LUCIAN DRAGOMIR

ADRIANA DRAGOMIR OVIDIU BĂDESCU

PROBLEME DE MATEMATICĂ PENTRU CLASA a X-a

consolidare

Ediția a VII-a

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Editura Paralela 45

Cuprins

CAPITOLUL I. NUMERE REALE

1.1. Puteri şi radicali

Breviar teoretic

- **Ridicarea la putere naturală a numerelor reale**

  Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ şi $n \in \mathbb{N}^*$, atunci $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$, iar $a^0 = 1$

  (chestiuni cunoscute de fapt din clasele anterioare)

- **Puteri cu exponent întreg:** $c^{-n} = \dfrac{1}{c^n}$, $c \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{N}^*$.

- **Puteri cu exponent raţional:**

  Dacă $a > 0, r = \dfrac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$, atunci $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

- **Proprietăţi ale puterilor cu exponent raţional:** Dacă $a, b \in \mathbb{R}_+^*, x, y \in \mathbb{Q}$, atunci:

  1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
  2) $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
  3) $\left(a^x\right)^y = a^{x \cdot y}$
  4) $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$
  5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$
  6) $a^0 = 1$.

- **Proprietăţi ale radicalilor:**

  Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, iar $n, k \in (2\mathbb{N}+1)$ sau $a, b \in (0, +\infty)$ şi $k, n \in \mathbb{N}$, atunci:

  1) $\sqrt[n]{a^n} = a$
  2) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
  3) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$
  4) $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$
  5) $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nk]{a}$
  6) $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a < b$

Exerciţii şi probleme de consolidare

1. Stabiliţi, în fiecare dintre cazurile următoare, care dintre numerele a, b şi c este cel mai mic şi care este cel mai mare.

a) $a = 8^5, b = 4^{10}, c = 3^{20}$;

b) $a = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3, b = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2, c = \dfrac{1}{10}$;

c) $a = 3^{10}, b = 2^{20}, c = 8^4 \cdot 9^6$;

d) $a = 9^{20}, b = 2^{60}, c = 5^{40}$;

e) $a = \left(-\dfrac{1}{3}\right)^2, b = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3, c = \left(-\dfrac{1}{4}\right)^4$;

f) $a = 3^6, b = 16^4, c = 5^{12}$.

2. Pentru orice mulţime finită A se notează cu $m(A)$ şi $M(A)$ cel mai mic, respectiv cel mai mare element al mulţimii A. Determinaţi $m(A)$ şi $M(A)$ pentru fiecare dintre mulţimile de mai jos:

a) $A=\{8^2, 16^3, 4^4\}$;

b) $A=\{3^4, 7^3, 10^2\}$;

c) $A=\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^4, \left(-\frac{1}{2}\right)^3, \left(-\frac{1}{4}\right)^2\right\}$;

d) $A=\{3\cdot 5^2, 4\cdot 3^2, 5\cdot 2^3\}$;

e) $A=\{7^3, 2^9, 3^6\}$;

f) $A=\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^6, \left(\frac{1}{3}\right)^4, \left(\frac{1}{12}\right)^2\right\}$.

3. Determinaţi, în fiecare dintre următoarele cazuri, numărul întreg k pentru care $a=2^k$:

a) $a=32$; b) $a=\frac{1}{8}$; c) $a=0,25$; d) $a=0,125$; e) $a=\frac{1}{256}$; f) $a=0,0625$.

4. Determinaţi, în fiecare dintre următoarele cazuri, numărul întreg m pentru care $b=5^m$:

a) $b=125$;

b) $b=\frac{1}{25}$;

c) $b=625$;

d) $b=0,008$;

e) $b=\frac{1}{3125}$;

f) $b=3125$.

5. Dacă x şi y sunt numere raţionale nenule, atunci, pentru un număr întreg n, se notează $A_n(x,y)=x^n\cdot y^{-n}$. Stabiliţi care dintre următoarele numere sunt întregi:

a) $A_2(3,3)$;

b) $A_2\left(4,\frac{1}{2}\right)$;

c) $A_3(2,4)$;

d) $A_2(9,3)$;

e) $A_3\left(\frac{1}{27},\frac{1}{81}\right)$;

f) $A_3(5,4)$.

