

Libris

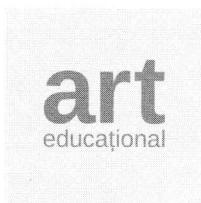
CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ

Respect pentru oameni și cărți



LuminaMath

Culegere de probleme pentru clasa a V-a



Cuprins

Capitolul I - Numere naturale	9
1. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Operații cu numere naturale.	10
2. Baze de numerație	21
3. Ridicarea la putere a unui număr natural cu exponent natural	23
4. Divizibilitatea numerelor naturale	28
5. Ecuații. Inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul lor.	30
Capitolul II - Multimi	33
Capitolul III - Elemente de geometrie. Unități de măsură.	35
Capitolul IV - Probleme de combinatorică	39
Capitolul V - Numere raționale	46
Soluții	49
I.1 - Compararea și ordonarea numerelor naturale. Operații cu numere naturale.	50
I.2 - Baze de numerație	61
I.3 - Ridicarea la putere a unui număr natural cu exponent natural	63
I.4 - Divizibilitatea numerelor naturale	68
I.5 - Ecuații. Inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul lor.	70
II - Multimi	73
III - Elemente de geometrie. Unități de măsură.	74
IV - Probleme de combinatorică	77
V - Numere raționale	83
Subiecte „LuminaMath” 2005	85
Subiecte „LuminaMath” 2008	89
Subiecte „LuminaMath” 2009	93
Subiecte „LuminaMath” 2009* (Ediția a II-a)	97
Subiecte „LuminaMath” 2010	101
Subiecte „LuminaMath” 2011	105
Subiecte „LuminaMath” 2012	109
Subiecte „LuminaMath” 2012* (Ediția a II-a)	113
Subiecte „LuminaMath” 2013	117
Subiecte „LuminaMath” 2014	121
Bareme	125

73645811
Capitolul 1

**Numere
naturale**

1. Ordinea descrescătoare a numerelor aaaa, abab, bbbb, baba dacă $a < b$ este:

A) aaaa, bbbb, abab, baba
 B) abab, aaaa, bbbb, baba
 C) bbbb, baba, abab, aaaa
 D) bbbb, abab, baba, aaaa
 E) baba, aaaa, bbbb, abab

(2005 – S2)

2. Media aritmetică a trei numere pare consecutive este 102. Dublul sumei celor trei numere este:

A) 306 B) 804 C) 612 D) 102 E) 605

(2005 – S8)

3. Dacă $a=3$, $b-c=8$ și $d=1$, atunci $S=a^3+3ab-3ac+d^2$ are valoarea:

A) 200 B) 100 C) 82 D) 103 E) 150

(2005 – S9)

4. Calculați suma următoare $S=14+16+18+\dots+206$.

A) 10712 B) 11770 C) 15776
 D) 19776 E) 10670

(2005 – S10)

5. Un distribuitor de telegramme spune:

„Astăzi am urcat de 5 ori la etajul 10 și de 10 ori la etajul 5. Dacă nu aş fi coborât până jos de fiecare dată după ce am înmânat câte o telegramă, ci aş fi urcat mereu, la ce etaj aş fi ajuns?”

A) 98 B) 110 C) 102 D) 100 E) 105

(2005 – S14)

6. Calculați dublul sumei: $2+4+6+\dots+100$.

A) 5100 B) 5130 C) 5110 D) 4000 E) 3800

(2005 – S22)

7. Dacă n este număr natural, atunci care din următoarele numere este impar?

A) $5n$ B) n^2+5 C) n^3 D) $n+16$ E) $2n^2+5$

(2005 – S32)

8. Rezultatul calculului $10-[2\cdot(7-4)-(2+4)\cdot 3]$ este egal cu:

A) -8 B) -7 C) 5 D) 6 E) -6

(2005 – S34)

9. Calculați: $2005 \cdot 2004 - 2004 \cdot 2003 - 2 \cdot 2003$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2005 – S35)

10. Dacă a și b sunt numere întregi, astfel încât $ab=36$, atunci care din următoarele afirmații este cu siguranță falsă?

