

Adrian Zanoschi
Gabriel Popa

Gheorghe Iurea
Petru Răducanu

Ioan Șerdean

Bacalaureat 2020

Matematică

M_mate-info

Teme recapitulative
60 de teste, după modelul M.E.N.
Breviar teoretic

<i>Cuvânt-înainte</i>	5
-----------------------------	---

TEME RECAPITULATIVE

Enunțuri Soluții

Clasa a IX-a

1.1. Mulțimi și elemente de logică matematică	7.....234
1.2. Șiruri. Progresii	10.....235
1.3. Funcții. Funcția liniară	12.....237
1.4. Ecuația de gradul al II-lea. Funcția de gradul al II-lea	15.....238
1.5. Vectori	19.....239
1.6. Trigonometrie	22.....241
1.7. Aplicații ale trigonometriei în geometrie	25.....243

Clasa a X-a

2.1. Radicali și logaritmi	28.....245
2.2. Numere complexe	31.....246
2.3. Funcții	34.....248
2.4. Ecuații și inecuații	37.....251
2.5. Combinatorică	41.....254
2.6. Matematici aplicate. Probabilități	44.....256
2.7. Geometrie analitică	46.....258
2.8. Probleme recapitulative din materia claselor a IX-a – a X-a.....	49.....259

Clasa a XI-a

3.1. Permutări.....	56.....261
3.2. Matrice	57.....261
3.3. Determinanți	60.....263
3.4. Inversa unei matrice. Ecuații matriceale	64.....264
3.5. Sisteme de ecuații liniare	66.....266
3.6. Probleme de sinteză – algebră.....	70.....268
3.7. Șiruri	75.....270
3.8. Șiruri date prin formule de recurență	80.....274
3.9. Limite de funcții.....	82.....276
3.10. Asimptote	86.....278
3.11. Funcții continue	88.....279
3.12. Derivata unei funcții.....	90.....281
3.13. Teorema lui Fermat. Teorema lui Rolle. Teorema lui Lagrange.....	93.....283
3.14. Regulile lui l'Hospital	96.....286
3.15. Rolul derivatelor de ordinul I și de ordinul al II-lea în studiul funcțiilor	98.....287
3.16. Reprezentarea grafică a funcțiilor	103.....294
3.17. Probleme de sinteză – analiză matematică	106.....300

4.1. Legi de compoziție.....	112.....	304
4.2. Grupuri.....	115.....	306
4.3. Inele și corpuri.....	120.....	311
4.4. Polinoame.....	124.....	315
4.5. Probleme de sinteză – algebră.....	130.....	320
4.6. Primitive.....	133.....	321
4.7. Formula Leibniz–Newton.....	139.....	324
4.8. Metode de integrare.....	144.....	328
4.9. Proprietăți ale integralei Riemann.....	147.....	332
4.10. Aplicații ale integralei definite.....	152.....	337
4.11. Probleme de sinteză – analiză matematică.....	155.....	340
TESTE PENTRU BACALAUREAT, DUPĂ MODELUL M.E.N.....	159.....	343
BREVIAR TEORETIC.....	368
<i>Bibliografie.....</i>	<i>.....</i>	<i>397</i>

Teme recapitulative

Clasa a IX-a

1.1. Mulțimi și elemente de logică matematică

1. Calculați:

a) $2 \cdot (-3) - (-4) : 2 + (-25) : (-5)$; b) $2^{20} : 2^{18} - 3^{20} : 3^{19} + 5^0$;
 c) $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3 + \frac{1}{15}\right)$; d) $8 \cdot [0,(3) + 0,1(6)]$.