6. Pentru orice mulţime finită H se notează cu $m(H)$ şi $M(H)$ cel mai mic, respectiv cel mai mare element al mulţimii H. Determinaţi $m(H)$ şi $M(H)$ pentru fiecare dintre mulţimile de mai jos:

a) $H=\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \ldots, \frac{1}{2^{10}}\right\}$;

b) $H=\{(-5)^2, (-4)^2, (-3)^2, (-1)^2\}$;

c) $H=\left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, -\frac{1}{3^3}, \ldots, +\frac{1}{3^{10}}\right\}$;

d) $H=\left\{-2\frac{1}{3^9}, -3\frac{1}{2^8}, -2\frac{1}{3^7}, -3\frac{1}{2^7}\right\}$;

e) $H=\{2^{10}, 4^6, 9^3, 8^7\}$;

f) $H=\left\{\frac{1}{4}, -\frac{1}{4^2}, \frac{1}{4^3}, \ldots, -\frac{1}{4^{12}}\right\}$.

7. Determinaţi numerele întregi a şi b pentru care $2^a \cdot 3^b = \dfrac{1}{144}$.

8. Determinaţi cea mai mare şi cea mai mică valoare a expresiei:

$$E(m,n) = (-1)^m + 2\cdot(-1)^{n+1} + 3\cdot(-1)^{m+n}, \text{ unde } m,n \in \mathbb{N}.$$

9. Determinaţi numerele reale x şi y pentru care următoarele expresii au valoare minimă şi indicaţi, în fiecare caz, această valoare extremă:

a) $E = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 14$;

b) $E = x^2 + 2y^2 + 2x + 4y + 5$;

c) $E = \sqrt{x^2 + 6x + 13} + \sqrt{y^2 + 4}$;

d) $E = 2^x + 3^y + 2^{-x} + 3^{-y}$;

e) $E = (1+x)(1+y)$, dacă $x, y > 0$ şi $xy = 4$;

f) $E = x^2 + y^2$, dacă $x + y = 2$.

10. Alex trebuie să studieze care dintre elementele mulţimii:

$$A = \left\{\sqrt{2^8}, \sqrt[3]{5^6}, \sqrt[4]{4^{16}}, \sqrt[3]{-\frac{1}{27}}, \sqrt[3]{0{,}001}, \sqrt[3]{27^2}\right\} \text{ sunt raţionale.}$$

Răzvan trebuie să facă acelaşi efort pentru mulţimea:

$$R = \left\{\sqrt{3^6}, \sqrt[3]{5^9}, \sqrt[4]{2^{12}}, \sqrt[3]{-\frac{1}{64}}, \sqrt[3]{0{,}001}, \sqrt[3]{64^2}\right\}.$$

Puteţi să îi ajutaţi?

11. Determinaţi, în fiecare caz, mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care au sens (sunt bine definite) următoarele expresii:

a) $\sqrt{2x-1}$;

b) $\sqrt{3-2x} + \sqrt[4]{4x-5}$;

c) $\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x-2} + \sqrt[4]{3-x}$;

d) $\sqrt[4]{2x^2 + 3x + 4}$;

e) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{x-2}$;

f) $\sqrt{x^2 + 2x - 3} + \sqrt{x+3}$.

12. Alex şi Răzvan participă la un duel matematic (de genul celor din epoca Renaşterii). Fiecare are de rezolvat următoarele 6 probleme, toate cu acelaşi enunţ: Comparaţi numerele x şi y în fiecare caz ($[a]$ înseamnă partea întreagă a numărului real a). Evident, câştigă cel care rezolvă corect mai multe probleme. Voi sunteţi juriul (pentru asta trebuie să rezolvaţi şi voi problemele...).

a) $x = \left[\sqrt{76}\right]$ şi $y = \left[\sqrt[3]{876}\right]$;

b) $x = \left[\sqrt[4]{234}\right]$ şi $y = \sqrt[5]{49}$;

c) $x = \dfrac{1+2+3+\ldots+89}{89}$ şi $y = \left[\sqrt{2012}\right]$;

d) $x = \sqrt{3}$ şi $y = \sqrt[3]{5}$;

e) $x = \left[\sqrt{35}\right]$ şi $y = \left[\sqrt[3]{300}\right]$;

f) $x = \left[\sqrt[3]{40}\right]$ şi $y = \left[\sqrt[4]{10}\right]$.