A) a și b pot fi pare
 B) a și b pot fi negative
 C) a și b pot fi impare
 D) a sau b este par
 E) a sau b este negativ

(2005 – S38)

11. Numerele naturale a , b , c îndeplinesc simultan condițiile $2a+3b+6c=37$ și $8a+7b+4c=53$. Calculați $b+4c$.

A) 20 B) 16 C) 90 D) 45 E) 19

(2005 – S39)

12. Un număr natural x împărțit la 9 dă restul 2 și împărțit la 6 dă restul 5. Ce rest se obține dacă împărțim pe x la 18?

A) 11 B) 7 C) 3 D) 13 E) 15

(2005 – S40)

13. Calculând $11 \cdot 9 + 11 \cdot 21 + 11 \cdot 25 + 11 \cdot 66$ obținem:

- A) pătratul unui număr natural
- B) un număr divizibil cu 2
- C) cubul unui număr natural
- D) un număr divizibil cu 5
- E) un număr divizibil cu 10

(2008 – S4)

14. Dacă $a + 3b = 7$, $3b + 2c = 9$ și $c + d = 1$ unde $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$, aflați valoarea expresiei $2a+15b+10c+4d$.

- A) 44
- B) 43
- C) 42
- D) 41
- E) 45

(2008 – S6)

15. Fie x impar și y par două numere naturale. Din următoarele câte sunt numere pare?

- I) $x^2 + 3xy$
- II) $xy + y^2$
- III) $3xy + y^2$
- IV) $y^2 + 2x^2$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

(2008 – S10)

16. Fie sirul de numere naturale: 1, 3, 7, 15, 31. Următorii doi termeni ai sirului sunt:

- A) 0 și 1
- B) 45 și 63
- C) 27 și 127
- D) 63 și 127
- E) 34 și 125

(2008 – S17)

17. Calculați suma cifrelor numărului A, unde:

$$A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{10 \text{ cifre}}$$

- A) 15
- B) 10
- C) 9
- D) 46
- E) 102

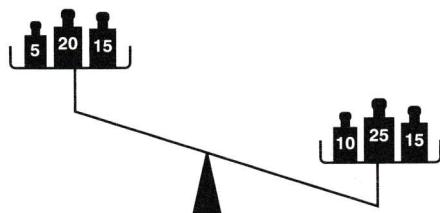
(2008 – S20)

18. O stradă are casele numerotate cu numere pare până la 120, inclusiv, și cu numere impare până la 33, inclusiv. Câte case sunt pe stradă?

- A) 77
- B) 80
- C) 90
- D) 153
- E) 49

(2009 – S1)

19.



Dacă un copil vrea să echilibreze cânțarul din figură, care dintre greutăți trebuie schimbată între ele?

- A) 5 cu 15
- B) 15 cu 25
- C) 15 cu 10
- D) 20 cu 25
- E) 20 cu 15

(2009 – S3)

20. Fie $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ astfel încât dacă împărțim numărul $(x+3)$ la 2 obținem câtul y și restul 1, iar dacă împărțim numărul $(x+5)$ la z obținem câtul 2 și restul 1. Relația dintre y și z este:

- A) $z=y$
- B) $z=y+1$
- C) $z=y+2$
- D) $z=y+3$
- E) $z=y+6$

(2009 – S5)

21. Înmulțind numărul \overline{xy} cu 23, Andrei greșește și în loc de

$$\begin{array}{r} \overline{xy} \times \\ \overline{23} \\ \hline \overline{ab} \\ \overline{cd} \\ \hline \overline{mnp} \end{array}$$

el scrie $\begin{array}{r} \overline{xy} \times \\ \overline{23} \\ \hline \overline{ab} \\ \overline{cd} \\ \hline \overline{992} \end{array}$. Găsiți mnp.

- A) 702
- B) 713
- C) 815
- D) 824
- E) 919

(2009 – S9)

22. Dacă numărul natural n împărțit la 96 dă restul 69, atunci n împărțit la 32 dă restul:

- A) 1
- B) 3
- C) 5
- D) 23
- E) 27

(2009 – S11)

23. Știind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \cdot n$, unde $n \in \mathbb{N}$, aflați restul împărțirii: $(10! + 9!):(10! - 9!)$.

- A) 5
- B) 3
- C) 9
- D) 2
- E) $9! \cdot 2$

(2009 – S14)

24. Matei are o cutie cu bile albe, galbene, roșii, verzi și maro. Cele albe sunt mai puține decât cele galbene și mai multe decât cele roșii, cele verzi sunt mai multe decât cele galbene, iar cele roșii sunt mai multe decât cele maro. Câte bile are Matei în cutie dacă verzi sunt 9, albe 7 și maro 5?