2. Fie $0,a_1a_2a_3\dots a_n\dots$ scrierea zecimală a numărului $\frac{1}{7}$. Calculați:

$$a_{2018} + a_{2019} + a_{2020}.$$

3. Se consideră intervalele $A = (-4, 4]$ și $B = (-2, 7)$. Determinați mulțimea:
 $(A \cap B) \cap \mathbb{Z}$.

4. Ordonați crescător numerele $a = 2,5(1)$, $b = \frac{5}{2}$, $c = 2,(51)$, $d = 2,51$.

5. Calculați:

a) $\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{125}$; b) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$;
 c) $(\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2$; d) $\frac{3}{\sqrt{7} + 2} + \frac{2}{\sqrt{7} + 3}$.

6. Arătați că numărul $a = \left(\sqrt{168} + 4\sqrt{\frac{21}{2}} - 6\sqrt{\frac{14}{3}}\right)\left(\sqrt{4\frac{2}{3}}\right)^{-1}$ este natural.

7. Arătați că numărul $b = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$ este natural.

8. Se consideră numerele $a = \sqrt{98} - \sqrt{32} - \sqrt{8}$ și $b = \sqrt{162} + \sqrt{18} + \sqrt{72}$. Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor a și b .

9. Determinați numerele raționale a și b , știind că $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 = a - b\sqrt{3}$.

25. Demonstrați că:

Respect pentru oameni și cărți

a) $x + \frac{1}{x} \geq 2$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$;

b) $x + \frac{1}{x} \leq -2$, oricare ar fi $x \in (-\infty, 0)$;

c) $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.

26. Demonstrați, prin inducție, că următoarele egalități sunt adevărate pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$:

a) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$;

b) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$;

c) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$;

d) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$.

27. Demonstrați, prin inducție, că următoarele inegalități sunt adevărate pentru orice număr natural n care îndeplinește condiția indicată:

a) $2^n > 2n + 1$, $n \geq 3$;

b) $n! > 2^n$, $n \geq 4$;

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$, $n \geq 1$;

d) $\sqrt{n} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$, $n \geq 2$.

28. Demonstrați că numărul $13^n + 7^n - 2$ se divide cu 6, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

29. Demonstrați că $7 \cdot 25^n + 2 \cdot 6^{n+1}$ se divide cu 19, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

30. Aflați câte numere naturale de trei cifre au suma cifrelor egală cu 25.

31. Aflați câte numere naturale de trei cifre au produsul cifrelor egal cu 0.

32. Determinați câte numere naturale de patru cifre se pot forma utilizând cifrele 0, 1, 2, 3.

33. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma utilizând cifrele 1, 2, 3, 4, 5.

34. Aflați câte numere de trei cifre au exact două cifre egale.

35. Determinați câte numere de patru cifre distincte au produsul cifrelor egal cu un număr impar.

36. Stabiliți în câte moduri se poate îmbrăca Dan pentru un meci de tenis, știind că el are 5 tricouri, 4 perechi de pantaloni scurți și 3 perechi de pantofi de sport.

37. Numărul de înmatriculare al unui automobil dintr-un județ este format din două cifre (nu este permisă combinația 00) și din trei litere ale alfabetului latin (26 de litere). Aflați numărul maxim de mașini care pot fi înmatriculate într-un județ.
38. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Aflați câte perechi $(a, b) \in A \times A$ au proprietatea că produsul $a \cdot b$ este impar.
39. Determinați câte numere naturale, mai mici decât 101, sunt divizibile cu 3 sau cu 5.
40. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 199, 200\}$.
- Aflați câte dintre elementele mulțimii A se divid cu 6 și cu 8.
 - Aflați câte dintre elementele mulțimii A se divid cu 6, dar nu se divid cu 8.
 - Determinați câte dintre elementele mulțimii A se divid cu 6 sau cu 8.

