MATEMATICA ÎN 30 DE SECUNDE

Cele mai relevante 50 de teorii din matematică, fiecare explicată într-o jumătate de minut

Editor
Richard Brown

Autori
Richard Brown
Richard Elwes
Robert Fathauer
John Haigh
David Perry
Jamie Pommersheim

LITERA
București
2019

CUPRINS

Algebră Una dintre principalele ramuri ale matematicii pure, care studiază operațiile și relațiile dintre numere. Algebra elementară presupune studierea regulilor aritmeticii cu referire la expresii ce implică variabile. Algebra avansată implică studierea acestor operații și relații cu referire la obiecte și construcții matematice, altele decât numere.

Binar (bază 2) Sistem de calcul în care apar doar numerele 1 și 0. Așa cum baza noastră zecimală este o coloană a unităților ($10^0 = 1$), o coloană a zecilor (10^1), una a sutelor (10^2) și așa mai departe, în baza 2 există o coloană de 1 (2^0), o coloană de 2 ($2^1 = 1$), o coloană de 4 (2^2) și așa mai departe. De exemplu, versiunea binară a lui 7 este 111, adică $1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4$.

Coeficient Număr folosit pentru a înmulți o variabilă; în expresia $4x = 8$, 4 este coeficientul, iar x este variabila. Deși coeficienții sunt de obicei numere, pentru reprezentarea lor pot fi utilizate și simboluri, precum a. Coeficienții fără variabile se numesc coeficienți constanți sau termeni constanți.

Factor Unul dintre cele două sau mai multe numere care se împart exact la un al treilea număr. De exemplu, 3 și 4 sunt factori de 12, la fel ca 1, 2, 6 și 12.

Întreg Orice număr natural (1, 2, 3, 4, 5 și așa mai departe), 0 sau numerele naturale negative.

Număr algebric Orice număr care este o rădăcină a unui polinom non-zero cu coeficienți întregi. Cu alte cuvinte, numerele algebrice sunt soluțiile unor ecuații polinomiale (vezi p. 80), ca $x^2 - 2 = 0$, unde $x = \sqrt{2}$. Toate numerele raționale sunt algebrice, dar numerele iraționale pot fi sau nu numere algebrice. Unul dintre cele mai cunoscute numere algebrice este proporția de aur (1,6180339...), de obicei scris ϕ.

Număr complex Orice număr care cuprinde componente reale și imaginare, cum ar fi $a + bi$, în care a și b reprezintă orice număr real, iar i reprezintă $\sqrt{-1}$. Vezi *număr imaginar*.

Număr figurat Orice număr care poate fi reprezentat ca o formă geometrică regulată, cum ar fi un triunghi, un pătrat sau un hexagon.

Număr fracțional (fracție) Orice număr care reprezintă o parte dintr-un întreg. Cele mai întâlnite fracții se numesc „fracții comune" sau „vulgare", în care numărul de jos, numitorul, este un număr întreg non-zero, indicând din câte părți este format întregul, iar numărul de sus, numărătorul, reprezintă numărul de diviziuni egale ale întregului. Fracțiile proprii reprezintă o valoare mai mică de 1, de pildă $\frac{2}{3}$, iar fracțiile improprii reprezintă o valoare mai mare de 1, de pildă $\frac{3}{2}$ sau $1\frac{1}{3}$.

Număr imaginar Număr care, atunci când este ridicat la pătrat, dă un rezultat negativ. Având în vedere că nici un număr real ridicat la pătrat nu dă un rezultat negativ, matematicienii au dezvoltat conceptul unității numerice imaginare i, astfel încât $i \times i = -1$ sau, altfel spus, $i = \sqrt{-1}$. Dacă am avea o unitate numerică imaginară care reprezintă $\sqrt{-1}$ am putea rezolva o serie de ecuații altfel nerezolvabile, ceea ce are aplicații practice în numeroase domenii.

Număr irațional Orice număr care nu poate fi exprimat ca un raport de numere întregi pe un șir numeric. Cele mai citate exemple de numere iraționale sunt π și $\sqrt{2}$. O bună modalitate de a identifica un număr irațional este de a verifica dacă expansiunea lui zecimală nu se repetă. Majoritatea numerelor reale sunt numere iraționale.

