

Matematică

Clasa a V-a

I



Algebră

I. Numere naturale

I.1.	Scrierea și citirea numerelor naturale	8
I.2.	Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea numerelor naturale. Aproximări	14
	Teste de evaluare	18
	Fișă pentru portofoliul individual (A1)	19
I.3.	Adunarea numerelor naturale	21
I.4.	Scăderea numerelor naturale	27
I.5.	Înmulțirea numerelor naturale	32
I.6.	Factor comun	38
	Teste de evaluare	42
	Fișă pentru portofoliul individual (A2)	45
	Test-model pentru Evaluarea Națională.....	47
I.7.	Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale.....	49
I.8.	Împărțirea cu rest a numerelor naturale	52
	Teste de evaluare	56
	Fișă pentru portofoliul individual (A3)	59
I.9.	Puterea cu exponent natural a unui număr natural	61
I.10.	Reguli de calcul cu puteri	64
I.11.	Compararea puterilor numerelor naturale	67
I.12.	Pătrate perfecte. Cuburi perfecte. Alte probleme în care intervin puteri	70
I.13.	Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2. Sisteme de numerație (extindere)	73
I.14.	Ordinea efectuării operațiilor. Utilizarea parantezelor	76
	Teste de evaluare	80
	Fișă pentru portofoliul individual (A4)	59
	Test-model pentru Evaluarea Națională.....	85
I.15.	Probleme cu caracter aplicativ	87
I.16.	Probleme pentru performanță școlară și olimpiade.....	93

II. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

II.1.	Metoda reducerii la unitate	100
II.2.	Metoda comparației	103
II.3.	Metoda figurativă	106

Respect pentru oameni și cărti	
II.4. Metoda mersului invers	111
II.5. Metoda falsei ipoteze	117
Teste de evaluare	125
Fișă pentru portofoliul individual (A5)	127
Test-model pentru Evaluarea Națională	129
II.6. Probleme cu caracter aplicativ	131
III. Divizibilitatea numerelor naturale	
III.1. Divizibilitatea numerelor naturale.....	136
III.2. Criterii de divizibilitate	141
III.3. Numere prime. Numere compuse.....	145
Teste de evaluare	150
Fișă pentru portofoliul individual (A6)	153
Test-model pentru Evaluarea Națională	155
III.4. Probleme cu caracter aplicativ	157
III.5. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade.....	159
IV. Variante de subiecte pentru teză	
Varianta 1	162
Varianta 2	163
Varianta 3	164
Varianta 4	165
Varianta 5	166
Varianta 6	167
Varianta 7	167
Varianta 8	168
Varianta 9	168
Varianta 10	169
Soluții	170

Scrierea. Pentru scrierea unui număr natural, se folosesc unul sau mai multe din următoarele zece simboluri, numite *cifre arabe*:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Fiecare număr se scrie ca o succesiune de cifre, care se pot repeta, prima cifră a unui număr natural de cel puțin două cifre fiind diferită de 0. De asemenea, fiecare succesiune de cifre reprezintă un număr.

Acest mod de scriere a unui număr natural se numește *sistem zecimal* sau *în baza zece*, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat mai mare.

Citirea. Pentru a citi un număr natural, grupăm cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc clase. Fiecare clasă se compune din unități, zeci și sute. În ordine de la dreapta la stânga avem: clasa unităților, clasa milor, clasa milioanelor, clasa miliardelor etc. Din acest motiv, scrierea numerelor în baza zece este o scriere *pozițională*, deoarece fiecare cifră are o anumită valoare după locul unde este scrisă.

Exemplu: În numărul 23 472 508 216, cifra 2 apare de trei ori, de la dreapta spre stânga și ea are următoarele valori: sute, milioane și respectiv zeci de miliarde.

sute de miliarde	zeci de miliarde	miliarde		sute de milioane	zeci de milioane	milioane		sute de mii	zeci de mii	mii		sute	zeci	unități
2	3			4	7	2		5	0	8		2	1	6
clasa miliardelor			clasa milioanelor			clasa milor			clasa unităților					

Descompunerea zecimală. Orice număr natural de două sau mai multe cifre se scrie în mod unic sub forma unei sume de produse între fiecare cifră din scrierea numărului și numărul ce indică ordinul cifrei respective (1, 10, 100, 1 000 etc.).

