimi, deoarece sunt respectate proprietățile date în enunțul problemei. În cazul în care $a = 2$, am avea $c = a + b = 5$. Atunci $X = \{2, 3, 5\}$ și $Y = \{4, 5, 7\}$. De asemenea, aceste mulțimi satisfac condițiile din enunț.

Dacă $a = 3$, atunci ar trebui să avem $b > 3$ și $c > 3$, ceea ce ar conduce la elemente mai mari decât 5 în mulțimea Y, iar acest fapt ar contrazice condiția (2) din cadrul enunțului problemei.

14. *O mulțime $X \subset \mathbb{N}^*$ are proprietatea $\mathcal{P}$ dacă oricare submulțime nevidă a sa are suma elementelor număr compus.*

Arătați că mulțimea $Y = \{113! + 2, 113! + 3, \ldots, 113! + 15\}$ are proprietatea $\mathcal{P}$ (dacă n este număr natural nenul, atunci notația $n!$ reprezintă produsul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$).

Etapa națională, 2016

Soluție. O submulțime nevidă a mulțimii Y are suma elementelor egală cu $S = M_{113!} + s$, unde $2 \leq s \leq 2 + 3 + \cdots + 15 = 119$.

Pentru $2 \leq s \leq 113$ avem că $S = M_{113!} + s = M_s$, ceea ce înseamnă că S este un număr compus.