Număr întreg Numit și număr natural sau număr de calcul, este orice număr pozitiv integral de pe un șir numeric sau continuum. Însă opiniile variază în privința considerării lui 0 număr întreg.

Număr rațional Orice număr care poate fi exprimat printr-un raport de numere întregi pe un șir numeric; sau, mai simplu spus, orice număr care poate fi scris sub formă de fracție, inclusiv numere întregi. Numerele raționale sunt identificate și după zecimalele finite sau repetitive.

Număr real Orice număr care exprimă o cantitate de-a lungul unui șir numeric sau continuum. Numerele reale includ toate numerele raționale și iraționale.

Număr transcendent Orice număr care nu poate fi exprimat ca rădăcină a unui polinom non-zero cu coeficienți întregi; cu alte cuvinte, numere algebrice. Cel mai cunoscut număr transcendent este π și, în acord cu definiția de mai sus, nu poate satisface ecuația $\pi^2 = 10$. Majoritatea numerelor reale sunt transcendente.

Polinom Expresie care folosește numere sau variabile și permite doar operații de adunare, înmulțire și ridicare la pătrat a unor numere întregi, de pildă x^2. (Vezi și *ecuații polinomiale*, p. 80.)

Șir numeric Reprezentare vizuală a tuturor numerelor reale pe o scală orizontală, valorile negative mergând, nedefinit, către stânga, iar cele pozitive spre dreapta, împărțite între ele de zero. Majoritatea șirurilor numerice prezintă de obicei numere întregi, pozitive și negative, la distanțe egale.

NUMERE FRACȚIONALE ȘI ZECIMALE

Matematica în 30 de secunde

Numerele întregi 0, 1, 2, 3... constituie fundamentul matematicii și au fost folosite de oameni timp de milenii. Însă nu totul poate fi măsurat cu ajutorul numerelor întregi. Dacă împărțim 15 hectare de teren între 7 fermieri, fiecare fermier va primi $^{15}/_{7}$ (sau $2\,^{1}/_{7}$) hectare. Cele mai simple numere non-întregi pot fi exprimate sub o astfel de formă fracționară. Dar pentru celelalte numere, precum π, acest lucru e ciudat sau imposibil. Odată cu dezvoltarea științei a venit și necesitatea de a subdivide cantitățile cu o precizie tot mai mare. Astfel apare sistemul zecimal, o metodă eficientă, pe bază de coloane, care folosește numeralele indo-arabe. În acest sistem, numărul 725 are trei coloane și înseamnă 7 sute, 2 zeci și 5 unități. Prin adăugarea unei virgule după unități și a coloanelor suplimentare în dreapta, această metodă se extinde ușor la numere mai mici decât o unitate. Astfel, 725,43 înseamnă 7 sute, 2 zeci, 5 unități, 4 zecimi (de unitate) și 3 sutimi. Încorporând și mai multe coloane, spre stânga sau spre dreapta, numere mari sau mici pot fi scrise oricât de precis este necesar. De fapt, fiecare număr situat între două numere întregi poate fi exprimat ca un număr zecimal (nu ca un număr fracțional), oferindu-ne sistemul numerelor „reale".

REZUMAT DE 3 SECUNDE
Punctul de pornire al matematicii este sistemul de numere întregi 0, 1, 2, 3... Însă între aceste numere întregi există și alte elemente și ca atare există două moduri de a le măsura.

SUPLIMENT DE 3 MINUTE
Trecerea de la fracții la zecimale nu este întotdeauna directă. Este ușor să recunoaștem 0,25, 0,5 și 0,75 ca fiind ¼, ½, respectiv ¾. Însă echivalentul zecimal al lui ⅓ este 0,33333...., unde șirul de 3-uri nu se oprește niciodată, iar $^{1}/_{7}$ este 0,142857142857142857... de asemenea cu un model repetitiv nesfârșit. S-a demonstrat că toate numerele fracționare au modele repetitive în privința zecimalelor, iar numerele non-fracționale, de pildă π, au zecimale care nu se repetă. Acestea sunt numere reale iraționale.