Exemple:

$$\text{1 } 37 = 3 \cdot 10 + 7$$

$$\text{2 } 275 = 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5$$

$$\text{3 } 8086 = 8 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6$$

Cazul general

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b$$

$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$$

$$\overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$$

- Respect pentru oameni și cărți
- de la 1 la n sunt n numere naturale, iar de la 0 la n sunt $n + 1$ numere naturale;
 - În general, de la a la b (inclusiv le pe a și b) sunt $b - a + 1$ numere naturale.



Exersare

1 Citiți numerele:

- | | | |
|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| a 123 000 456; | b 985 420; | c 203 005 023; |
| d 987 654 321; | e 100 005; | f 403 067; |
| g 98 700 654; | h 120; | i 202 022. |

2 Scrieți în baza zece, numerele:

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| a treizeci și nouă; | b două sute patruzeci; | c două mii trei; |
| d nouă mii nouă sute; | e o mie șapte sute cinci; | f trei milioane o sută; |
| g trei mii; | h trei mii două sute trei; | i două sute șaisprezece. |

3 Scrieți, în baza zece, numerele:

- | |
|---|
| a trei milioane cinci sute nouăzeci și șapte de mii douăzeci și doi; |
| b opt milioane patru sute trei mii cinci sute treizeci și cinci; |
| c treizeci și șapte de milioane optzeci de mii șase; |
| d patru sute patruzeci și trei de mii opt sute unu. |

4 **a** Scrieți patru numere impare cu suma cifrelor 3.

- | |
|---|
| b Scrieți trei numere impare cu produsul cifrelor 8. |
| c Scrieți patru numere pare cu suma cifrelor 12. |

5 **a** Scrieți 4 numere pare, având suma cifrelor 3.

- | |
|--|
| b Scrieți 4 numere impare de două cifre, având diferența cifrelor egală cu 1. |
|--|

6 Dați trei exemple de numere naturale de forma **abcdcba** și apoi citiți-le.

7 Determină câte numere cuprinse între 41 și 80 conțin:

- | | | |
|---------------------------|------------------------|----------------------------------|
| a cifra 6; | b cifra 4; | c două cifre consecutive; |
| d cifrele 4 sau 8; | e o cifră pară; | f două cifre impare. |

8 **a** Câte cifre se folosesc pentru a scrie toate numerele naturale până la 20 inclusiv?

- | |
|--|
| b Câte cifre se folosesc pentru a scrie toate numerele de la 1 la 35, inclusiv 1 și 35? |
| c De câte ori se utilizează cifra 5 pentru a scrie toate numerele naturale de 3 cifre? |

9 Câte numere naturale cuprinse între 500 și 550 conțin:

- | | | |
|-------------------|-------------------------------|---------------------------|
| a cifra 3; | b două cifre identice; | c cifrele 0 sau 7? |
|-------------------|-------------------------------|---------------------------|

Rezolvare: **a** Numerele care conțin cifra 3 sunt: 503, 513, 523, 543 și 530, 531, 532, ..., 539.

În total sunt 14 numere.



Respectiv pentru exercițiile 10 și 11:

10 a) Determinați numerele de forma \overline{abc} știind că $\overline{abc} = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 1$.

b) Determinați cifrele a, b, c știind că $634 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

c) Determinați cifrele a, b, c, d știind că $\overline{4a5c} = b \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + d \cdot 10 + 9$.

d) Determinați cifrele a, b, c, d știind că $\overline{ab2d} = b \cdot 1000 + c \cdot 100 + d \cdot 10 + a$.

Rezolvă problema chiar aici:

11 a) Determinați numerele de forma $\overline{a2b5}$ știind că produsul cifrelor sale este 120.

b) Determinați numerele de forma $\overline{11a3b7}$ știind că suma cifrelor sale este 17.

12 a) Aflați numerele naturale \overline{ab} pentru care $\overline{a2b} = \overline{2ba}$.

b) Aflați numerele naturale \overline{abc} pentru care $\overline{a4bc} = \overline{cbaa}$.

c) Câte numere naturale \overline{abcd} verifică egalitatea $\overline{a7bd} = \overline{cadb}$?