- A) 16 B) 30 C) 21 D) 100 E) 35

(2009 – S17)

25. Numerele naturale a , b și c îndeplinesc simultan condițiile: $a+b+c=72$ și $a+3b-2c=50$. Calculați $3a+5b$.

- A) 50 B) 72 C) 122 D) 194 E) 491

(2009 – S20)

26. Scrieți numărul $n=(134 \cdot 131 - 131 \cdot 132 + 2) : 2$ ca produs de două numere naturale consecutive.

- A) $9 \cdot 10$ B) $10 \cdot 11$ C) $11 \cdot 12$ D) $12 \cdot 13$ E) $13 \cdot 14$

(2009 – S23)

27. Fie a , b , $c \in \mathbb{N}^*$ distințe. Dacă sunt îndeplinite condițiile $2a+3b=c+13$ și $3a+2b=17-c$, câte valori distințe poate lua c ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2009 – S26)

28. Știind că $n!=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$, aflați ultima cifră a numărului: $2009!+9002!$

- A) 0 B) 2 C) 1 D) 6 E) 9

(2009* – S1)

29. Stergeți trei cifre din 3092581 pentru a obține cel mai mare număr. Care sunt cele trei cifre?

- A) 2, 5, 1 B) 0, 2, 1 C) 3, 0, 1
D) 3, 0, 2 E) 0, 5, 1

(2009* – S2)

30. Aflați suma numerelor de formă $4k+3$, unde k este număr natural nenul, mai mic decât 51.

- A) 5150 B) 5460 C) 5253 D) 5350 E) 5250

(2009* – S3)

31. Numărul cifrelor X care verifică relația $\overline{15X9} > \overline{15XX}$ este:

- A) 9 B) 10 C) 8 D) 6 E) 7

(2009* – S5)

32. Aflați suma ultimelor 100 de cifre ale numărului:

$$A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 2008 \cdot 2009 + 2009.$$

- A) 11 B) 2009 C) 5050 D) 0 E) 10

(2009* – S6)

*	●	●	*	10
▲	▲	*	●	15
*	●	▲	*	13
*	●	*	▲	11 ?

33.

În tabelul de mai sus fiecare semn reprezintă o valoare numerică, iar numerele din afara tabelului reprezintă suma valorilor de pe linia sau coloana respectivă. Ce număr înlocuiește semnul întrebării?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

(2009* – S8)

34. Un număr de trei sau mai multe cifre diferite este numit "ondulat" dacă printre cifrele lui nu există trei cifre alăturate a , b , c care să satisfacă vreunul dintre şirurile de inegalități $a < b < c$ sau $a > b > c$. Care este diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr "ondulat" de patru cifre?

- A) 8853 B) 8763 C) 8754 D) 8835 E) 8583

(2009* – S9)

35. Suma a 3 numere este 83. Dacă împărțim primul număr la al doilea obținem câtul 3 și restul 1, iar dacă împărțim al doilea număr la al treilea obținem câtul 3 și restul 1. Cele 3 numere sunt:

- A) 6; 27; 50 B) 4; 21; 58 C) 6; 19; 58
 D) 8; 20; 55 E) 6; 20; 59

(2009* – S12)

36. Numărul 238 împărțit la un număr de 2 cifre impare identice dă restul 18. Aflați suma dintre împărtitor și cât.

- A) 49 B) 32 C) 31 D) 59 E) 55

(2009* – S13)

37. Găsiți suma numerelor x , y și z , folosind următoarea înmulțire:

$$\begin{array}{r} 234 \times \\ \overline{xyz} \\ \hline 702 \\ 234 \\ \hline 28782 \end{array}$$

xyz este scris în baza zece.