TEORII ÎNRUDITE
Vezi și
NUMERE RAȚIONALE ȘI IRAȚIONALE
p. 16
BAZE DE CALCUL
p. 20
ZERO
p. 36

BIOGRAFII ÎN 3 SECUNDE
ABU 'ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI
cca 790-850

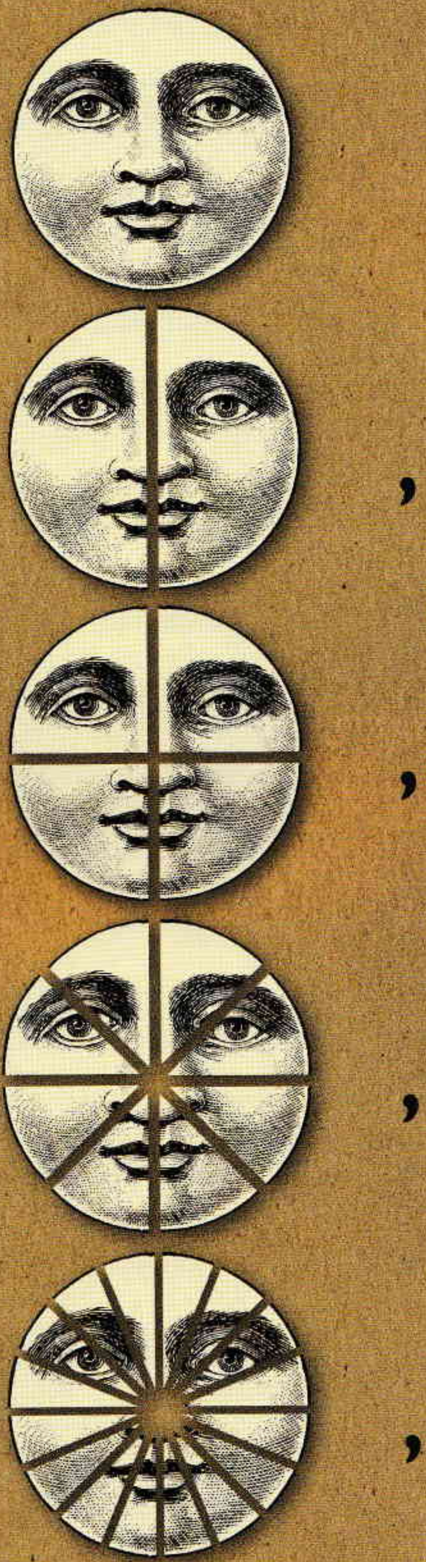
ABU'L HASAN AHMAD IBN IBRAHIM AL-UQLIDISI
cca 920-980

IBN YAHYA AL-MAGHRIBI AL-SAMAWAL
cca 1130-1180

LEONARDO PISANO (FIBONACCI)
cca 1170-1250

TEXT DE 30 DE SECUNDE
Richard Elwes

Numerele întregi pot fi subdivizate în numere fracționale, iar zecimalele exprimă aceste diviziuni chiar și mai precis.



NUMERE RAȚIONALE ȘI IRAȚIONALE

Matematica în 30 de secunde

Numerele reale sunt numere pozitive, numere negative și 0, iar aceste valori pot fi catalogate în mai multe feluri. Modalitatea fundamentală este de a distinge între numerele reale care pot fi exprimate sub formă de fracție a două numere întregi, cum ar fi $\frac{1}{2}$ sau $-\frac{7}{3}$ (numite numere raționale), și cele care nu pot fi exprimate astfel (numite numere iraționale). Vechii greci credeau că toate numerele sunt raționale, până când un adept al lui Pitagora a dovedit că $\sqrt{2}$ nu este rațional. Îți poți da seama dacă un număr este rațional sau irațional examinând expansiunea lui zecimală – dacă ultimele zecimale se repetă, numărul este rațional (de pildă $\frac{3}{11} = 0{,}272727...$). Expansiunile zecimale ale numerelor iraționale (de exemplu $\pi = 3{,}14159265...$) au zecimale care nu se repetă. Dar nu e doar asta. Numerele raționale și multe numere iraționale au ceva în comun – ele sunt algebrice, adică sunt soluții ale unor ecuații polinomiale cu coeficienți întregi. De exemplu, $\sqrt{2}$ rezolvă ecuația $x^2 - 2 = 0$ (vezi ecuații polinomiale, p. 80). Însă multe numere iraționale nu sunt algebrice și π este un exemplu. Numerele care nu sunt algebrice se numesc transcendente – doar numerele iraționale pot fi transcendente.