13. Nicoleta și Laura se confruntă (și ele) cu probleme (ușoare) de matematică. Ele au de stabilit care dintre următoarele numere este mai mare:

a) $A=\sqrt[3]{3}$; b) $B=\sqrt[4]{5}$; c) $\sqrt[6]{10}$.

Aceeași întrebare: dacă o fi cumva cazul, puteți să le ajutați? (Oricum, Alex și prietenul său sunt pe fază.)

14. Cu aceeași problemă se confruntă și Cristina/Larisa: care dintre următoarele numere este mai mare:

a) $A=\sqrt[3]{2}$; b) $B=\sqrt[4]{3}$; c) $C=\sqrt[5]{4}$.

15. (O nouă încercare.) Pentru toți prietenii: Stabiliți, justificând evident răspunsul, care este cel mai mare element al mulțimii $M=\left\{\sqrt{3},\sqrt[3]{4},\sqrt[4]{6}\right\}$.

16. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt raționale:

a) $\sqrt{16\cdot 3^4}$;
b) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 2^{-5}}$;
c) $\sqrt[4]{81\cdot\frac{1}{256}}$;
d) $\sqrt[12]{8^2\cdot 5^6}$;
e) $\sqrt[6]{27\cdot 125}$;
f) $\sqrt[3]{\frac{108}{32}}$.

17. Stabiliți și care dintre următoarele numere sunt raționale:

a) $\left(\sqrt[4]{3}\right)^8$;
b) $\left(\sqrt[6]{\left(\frac{1}{5}\right)^2}\right)^3$;
c) $\left(\sqrt[3]{\left(\frac{2}{7}\right)^2}\right)^6$;
d) $\sqrt[3]{3\cdot\sqrt{81}}$;
e) $\sqrt{\sqrt{256a^4b^{16}}}$, $a,b\in\mathbb{Q}$;
f) $\sqrt[3]{\frac{a^6b^9}{125}}$, $a,b\in\mathbb{Q}$.

18. Scrieți următoarele numere sub forma $a\cdot\sqrt[n]{p}$ sau $a\cdot\sqrt[n]{p\cdot q}$, cu $a\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{N}, n\geq 2$ și p,q numere prime:

a) $\sqrt{2^5}$; b) $\sqrt[3]{3^4}$; c) $\sqrt[3]{2^7}$; d) $\sqrt[4]{32}$; e) $\sqrt[5]{64}$; f) $\sqrt[3]{48}$.

19. Același enunț ca și la exercițiul anterior:

a) $\sqrt{98}$; b) $\sqrt{45}$; c) $\sqrt[3]{54}$; d) $\sqrt[3]{80}$; e) $\sqrt[4]{162}$; f) $\sqrt[4]{240}$.

20. Câte numere raționale conțin mulțimile:

$$A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\dots,\sqrt{2012}\right\} \text{ și } B=\left\{\sqrt[3]{1},\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{3},\dots,\sqrt[3]{2012}\right\}?$$

21. Raționalizați numitorii fracțiilor:

a) $\dfrac{1}{3+\sqrt{2}}$; c) $\dfrac{3}{2\sqrt{3}-1}$; e) $\dfrac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$;

b) $\dfrac{2}{3+2\sqrt{2}}$; d) $\dfrac{4}{\sqrt{5+\sqrt{2}}}$; f) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$.

22. Determinați $n\in\mathbb{N}$ pentru care $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2012.$

23. Raționalizați numitorii fracțiilor:

a) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; b) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{5}}$; c) $\dfrac{4}{\sqrt[3]{7^2}}$; d) $\dfrac{5}{\sqrt[5]{3^4}}$; e) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}}$; f) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}}$.