1.2. Șiruri. Progresii

1. Completați cu câte trei termeni următoarele șiruri, apoi scrieți termenul general al fiecăruia:
- 1, 3, 5, 7, 9, ...;
 - 0, 1, 4, 9, 16, ...;
 - 1, -1, 1, -1, 1, ...;
 - 1, 3, 6, 10, 15, ...
2. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{n-1}{n+1}$.
- Există vreun termen al șirului egal cu $\frac{2}{3}$?
 - Câți termeni ai șirului sunt mai mici decât 0,7?
 - Câți termeni ai șirului sunt în intervalul $(0,99; 1)$?
3. Demonstrați că șirul $(a_n)_{n \geq \mathbb{R}}$, de termen general $a_n = \frac{4n}{n+3}$, este crescător.
4. Arătați că șirul $(a_n)_{n \geq \mathbb{N}^*}$, de termen general $a_n = n^2 - n$, este strict monoton.
5. Fie $E(x) = x^2 - 4x + 3$, unde $x \in \mathbb{R}$. Pentru $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$, definim șirul $(a_n)_{n \geq 4}$ prin:

$$a_n = \frac{1}{E(4)} + \frac{1}{E(5)} + \dots + \frac{1}{E(n)}.$$

- Demonstrați că șirul este strict crescător.
 - Demonstrați că șirul este mărginit.
 - Arătați că $a_n = \frac{(n-3)(3n-4)}{4(n-1)(n-2)}$, pentru orice $n \geq 4$.
6. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, definit prin $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
- Verificați dacă $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Respect pentru oameni și cărți.

b) Dacă $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$, arătați că $s_n = \sqrt{n+1} - 1$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

c) Demonstrați că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este strict descrescător și mărginit.

7. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un șir cu proprietatea că, dacă $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, atunci $s_n = \frac{n}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Determinați termenul general a_n .

8. Șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este definit recurent prin $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$, oricare ar fi $n \geq 3$. Demonstrați că $a_n = n$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

9. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, definit prin $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Calculați a_3 , a_4 , a_5 , a_6 .

b) Arătați că $a_n = a_{n+6}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

c) Calculați suma $S = a_1 + a_2 + \dots + a_{2004}$.

10. Determinați primul termen al progresiei aritmetice $a_1, a_2, 13, 17, 21, \dots$.

11. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică de rație 2, în care $a_3 + a_4 = 8$. Determinați a_1 .

12. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$, astfel încât $a_3 = 5$ și $a_5 = 9$. Calculați suma primilor șapte termeni ai progresiei.

13. Stabiliți dacă numărul 2007 aparține progresiei aritmetice 2, 7, 12, 17, \dots .

14. Determinați numărul real x , știind că numerele 2, x și $x + 4$ sunt în progresie aritmetică.

15. Calculați suma $1 + 4 + 7 + \dots + 31$.

16. Determinați numărul natural n din egalitatea $1 + 5 + 9 + \dots + n = 231$.

17. Arătați că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = 3n - 2$ este o progresie aritmetică. Determinați n , dacă $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 51$.

18. Calculați suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, dacă:
 $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$.

19. Găsiți suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, dacă:
 $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$.

20*. La un stadion cu capacitatea de 10000 de locuri vin spectatorii. În primul minut vine un spectator, în al doilea minut vin 3 spectatori, în al treilea minut vin 5 spectatori etc. După câte minute se umple stadionul?

21*. Se consideră mulțimea $M = \{1, 2, \dots, 10\}$. Câte progresii aritmetice de trei elemente, cu rația pozitivă, se pot forma cu elementele lui M ?