REZUMAT DE 3 SECUNDE

Numerele „reale" – folosite pentru a exprima cantități și care pot fi reprezentate printr-o expansiune zecimală – sunt fie raționale, fie iraționale. Dar unele numere iraționale sunt mai neobișnuite.

SUPLIMENT DE 3 MINUTE

Filosofia grecilor antici susține că toate lucrurile măsurabile sunt, în cel mai rău caz, o proporție a numerelor întregi. Istoria anecdotică afirmă că pitagoreicii au fost atât de uluiți de descoperirea faptului că $\sqrt{2}$ este irațional, încât Hippasos din Metapont a fost asasinat pentru a împiedica răspândirea acestui adevăr în întreaga lume. Un număr ca π este, poate, mai intuitiv irațional, dar abia acum 250 de ani acest lucru a fost dovedit și avea să mai treacă încă un secol până a se demonstra că este transcendent.

TEORII ÎNRUDITE

Vezi și
NUMERE FRACȚIONALE ȘI ZECIMALE
p. 14
EXPONENȚIALE ȘI LOGARITMI
p. 44
ECUAȚII POLINOMIALE
p. 80
PI – CONSTANTA CERCULUI
p. 96
PITAGORA
p. 100

BIOGRAFII ÎN 3 SECUNDE

HIPPASOS DIN METAPONT
Activ sec. V î.Hr.