24. Scrieți următoarele numere sub forma $a\cdot\sqrt[n]{p}$ sau $a\cdot\sqrt[n]{p\cdot q}$, cu $a\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{N}, n\geq 2$ și p, q numere prime:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{2^4}\cdot\sqrt[6]{2^2\cdot 3^3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{16}}$; d) $\dfrac{\sqrt[5]{3^4\cdot 7^2}\cdot\sqrt[10]{63}}{\sqrt{21}}$;

b) $\dfrac{\sqrt[4]{3^2\cdot 5^3}\cdot\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[12]{5}}$; e) $\sqrt{75}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{48}$;

c) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{242}+\sqrt{32}$; f) $\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{432}+\sqrt[3]{250}$.

25. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt raționale:

a) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt[3]{4\sqrt{2}}$; c) $\left(3^{-1}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(3^{2}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(3^{5}\right)^{\frac{2}{3}}$; e) $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{3}\cdot\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{2}\cdot\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{9}}$

b) $\sqrt[3]{5\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}}\cdot\sqrt{5}\cdot 5^{-\frac{1}{12}}$; d) $\sqrt{2\sqrt{8}}\cdot\sqrt{8\sqrt{2}}$; f) $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{3}\cdot\left(5^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot 5^{-\frac{1}{6}}$.

26. Stabiliți și care dintre următoarele numere sunt raționale:

a) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[12]{2^5}$;

b) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{9}$;

c) $\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}\cdot\left(2^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}$;

d) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[6]{3^5}$;

e) $\sqrt[3]{3\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2\sqrt[3]{3}}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}$;

f) $\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\left(3^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{3}{5}}\cdot\left(3^{\frac{9}{4}}\right)^{\frac{8}{3}}$.

27. Comparați numerele a și b, știind că:

a) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{a}\le\left(2-\sqrt{3}\right)^{-b}$;

b) $\left(3-2\sqrt{2}\right)^{a}\le\left(3+2\sqrt{2}\right)^{-b}$;

c) $\left(\frac{3}{\pi}\right)^{a}\ge\left(\frac{3}{\pi}\right)^{b}$;

d) $\left(\sqrt{2}-1\right)^{a}<\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}\right)^{b}$;

e) $\left(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}\right)^{a}<\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}\right)^{b}$;

f) $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\right)^{a}>\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\right)^{b}$.

28. Se consideră expresia $E(x)=\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{x}}\cdot\sqrt[4]{\sqrt[3]{x}}\cdot\sqrt[5]{\sqrt[4]{x}}$, $x\ge 0$. Calculați $E(32)$.

29. Dacă $F(x)=x\cdot\sqrt[3]{x^2\cdot\sqrt{x}}$, $x\ge 0$, calculați $F(a)$, pentru $a=\sqrt[11]{27^2}$.

30. Se consideră expresia $G(t)=\sqrt[3]{t\cdot\sqrt{t}}\cdot\sqrt{t\cdot\sqrt[3]{t}}\cdot\sqrt{t}$, $t\ge 0$.

Calculați $G(r)$, unde $r=\sqrt[5]{4^3}$.

31. Se consideră expresia $E(x,y)=\frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[12]{y^{10}}}\cdot\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[3]{y}}{\sqrt[4]{x\cdot y^{-1}}}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{x^{-\frac{3}{8}}}{y^{-\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{4}{3}}$. Calculați $E(4,16)$.

32. Se consideră expresia $E(a,b)=\left(\frac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2+2ab}\right)^{-\frac{3}{2}}$. Calculați $E(3,1)$.

33. Calculați $F(a)$ în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $F(x)=x^4-4x^3+8x$, $a=1+\sqrt{3}$;

b) $F(x)=10x^2-x^4$, $a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$;

c) $F(x)=4x^3-8x^2+2x+3$, $a=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$;

d) $F(t)=t^3-6t^2+12t$, $a=2+\sqrt[3]{2}$;

e) $F(s)=s^3-6s$, $a=\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$;

f) $F(u)=8u^3-12u^2+6u$, $a=\dfrac{1+\sqrt[3]{2}}{2}$.

34. Se consideră numerele reale strict pozitive a și b pentru care $a^2=2$ și $b^6=11$. Notăm $m=\min\{a,b\}$ și $M=\max\{a,b\}$. Determinați mulțimea:

$$H=\left\{x\in\mathbb{Z}/m<\sqrt[3]{x}<M\right\}.$$ (Teză 1990)

35. Se consideră expresia $E(a,b)=\dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}\cdot\left(\dfrac{a^{-\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[3]{b^6}}{\sqrt[4]{a^{-1}b^2}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\dfrac{b^{\frac{3}{16}}}{a^{-\frac{3}{4}}}\right)^{\frac{4}{3}}$. Calculați $E\left(2,\dfrac{1}{16}\right)$.