13 a) Aflați cifrele a și b știind că răsturnatul numărului $\overline{a4}$ este $\overline{b5}$.

b) Aflați cifrele a, b, c știind că răsturnatul numărului $\overline{5ab4}$ este $\overline{403c}$.

c) Aflați cifrele a, b, c și d știind că răsturnatul numărului $\overline{abc6}$ este $\overline{bcb3}$, iar răsturnatul numărului $\overline{3bcd}$ este $\overline{90ba}$.

14 a) Câte numere naturale sunt de la 1 la 34? Dar de la 0 la 25? Dar de la 7 la 28?

b) Câte numere naturale sunt de la 1 la 9? Dar de la 11 la 75? Dar de la 111 la 211?

Rezolvare: a) De la 1 până la 34 sunt 34 numere naturale. De la 0 până la 25 sunt 26 numere naturale. De la 7 până la 28 sunt $28 - 7 + 1 = 22$ numere naturale.

15 a Câte numere pare și câte impare sunt de la 127 până la 579?

b Determinați câte numere pare sunt de la 444 până la 2012.

Respectării! **Rezolvare:** a) Numerele care trebuie numărate se repetă din 2 în 2. Vom utiliza un *contor de numărare*.¹

Numerele pare cuprinse între 127 și 579 sunt $128 = 2 \cdot 64$, $130 = 2 \cdot 65$, ..., $578 = 2 \cdot 289$, adică sub forma $2k$, unde k (pe care îl vom numi *contor*) ia valori consecutive de la 64 la 289.

Problema se reduce la aflarea numărului de valori pe care le ia contorul, deci trebuie să găsim câte numere naturale sunt de la 64 până la 289, adică $289 - 64 + 1 = 226$ numere.

În același fel, numerele impare de la 127 până la 579 se pot scrie: $127 = 2 \cdot 63 + 1$, $129 = 2 \cdot 64 + 1$, $131 = 2 \cdot 65 + 1$, ..., $557 = 2 \cdot 287 + 1$, $579 = 2 \cdot 289 + 1$, deci contorul k ia valori de la 63 la 289.

Ca urmare, între 127 și 579 sunt $289 - 63 + 1 = 227$ numere pare.

16 a Scrieți primele 12 numere din sirul numerelor naturale.

b Care este al 57-lea număr natural din sirul numerelor naturale nenule?

c Care este al 33-lea număr par din sirul numerelor naturale nenule?

d Care este al 257-lea număr natural par din sirul numerelor naturale?

e Care este al 138-lea număr natural impar din sirul numerelor naturale?

Rezolvare: c) Cum sirul numerelor naturale nenule este $1, 2, \dots, n, \dots$, iar numerele pare nenule sunt de forma $2 \cdot k$, $k \in \mathbb{N}^*$, rezultă că al 33-lea număr par nenul este $2 \cdot 33 = 66$.

17 Pe ecranul calculatorului sunt scrise toate numerele de la 600 la 2013. Alin utilizează un program care șterge de pe ecran numerele pare. Câte numere rămân pe ecran?

18 Aflați câte numere se găsesc în fiecare dintre secvențele:

a 1, 2, 3, ..., 30; **b** 10, 11, 12, ..., 30; **c** 2, 4, 6, 8, ..., 200;

d 0, 1, 2, 3, ..., 19; **e** 17, 18, 19, ..., 156; **f** 11, 13, 15, 17, ..., 137;

g 15, 20, 25, ..., 125; **h** 9, 12, 15, ..., 249; **i** 6, 12, 18, ..., 660.

19 a Câte numere impare se găsesc în sirul: 5, 6, 7, 8, ..., 20?

b Câte numere pare se găsesc în sirul: 2, 4, 6, 8, ..., 80?

c Câte numere pare se găsesc în sirul: 7, 14, 21, 28, ..., 140?

d Câte numere impare se găsesc în sirul: 5, 10, 15, 20, ..., 215?

20 Pentru fiecare din sirurile de mai jos observați regula de alcătuire și scrieți încă trei numere:

a 8, 14, 20, ..., ..., ... **b** 12, 23, 34, ..., ..., ... **c** 13, 35, 57, ..., ..., ...

d 1, 4, 16, ..., ..., ... **e** 5, 11, 23, ..., ..., ... **f** 7, 20, 59, ..., ..., ...

21 a Câte numere de două cifre există? Câte numere impare de trei cifre există?

b Aflați câte numere de două cifre distincte există.

c Determinați numărul de numere pare de forma $\underline{\underline{ab}}\underline{5}\underline{c}$.

d Determinați câte numere pare sunt de forma $\underline{\underline{2ab}}\underline{6}\underline{c}$.