22. Determinați numărul real pozitiv x , știind că x , 6 și $x - 5$ sunt în progresie geometrică.

Respect pentru oameni și cărți

- 23.** Determinați primul termen al progresiei geometrice cu termeni pozitivi $b_1, 6, b_3, 24, \dots$.
- 24.** Știind că doi termeni ai unei progresii geometrice sunt $b_3 = 2$ și $b_5 = 4$, determinați b_7 .
- 25.** Calculați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, cu termeni pozitivi, dacă $b_1 + b_2 = 3$ și $b_3 + b_4 = 12$.
- 26.** Determinați primul termen și rația unei progresii geometrice, dacă $a_1 + a_4 = \frac{7}{16}$, iar $a_1 - a_2 + a_3 = \frac{7}{8}$.
- 27.** Numerele reale pozitive a, b, c, d sunt în progresie geometrică. Dacă $d - a = 7$ și $c - b = 2$, aflați rația progresiei.
- 28*** Fie a, b, c numere naturale nenule în progresie geometrică. Dacă $a + b + c$ este număr par, arătați că numerele a, b, c sunt pare.
- 29.** Se consideră numărul real $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2008}}$. Demonstrați că $s \in (1, 2)$.
- 30.** Arătați că $2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^8) < 3^9$.
- 31.** Calculați $s = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + \dots + 2^{100}$.
- 32.** Se consideră o progresie geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$, cu rația $q = 2$. Determinați $n \in \mathbb{N}$ pentru care $b_n = 96$, iar suma primilor n termeni ai progresiei este 189.
- 33.** Arătați că șirul $(b_n)_{n \geq 1}$, $b_n = 6 \cdot 2^{n-2}$, $n \geq 1$ este o progresie geometrică. Determinați n dacă $b_1 + b_2 + \dots + b_n = 93$.
- 34.** Determinați numerele reale a, b , dacă numerele $2, a, b$ sunt în progresie geometrică, iar numerele $2, 4, a$ sunt în progresie aritmetică.

1.3. Funcții. Funcția liniară

- 1.** Determinați domeniul maxim de definiție al funcției $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, unde:
- a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$; b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$; c) $f(x) = \sqrt{x^3 - x^2}$.
- 2.** Se consideră funcțiile $f: \{-1, 0, a\} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = (-1)^x$ și $g: \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\} \rightarrow A$, $g(x) = \begin{cases} -1, & x \neq 0 \\ b, & x = 0 \end{cases}$. Determinați numerele reale a și b și mulțimea A , astfel încât cele două funcții să fie egale.

3. a) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x - 1$. Calculați produsul $P = f(-9) \cdot f(-8) \cdot \dots \cdot f(8) \cdot f(9)$.
- b) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 3$. Calculați suma $S = f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
- c) Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{x}$. Calculați produsul $P = f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(100)$.
4. Determinați numărul funcțiilor $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ cu proprietatea:
- a) $f(1) = f(3)$; b) $f(1) \neq f(3)$; c) $f(1) = 2f(3)$.
5. Determinați numărul funcțiilor $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$ pentru care $f(2)$ este impar și $f(1)$ este par.
6. Determinați numărul funcțiilor $f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1, 2\}$ astfel încât $f(1) \cdot f(2) = 0$.
7. a) Arătați că funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$ este impară.
- b) Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + |x|$ este pară.
- c) Determinați numărul funcțiilor impare $f: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$.
8. Demonstrați că 3 este o perioadă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \left\{ \frac{x+1}{3} \right\}$ (unde $\{ \cdot \}$ reprezintă partea fracționară).
9. Să se determine numărul funcțiilor $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ care sunt:
- a) strict crescătoare; b) strict descrescătoare.
10. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + x^2$. Calculați $(f \circ f \circ f)(1)$.
11. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1$ și $g(x) = x^2 + 1$. Determinați funcțiile $f \circ g$ și $g \circ f$.
12. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ și $g(x) = x^2 - x$. Determinați numerele reale a și b , astfel încât $f \circ g = g \circ f$.
13. Fie funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow (1, +\infty), f(x) = x^2 + 1$ și $g: (1, +\infty) \rightarrow (0, +\infty), g(x) = \sqrt{x-1}$. Determinați funcțiile $f \circ g$ și $g \circ f$. Sunt egale funcțiile $f \circ g$ și $g \circ f$?
- 14*. Se consideră funcțiile: $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2-3x, & x < 2 \\ x-1, & x \geq 2 \end{cases}$, iar $g(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0 \\ 2x-4, & x \geq 0 \end{cases}$. Determinați $f+g, f-g, f \cdot g$ și $f \circ g$.