36. Se consideră expresia $E(x)=\left(x^{\frac{1}{8}}-1\right)\left(x^{\frac{1}{8}}+1\right)\left(x^{\frac{1}{4}}+1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)(x+1)$.

Determinați cel mai mic număr natural n pentru care $E(n)>2012$.

37. Cât este partea fracționară a numărului $\sqrt{38}$?

38. Calculați partea întreagă a fiecăruia dintre următoarele numere:

a) $1-\sqrt{2}$;

b) $\sqrt{2}+\sqrt{7}$;

c) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$;

d) $\sqrt[3]{33}$;

e) $1+\sqrt[3]{3}$;

f) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

39. Calculați partea întreagă a numărului $\sqrt[2012]{2012}$.

40. Stabiliți care dintre următoarele afirmații este adevărată:

a) $x,y\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\Rightarrow(x+y)\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$;

b) $x\in\mathbb{Q},y\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\Rightarrow(x+y)\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$;

c) $(x+y)\in\mathbb{Q}\Rightarrow xy\in\mathbb{Q}$;

d) $xy\in\mathbb{Q}\Rightarrow x\in\mathbb{Q}$ sau $y\in\mathbb{Q}$;

e) $\sqrt{xy}\in\mathbb{Q}\Rightarrow\sqrt[3]{x}\in\mathbb{Q}$ sau $\sqrt[3]{y}\in\mathbb{Q}$.

f) $\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}\right)\in\mathbb{Q}\Rightarrow\sqrt{x}\in\mathbb{Q}$ sau $\sqrt{y}\in\mathbb{Q}$.

41. Determinați numerele întregi a, b pentru care $\dfrac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=a+b\sqrt{2}$.

42. Determinați numerele întregi c, d pentru care $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=c+d\sqrt{6}$.

43. Determinați numerele întregi m, n, p pentru care $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=m+n\sqrt{2}+p\sqrt{3}$.

44. Determinați numerele întregi a, b pentru care $\dfrac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=a+b\sqrt{2}$.

45. Determinați numerele raționale p, q pentru care $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}=p+q\sqrt{3}$.

46. Determinați numerele raționale r, s pentru care $\dfrac{1+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}}=r\cdot\sqrt[3]{2}+s\cdot\sqrt[3]{4}$.

47. Comparați, în fiecare dintre cazurile următoare, numerele indicate:

a) $a=\sqrt{3}$ și $b=\sqrt[6]{26}$;
b) $c=\sqrt[3]{4}-1$ și $d=\sqrt[6]{17}-1$;
c) $p=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$ și $q=\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$;
d) $a=\sqrt{10}+\sqrt{15}$ și $b=\sqrt{8}+\sqrt{17}$;
e) $c=\sqrt{12}-\sqrt{11}$ și $d=\sqrt{11}-\sqrt{10}$;
f) $p=1+\sqrt[3]{7}$ și $q=2+\sqrt[3]{3}$.

48. Scrieți aproximările prin lipsă, cu eroare mai mică de 10^{-2}, pentru numerele:

a) $\sqrt{15}$; b) $\dfrac{22}{7}$; c) $\dfrac{25}{8}$; d) $\dfrac{28}{9}$; e) $\sqrt{35}$; f) $\sqrt[3]{2}$.

49. Scrieți aproximările prin adaos, cu eroare mai mică de 10^{-1}, pentru fiecare dintre numerele:

a) $\sqrt{10}$; b) $\sqrt{65}$; c) $\dfrac{22}{7}$; d) $\dfrac{1}{7}$; e) $\dfrac{3}{5}$; f) $\dfrac{10}{3}$.

50. Se consideră $0,a_1a_2...a_n...$ scrierea zecimală a numărului $\dfrac{1}{7}$. Determinați a_{2011}, apoi calculați sumele $S=a_1+a_2+a_3+...+a_{2011}$ și $T=a_1+a_3+a_5+...+a_{2011}$.