Rezolvare: a) Prima cifră a unui număr de două cifre $\underline{\underline{ab}}$ poate fi oricare cifră de la 1 până la 9, adică se poate alege în 9 moduri. Pentru a doua cifră sunt 10 posibilități de alegere, adică oricare dintre cifrele de la 0 până la 9. Pentru fiecare cifră a putem scrie oricare din cele 10 cifre b , deci vor fi $9 \cdot 10 = 90$ numere naturale diferite.

¹ Metoda contorului de numărare se utilizează, în general, pentru determinarea numărului de termeni ai unei secvențe de numere naturale care se obțin numărând din r în r începând de la primul termen al secvenței, unde r este un număr natural nenul dat. Vom învăța că o astfel de secvență se numește *progresie aritmetică*, iar r se numește *rația progresiei*.

- Regula produsului.** Numărul numerelor de n cifre cu proprietatea că pentru cifra de pe poziția k (unde $k = 1, 2, \dots, n$) există a_k posibilități de alegere, independente de alegerile cifrelor anterioare, este egal cu $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$.
- 22** Utilizând, eventual, regula produsului descrisă mai sus, determinați:
- a** câte numere de trei cifre se pot forma, folosind numai cifrele 5 și 7;
 - b** câte numere de trei cifre se pot forma, folosind numai cifrele 2, 3 și 4;
 - c** câte numere impare de patru cifre se pot forma cu numerele 1, 2, 3 și 4.
- 23** **a** Câte numere naturale de patru cifre se pot forma cu cifrele 2, 5 și 8?
- b** Câte numere naturale de patru cifre se pot forma cu cifrele 0, 2, 7?
- 24** Determinați:
- a** Câte numere naturale de 6 cifre încep cu 123?
 - b** Câte numere naturale de 6 cifre se termină cu 123?
 - c** Câte numere naturale de 6 cifre conțin secvența de cifre 123?
 - d** Câte numere naturale de 6 cifre distincte se termină cu 123?
- 25** **a** Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea unei cărți cu 100 de pagini?
- b** Pentru numerotarea paginilor unei culegeri de matematică s-au folosit 450 cifre. Câte pagini are culegerea?
- 26** **a** Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea unei cărți cu 1 024 de pagini?
- b** Pentru numerotarea paginilor unei enciclopedii s-au utilizat 3 389 cifre. Câte pagini are encyclopædia?
- 27** **a** Câte numere impare se găsesc în sirul: 17, 18, 19, ..., 173?
- b** Câte numere pare se găsesc în sirul: 3, 6, 9, 12, 15, 18, ..., 300?
 - c** Câte numere conține următorul sir: 11, 16, 21, ..., 2011?

Aprofundare



- 28** Determinați:
- a** de câte ori se folosește cifra 3 în scrierea numerelor naturale de la 1 la 100;
 - b** de câte ori se folosește cifra 1 în scrierea numerelor naturale de la 1 la 1 000.
- 29** **a** Câte numere naturale de forma \overline{aba} cu $a \neq 0$ și $a \neq b$ există?
- b** Câte numere naturale au forma \overline{abcabc} , cu $a \neq 0$ și $a \neq b \neq c \neq a$?
 - c** Câte numere naturale sunt de forma \overline{abc} , cu $a \neq 0$ și $a < b < c$?
- 30** **a** Câte numere naturale au forma \overline{abcd} , cu $a \neq 0$ și $a > b > c > d$?
- b** Câte numere naturale impare sunt de forma \overline{abcd} cu $a \neq 0$ și $a > b > c > d$?
 - c** Câte numere naturale sunt de forma \overline{abc} cu produsul cifrelor număr impar?

31 a Determinați numerele naturale de forma \overline{abc} , știind că $a + c = 3$.

b Determinați numerele naturale de forma \overline{abc} , știind că $a + c = 6 \cdot b$.

Respect pentru oameni și cărți

32 Determinați cifrele a, b, c, d, e știind că $\overline{abcd}, \overline{a4c7b}$ și $\overline{2b5de}$ sunt numere naturale pare consecutive.