JOHANN LAMBERT
1728–1777

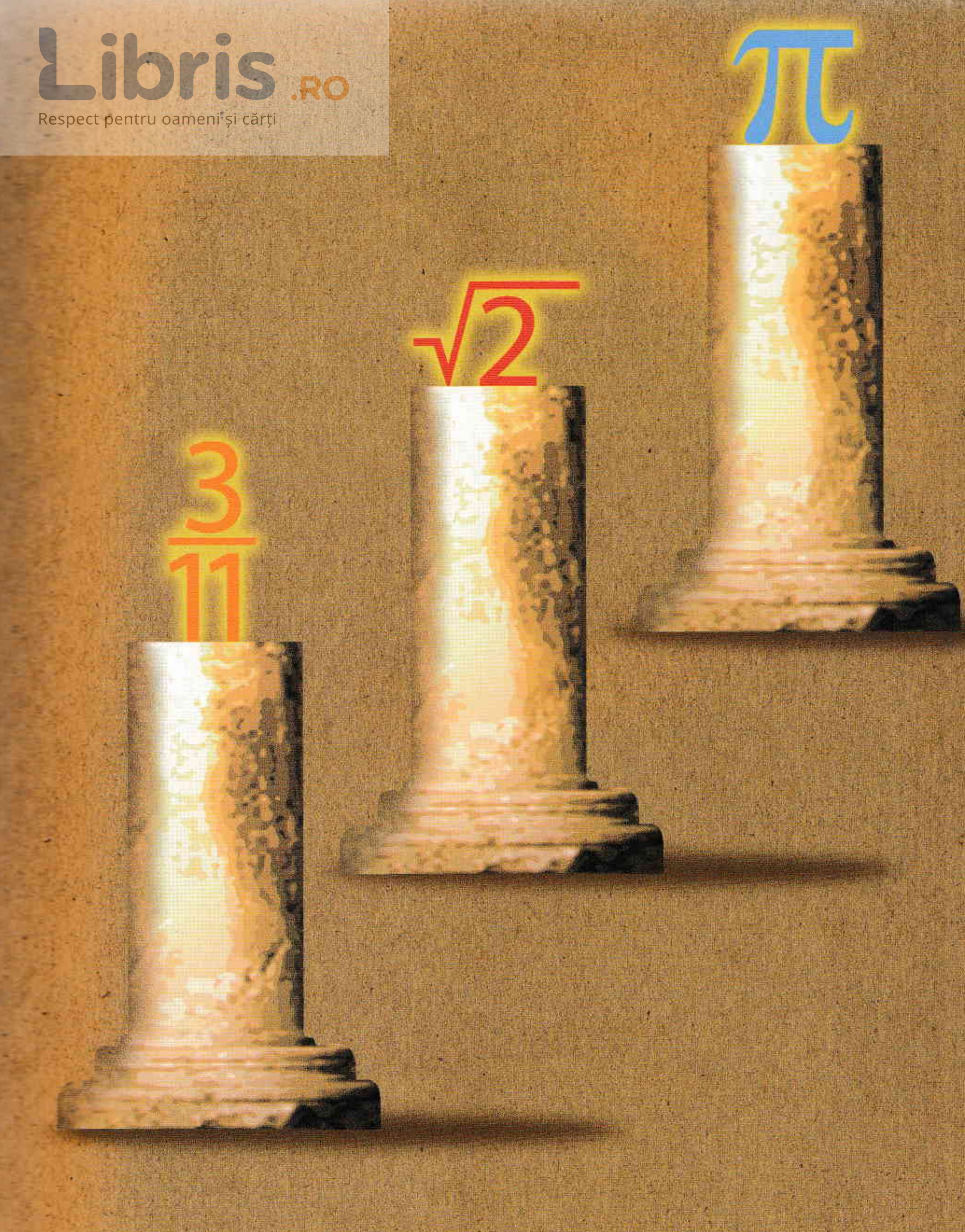
CHARLES HERMITE
1822–1901

FERDINAND VON LINDERMANN
1852–1939

TEXT DE 30 DE SECUNDE

David Perry

Să fim realiști – numerele sunt raționale dacă pot fi scrise sub formă de fracție. Altfel, ele sunt iraționale.


$\frac{3}{11}$
$\sqrt{2}$
π

NUMERE IMAGINARE

Matematica în 30 de secunde

Matematicienii au lărgit de câteva ori sistemul numerelor. O primă expansiune a fost includerea numerelor negative. În afaceri, de pildă, dacă +4 reprezintă profit de 4 unități, atunci −4 înseamnă deficit de 4 unități. Aritmetica negativă are o proprietate surprinzătoare. Înmulțind un număr pozitiv cu unul negativ, obții un rezultat negativ: $-4 \times 3 = -12$. Dar înmulțind un număr negativ cu alt număr negativ, obții un număr pozitiv: $-4 \times -3 = 12$. Așadar, nu exista nici un număr (pozitiv sau negativ) care, înmulțit cu el însuși, să dea un rezultat negativ, deci unele ecuații simple, cum ar fi $x^2 = -1$, nu puteau fi niciodată rezolvate, ceea ce constituia un obstacol în rezolvarea ecuațiilor mai complexe, chiar și când existau soluții. Acest fapt a fost corectat prin introducerea unui nou număr „imaginar", i, definit ca rădăcina pătrată a lui −1; ceea ce înseamnă că $i \times i = -1$. La început a fost vorba despre un truc pentru a ajuta la calcule, și au existat controverse în legătură cu acest număr. Descartes considera termenul „imaginar" peiorativ. Însă, cu timpul, i a fost acceptat ca toate celelalte tipuri de numere. Astăzi, sistemul numeric preferat de matematicieni este intitulat „sistemul numerelor complexe", compus din numere ca $2 + 3i$, sau $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i$ sau, mai general, $a + bi$, unde a și b sunt orice numere „reale" (adică zecimale).

REZUMAT DE 3 SECUNDE

Matematicienii de azi lucrează într-un sistem extins de numere, care include un nou număr „imaginar", i - rădăcina pătrată a lui -1.