- 15.** a) Se consideră dreapta de ecuație $d : 2x + y - 1 = 0$. Determinați funcția care are ca grafic dreapta d .
 b) Există o funcție al cărui grafic să fie dreapta $d' : 2x + 1 = 0$? Dar pentru dreapta $d'' : 2y + 1 = 0$?
- 16.** Determinați punctele de intersecție cu axele de coordonate ale graficului funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 6$.
- 17.** Determinați funcția de gradul I al cărei grafic trece prin punctul $A(0, -2)$ și pentru care $f(1) = 2$.
- 18.** Arătați că graficul funcției $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (m^2 + 1)x + 2, m \in \mathbb{R}$ nu intersectează axa Ox .
- 19.** Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$. Determinați $\text{Im } f$, în cazurile:
 a) $D = \mathbb{R}$; b) $D = (0, +\infty)$; c) $D = [-3, 5]$.
- 20.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \max(2x + 1, x - 1)$. Calculați $f(\sqrt{2} - 2) + f(-\sqrt{2} - 1)$.
- 21*** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{a^2}{2}x + a, a \neq 0$. Dacă A și B sunt punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate, arătați că $AB \geq 2$, pentru orice $a \in \mathbb{R}^*$.
- 22*** Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2m + 2$. Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât graficul funcției să nu intersecteze axa Ox .
- 23.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - 2x$ și $g(x) = 4x - 1$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 24.** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a, 2)$ se află pe graficul funcției f .
- 25.** Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (m - 2)x - 3$ să fie strict monotonă.
- 26.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1, g(x) = -2x + 1$. Arătați că funcția $f \circ g$ este strict descrescătoare.
- 27.** Determinați funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de gradul I, strict descrescătoare, pentru care $(f \circ f)(x) = 9x + 1$, oricare ar fi numărul real x .

Respect pentru oameni și cărți

28. Rezolvați în \mathbb{R} ecuațiile:

a) $|x - 3| + 2x = 5;$

b) $|x - 2| + |3 - x| = 1.$

29. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuațiile:

a) $\frac{x+2}{x-2} \geq 2;$

b) $\frac{9}{x+1} \geq 1.$

c) $|x - 2| \leq 2x.$

30. Rezolvați în \mathbb{R} sistemele de inecuații:

a)
$$\begin{cases} 3x-1 \geq 1 \\ 3-x \geq 1 \\ 2x-1 \geq 3x-3 \end{cases};$$

b)
$$\begin{cases} (x-1)(x-2) \geq (x+1)^2 \\ x(x+3) \geq x^2 - 4 \end{cases}.$$

31* Se consideră funcția $f: [-3, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+2, & -3 \leq x \leq -1 \\ -2x-1, & -1 < x < 2 \\ 3x-11, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$.

- Folosind G_f , determinați $\text{Im } f$, intervalele de monotonie, punctele de extrem local ale lui f .
- Rezolvați inecuația $f(x) \leq 1$.
- Stabiliți, în funcție de valorile parametrului real m , numărul soluțiilor ecuației $f(x) = m, x \in [-3, 5]$.

1.4. Ecuația de gradul al II-lea. Funcția de gradul al II-lea

- Scrieți o ecuație de gradul al II-lea, cu coeficienți întregi, care are o rădăcină $\frac{2}{5}$.
 - Scrieți o ecuație de gradul al II-lea, cu coeficienți raționali, care are o rădăcină $1 - \sqrt{2}$.

2. Rezolvați în \mathbb{R} ecuațiile:

a) $x^2 - 9x = 0;$

b) $20 - 4x^2 = 0;$

c) $x^2 + 9x = 10;$

d) $2(x+1)^2 - 6 = 0.$

3. Rezolvați în \mathbb{R} ecuațiile:

a) $\frac{2x}{x-1} + \frac{4}{x+2} = 5;$

b) $\frac{x+2}{2x+3} = \frac{2}{x+3};$

c) $\left(\frac{1}{x} - 2\right)^2 + \frac{1}{x} = 2;$

d) $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x^2 - 2x + 4} = \frac{9}{x^3 + 8}.$