33 Aflați numărul perechilor de numere naturale consecutive de forma $\overline{ab3}, \overline{ca4}$.

Probleme de șapte stele



34 Se construiește numărul natural 3535535553555... după regula: după primul trei se scrie un cinci, după al doilea trei doi de cinci, după al treilea trei se scriu trei de cinci ș.a.m.d.

a Care este cifra de pe poziția 21?

b A câtă cifră a numărului va fi a zecea cifră de 3?

35 Determinați al 13-lea număr din sirul de numere: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,

Indicație: Observați legătura între fiecare termen, începând cu al treilea, și cei doi termeni anteriori.

36 Aflați câte numere au în comun sirurile 10, 15, 20, ..., 2010 și 10, 14, 18, ..., 2010.

37 Determinați numărul termenilor secvenței

$$1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, \dots, 2513.$$

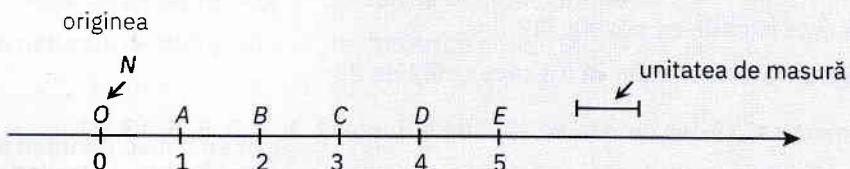
38 Determinați cifra de pe poziția 2020 a numărului:

$$A = 12222322242222522222\dots\overbrace{2011222\dots2}^{2011\text{ cifre}}.$$

Axa numerelor. O dreaptă pe care se fixează un punct, numit *origine*, un sens de deplasare și un segment numit *unitate de măsură* se numește *axa numerelor*.

Fiecare număr natural îi corespunde, pe axă, un punct. Numărul respectiv se numește *coordonata punctului*. Originea are coordonata 0 (zero).

Exemplu:



Compararea numerelor naturale. Dintre două numere naturale care au un număr diferit de cifre este mai mare numărul care are mai multe cifre. Dintre două numere naturale, care au aceeași număr de cifre, numărul mai mare este cel la care întâlnim prima cifră mai mare, când comparăm cifrele de același ordin de la stânga la dreapta. Semnele folosite în compararea numerelor sunt: $=$, $<$, $>$, \leq , \geq .

Observație. Dintre două numere naturale reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel reprezentat în dreapta celuilalt.

Aproximări, rotunjiri, estimări. Uneori, nu este necesar să știm exact toate cifrele unui număr, ci numai ordinul său de mărime. Spre exemplu, dacă la un concert participă 2103 spectatori, o cronică a concertului va menționa că au luat parte *aproximativ* 2000 de spectatori (un număr mai ușor de reținut decât 2103).

Atunci când utilizăm, în locul unui număr natural dat, un alt număr, apropiat de el, se spune că am folosit o *aproximare* a numărului respectiv. Există trei tipuri de aproximări: prin lipsă, prin adăos și prin rotunjire.

Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.), mai mic sau egal cu numărul respectiv.

Aproximarea prin adăos a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.), strict mai mare decât numărul respectiv.

Rotunjirea unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este aproximarea la ordinul considerat, prin lipsă sau prin adăos, cea mai apropiată de numărul respectiv. În cazul în care cele două aproximări sunt la fel de apropiate de număr, pentru rotunjire se ia în considerare aproximarea prin adăos.

Observație 1. Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor se obține înlocuind ultima cifră a numărului (cifra unităților) cu zero, aproximarea prin lipsă la ordinul sutelor se face înlocuind ultimele două cifre ale numărului cu zero etc.

Observație 2. Un număr natural este mai mare sau egal cu orice aproximare a sa prin lipsă (de orice ordin) și mai mic strict decât orice aproximare prin adăos.

Observație 3. Diferența între aproximările prin adăos și prin lipsă la ordinul zecilor (respectiv ordinul sutelor, miilor etc.) este egală cu 10 (respectiv 100, 1000 etc.).