SUPLIMENT DE 3 MINUTE

Numerele complexe permit soluții la ecuații ca $x \times x = -1$. Cineva s-ar putea întreba acum dacă există, de exemplu, și soluții la $x \times x = i$ sau dacă trebuie să extindem iarăși sistemul. Așa cum s-a demonstrat, numerele complexe conțin soluții la toate ecuațiile polinomiale posibile, ceea ce înseamnă că reprezintă tot ce vom avea vreodată nevoie în matematică. Acest fenomen minunat este cunoscut drept „teorema fundamentală a algebrei".

TEORII ÎNRUDITE

Vezi și
NUMERE FRACȚIONALE ȘI ZECIMALE
p. 14
ECUAȚII POLINOMIALE
p. 80
IPOTEZA LUI RIEMANN
p. 150

BIOGRAFII ÎN 3 SECUNDE

NICCOLÒ FONTANA (TARTAGLIA)
1500-1557

GIROLAMO CARDANO
1501-1576

RAFAEL BOMBELLI
1526-1572

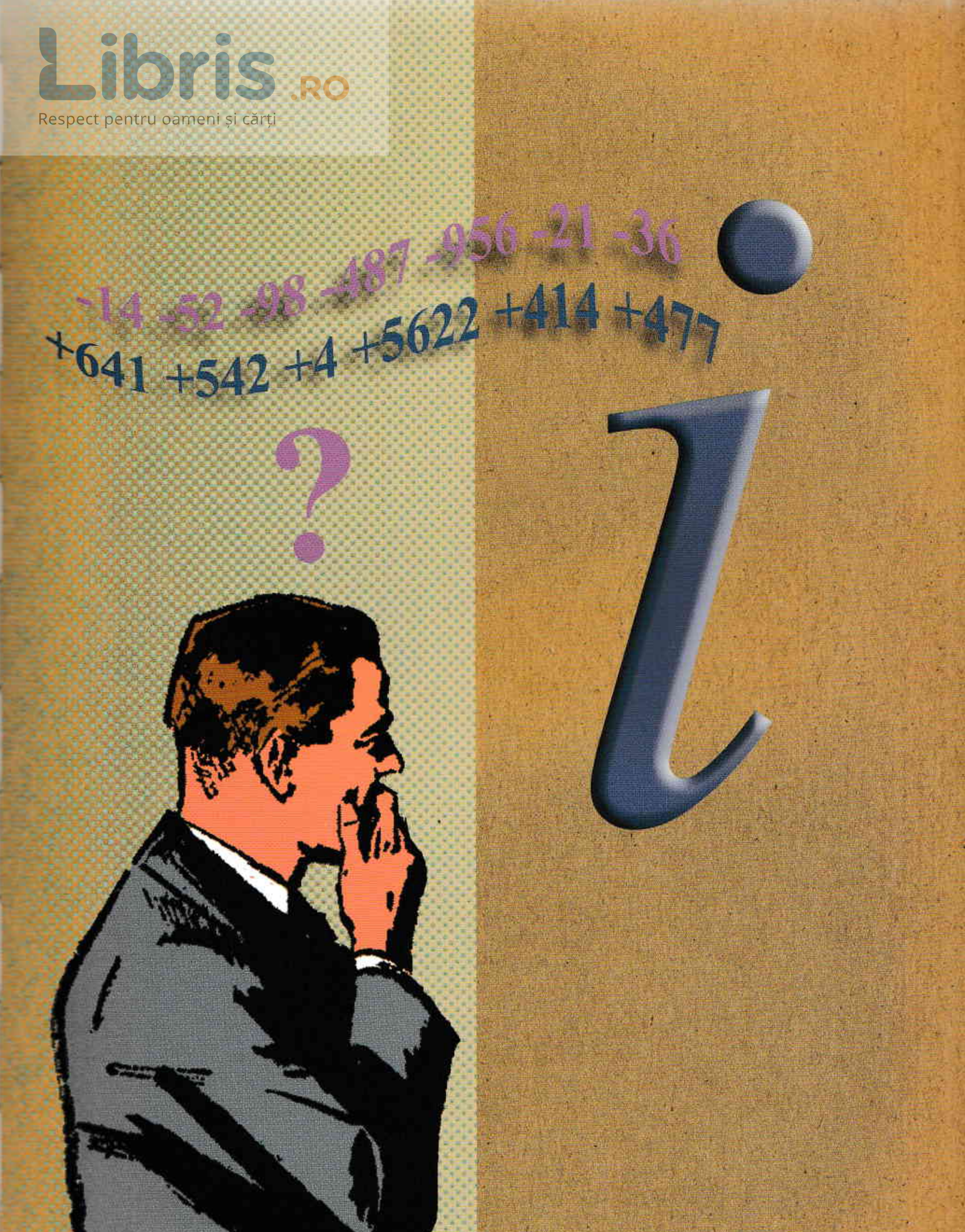
CARL-FRIEDRICH GAUSS
1777-1855

AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY
1789-1857

TEXT DE 30 DE SECUNDE

Richard Elwes

Numerele întregi pozitive și negative nu au fost suficiente pentru matematicieni - ei au avut nevoie de numere imaginare.


-14 -52 -98 -487 -956 -21 -36
+641 +542 +4 +5622 +414 +477
?
i

BAZE DE CALCUL

Matematica în 30 de secunde

Când enumerăm numere mai mari de 9, punem un „1" în următoarea coloană și refolosim simbolurile numerice de până atunci, deoarece folosim baza numerică 10 sau sistemul zecimal. Însă baza 10 nu a fost întotdeauna sistemul preferat. Vechii babiloneni utilizau baza 60 (sistemul sexagesimal) pentru numărat. În loc să numere până la 9 și să se mute apoi la următoarea coloană, ei se opreau la 59. Unele reminiscențe ale acestui sistem includ continuarea folosirii celor 60 de minute dintr-o oră și a celor 360 de grade dintr-un cerc. Făcând trimitere la numerotarea în baza 12, sistemul duodecimal