Numărul	lipsă	adaos	rotunjire	lipsă	adaos	rotunjire
2 537	2 530	2 540	2 540	2 500	2 600	2 500
782	780	790	780	700	800	800
4 150	4 150	4 160	4 150	4 100	4 200	4 200

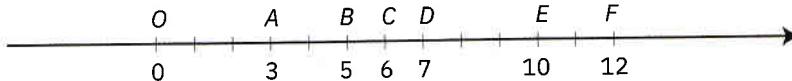
[Exersare](#)



- 1 a** Reprezentați pe axă numerele: 3, 5, 6, 7, 10, 12

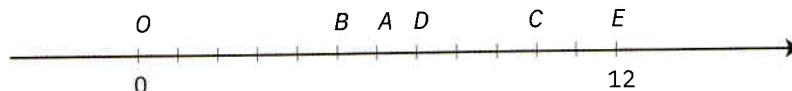
b Reprezentăți pe axa numerelor punctele $M(2)$, $N(4)$, $P(8)$, $R(9)$, $S(12)$, $T(13)$.

Rezolvare: a) Se scrie $A(3)$, $B(5)$, $C(6)$, $D(7)$, $E(10)$, $F(12)$.



- 2** Reprezentăți pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor: 0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 12.

- 3** Determinati coordonatele punctelor A, B, C și D din reprezentarea de mai jos.



- 4** Scrieti în ordine descrescătoare numerele 1 234, 1 342, 2 314, 2 143 și 4 321.

- 5** Scrieti în ordine crescătoare numerele naturale:

- a** mai mici decât 11; **b** cuprinse între 14 și 21;
c impare, cuprinse între 26 și 62; **d** pare, cuprinse între 32 și 41

- ### 6 Comparati numerele:

- a** 1 234 și 1 342; **b** 304 561 și 89 798; **c** 909 090 și 909 909.
d 13 657 și 13 675; **e** 273 747 și 276 801; **f** 789 456 și 79 456.

- 7** a) Aproximati numărul 312 483 prin lipsă la zeci, sute, mii și sute de mii.

- b** Aproximati numărul 945 366 prin adăos la zeci, sute, mii și zeci de mii.

- c) Aproximați numărul 606 101, pe rând la ordinul zecilor, sutelor, miilor, zecilor de mii și sutelor de mii, prin lipsă și prin adăugare.

- d) Rotunjiți numărul 94 169 la ordinul zecilor, sutelor, miilor și zecilor de mii.

- 8 Rotunjiți, cu aproximare la ordinul sutelor, următoarele numere:
3 672, 1 293, 7 081, 56 218, 76 398, 38 171, 48 139, 48 913, 67 009, 67 090.

- Scrieti, in ordine crescatoare, toate numerele naturale de trei cifre care:

- se pot forma cu cifrele 1, 3, 6;

- au cifre sutelelor 7, cifra unităților 6, iar cifra zecilor mai mică decât cifra sutelelor;

10 a Scrieți cel mai mic număr natural de șase cifre, nici una 0, cu cifra sutelor mai mare decât cifra unităților.

ru oameni și cărți

b) Determinați cel mai mare număr natural de șase cifre, mai mic decât cel mai mare număr natural de șase cifre diferite.

Consolidare



- 11** Determinați următoarele numere naturale:

 - a** cel mai mic număr natural impar de trei cifre;
 - b** cel mai mare număr natural par de trei cifre;
 - c** cel mai mic număr natural de trei cifre distințe;
 - d** cel mai mare număr natural format cu patru cifre distințe;
 - e** cel mai mare număr care se scrie cu trei cifre pare și două impare, toate distințe;
 - f** cel mai mic număr de forma $\overline{a2b3c4}$, cu toate cifrele distințe.

12 Fie numărul 547 689. Plasați cifra 2 între două cifre ale numărului pentru a obține cel mai mare și respectiv, cel mai mic număr posibil.

13 **a** Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor naturale cuprinse între 9 și 19. Câte puncte ati obținut?

b Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor pare cuprinse între 5 și 17. Câte puncte ati obținut?

c Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor impare cuprinse între 0 și 16. Câte puncte ati obținut?

14 Alegând convenabil o unitate de măsură, reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor: 100, 200, 325, 500.

15 Scrieți în fiecare caz patru numere naturale, cuprinse între 27 369 și 27 963, care rotunjite la ordinul sutelor sunt egale cu: **a** 27 000; **b** 27 500; **c** 28 000.

16 Se dă numerele $\overline{353a17}$ și $\overline{3b4739}$. Alegeti cifrele a și b , astfel încât:

 - a** primul număr să fie mai mare decât al doilea;
 - b** al doilea număr să fie mai mare decât primul.