oferă conceptele de duzină și duzină la pătrat. Baza de calcul 20, adică sistemul vigesimal, se folosea în Europa începutului de Ev Mediu („șirul" din faimosul discurs al lui Abraham Lincoln de la Gettysburg – „în urmă cu patru șiruri de ani și încă șapte ani" – însemna, de fapt, 20 de ani). Computerele moderne folosesc baza 2 sau sistemul de numere binare, folosind doar 1 și 0. În acest caz s-au produs cu ușurință sisteme primare de calculat, în care sunt necesare doar două stări mutual exclusive, ca un circuit electric deschis sau închis. În orice bază, adunarea și înmulțirea sunt bine definite și se pot efectua operații algebrice. Așadar, când cineva te întreabă cât fac 1 plus 1, îi poți răspunde 10 (în aritmetica binară, firește!).

REZUMAT DE 3 SECUNDE
O bază se referă la numărul de cifre unice pe care un sistem de calcul îl folosește spre a reprezenta valori numerice.

SUPLIMENT DE 3 MINUTE
Mayașii din America Centrală foloseau, de asemenea, baza 20 pentru „numărătoarea lungă" a calendarului lor, deși ei au „corectat" a treia coloană din partea normală 400 = 20 × 20, cu 18 × 20 = 360, poate pentru a reflecta numărul aproximativ de zile dintr-un an. Dacă preferăm baza 10 pur și simplu fiindcă degetele noastre pot fi niște instrumente eficiente de calculat, oare vechii mayași, care umblau desculți, au luat în calcul și valoarea degetelor de la picioare?

TEORIE ÎNRUDITĂ
Vezi și
ZERO
p. 36

BIOGRAFII ÎN 3 SECUNDE
GOTTFRIED LEIBNIZ
1646–1716

GEORGE BOOLE
1815–1864

TEXT DE 30 DE SECUNDE
Richard Brown

Sistemul numeric cel mai des folosit este baza 10 – iar babilonienii au realizat proiecte mărețe cu 60 de cifre unice. Codul de computer simplifică lucrurile, folosind doar două cifre.