Câte soluții sunt în fiecare caz?

17 **a** Fie numărul 538 629. Plasați cifra 4 între cifrele sale, astfel încât numărul obținut să fie cel mai mic posibil.

b Fie numărul 976 813. Stergeți o cifră a acestui număr, astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil.

18 Scrieți 6 numere naturale, cuprinse între 71 356 și 71 635, care se pot rotunji la:

 - a** 71 500;
 - b** 71 400;
 - c** 71 570.

19 Determinați:

 - a** câte numere naturale au aproximarea prin lipsă la ordinul zecilor egală cu 200;
 - b** câte numere naturale au aproximarea prin adaos la ordinul sutelor egală cu 500;
 - c** câte numere naturale de patru cifre se pot rotunji la ordinul sutelor, astfel încât după rotunjire să se obțină numărul 1700.

20 a Scrieți 4 numere consecutive mai mici decât 11. Câte posibilități sunt?

b Scrieți 4 numere pare consecutive mai mici decât 11. Câte posibilități sunt?

Respect pe străzile noastre și sănătatea!

c Scrieți 4 numere impare consecutive mai mici decât 11. Câte posibilități sunt?

21 Determinați toate numerele naturale de forma \overline{abc} , știind că $200 < \overline{abc} < 400$ și $c = a + b + 3$.

22 a Determinați cel mai mic număr natural de cinci cifre diferite care este mai mare decât 30 000 și are suma cifrelor sale mai mare decât 21.

b Aflați cel mai mic număr natural de cinci cifre distincte, știind că este mai mare decât 20 000 și că suma cifrelor sale este mai mare decât 18.

23 a Scrieți cel mai mic număr natural cu suma cifrelor 2018.

b Scrieți cel mai mic număr natural cu suma cifrelor este egală cu 2016, în scrierea căruia se folosesc cel puțin două cifre diferite.

24 Aflați toate numerele de 5 cifre mai mari decât 99 733 cu suma cifrelor 32.

25 Se consideră numărul 571 934.

a Înlăcuți o cifră cu alta, astfel încât să obțineți cel mai mic număr posibil.

b Stergeți o cifră și puneti o altă cifră astfel încât să obțineți cel mai mare număr posibil cu toate cifrele diferite.

Aprofundare



26 a Dacă $a \geq b \geq c \geq 2$, atunci arătați că $3 \cdot a + 4 \cdot b + 5 \cdot c > 23$.

b Dacă $a > b > c \geq 2$, atunci arătați că $7 \cdot a + 5 \cdot b + 3 \cdot c > 48$.

c Dacă $a > b > c \geq 2$ atunci arătați că $\overline{abc} \geq 432$.

27 a Scrieți numerele pare cuprinse între $\overline{4ab3}$ și $\overline{4ab8}$.

b Scrieți numerele impare cuprinse între $\overline{6ba56}$ și $\overline{6ba68}$.

28 a Determinați numărul numerelor de forma $\overline{ab3}$, cu $a + b < 6$.

b Determinați numărul numerelor pare de forma $\overline{3ab}$, cu $a + b < 6$.

c Determinați numărul numerelor impare de forma $\overline{a3b}$, cu $a + b < 6$.

29 Determinați numărul tripletelor (a, b, c) , astfel încât $\overline{12a5b} > \overline{12c56}$.

30 a Dacă $1234 < \overline{abcd} < 1256$, atunci arătați că $17 > a + b + c + d > 6$.

b Dacă $1276 > \overline{a2b5} > 1236$, atunci arătați că $8 \geq a + b > 4$.

31 a Dacă $\overline{1abc} > \overline{abc1}$, atunci arătați că $\overline{abc} < 111$.

b Dacă $\overline{ab34} > 1245 > \overline{12cd} > 1239$, atunci arătați că $a + b + c + d \geq 6$.



Probleme de șapte stele

32 Fie $A = \overline{abc}$ și $B = \overline{def}$. Știind că suma cifrelor lui A este 25 și suma cifrelor lui B este 26, determinați perechile (A, B) cu $A > B$.

33 Determinați câte numere de forma \overline{abc} verifică relația $\overline{abc} > \overline{bac}$.

34 Determinați \overline{abc} , știind că $\overline{abc} > \overline{cab}$ și că între numerele \overline{abc} și \overline{cab} se află 89 de numere naturale.