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 12

(2009* – S15)

38. Media aritmetică a două numere naturale este 8. Dacă la numărul mai mic adunăm 2, atunci numerele devin egale. Cele două numere sunt:

- A) 7; 9 B) 8; 8 C) 11; 5 D) 10; 6 E) 1; 15

(2009* – S16)

39. Dacă n este cea mai mare cifră impară, atunci cel mai mare număr par cuprins între numerele $2 \cdot n + 3$ și $2 \cdot n + 11$ este:

- A) 28 B) 38 C) 22 D) 36 E) 23

(2009* – S20)

40. Câtul împărțirii numărului $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 8 + 71$ prin 60 este:

- A) 670 B) 672 C) 671 D) 674 E) 673

(2009* – S21)

41. Suma numerelor naturale care împărțite la 2009 dau câtul 10 este:

- A) 2009^2 B) $2009 \cdot 20090$ C) $2009 \cdot 21096$
 D) $2009 \cdot 21096$ E) $2009 \cdot 21094$

(2009* – S24)

42. Un număr de mai multe cifre este numit "optimist" dacă cifrele lui cresc de la stânga la dreapta. Dacă cifrele descresc de la stânga la dreapta, atunci numărul este numit "pesimist". Suma a două numere de șapte cifre formate din aceleași cifre, unul "optimist" și unul "pesimist" este 11001000. Care este cifra din mijloc a numărului "optimist"?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 3 E) 0

(2009* – S28)

43. Efectuând calculul: $2009 \cdot 36 + 2009 \cdot 64 - 2009 \cdot 99$ se obține:

- A) succesorul lui 2009
 B) un număr format din 5 cifre
 C) un număr par
 D) un număr care se împarte exact la 41
 E) un număr care este egal cu răsturnatul său

(2009* – S30)

44. Dacă $3x+2y=15$ și $y+3z=17$, atunci cu cât este egal numărul $n=6x+7y+9z$?

- A) 32 B) 81 C) 78 D) 94 E) 89

(2009* – S38)

45. Calculați $2+22+222+2222-1-11-111-1111$.

- A) 1233 B) 1223 C) 1234 D) 1244 E) 1245

(2010 – S4)

46. Fie $S=101+1001+10001+\dots+\underbrace{1000\dots000}_\text{2010 cifre de 0} 1$.

Câte cifre distințe conține suma?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

(2010 – S6)

47. La triplul numărului 175 adunăm dublul numărului 235. Numărul obținut se împarte la 5. Ce număr obținem?

- A) 235 B) 199 C) 35 D) 82 E) 0

(2010 – S7)

48. Fie a, b, c trei numere naturale astfel încât $3a+b=79$ și $6a+2b+3c=200$. Valoarea numărului $15a+5b+2c$ este:

- A) 393 B) 600 C) 420 D) 432 E) 423

(2010 – S9)

49. Aflați cea mai mică valoare a lui $x+y$, știind că x și y sunt numere naturale și $2x+3y=12$.

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2010 – S10)

50. Care este cel mai mare număr de numere naturale mai mici decât 45 care pot fi scrise astfel încât nici unul să nu fie dublul altuia?

- A) 17 B) 22 C) 23 D) 30 E) 31

(2010 – S13)

51. Calculând $5+10+15+\dots+2010$ obținem:

- A) 405016 B) 405019 C) 405018
D) 405017 E) 405015

(2010 – S15)

52. Suma numerelor naturale pare care împărțite la 29 dau restul egal cu dublul câtului este:

- A) 1376 B) 1637 C) 2010 D) 7136 E) 1736

(2010 – S17)

53. Numărul natural care se împarte exact la 17 și care prin împărțirea la 16 dă restul 15 și câtul egal cu cel de la împărțirea la 17 este:

- A) 255 B) 245 C) 1000 D) 1050 E) 272

(2010 – S18)

54. Când împărțim un număr de două cifre la suma cifrelor sale care este cel mai mare rest pe care-l putem obține?

- A) 14 B) 9 C) 17 D) 15 E) 16

(2010 – S19)

55. Suma resturilor obținute prin împărțirea la 2 a numerelor naturale de 2 cifre este:

- A) 90 B) 89 C) 91 D) 45 E) 50

(2010 – S23)

56. Fie $n=1\cdot 2\cdot 3\cdots 2010+1+2+3+\dots+2010+2011$. Restul împărțirii numărului n la 201 este egal cu:

- A) 10 B) 5 C) 2 D) 1 E) 0

(2010 – S24)

57. Fie numărul $S=70+7070+\dots+\underbrace{7070\dots70}_{200 \text{ de cifre}}$. Ultima cifră nenulă a sumei este:

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

(2010 – S34)

58. Produsul vârstelor a 4 copii este 24. Dacă doi dintre ei sunt gemeni, cel mai mare cântă la pian, iar cel mai mic are ochii verzi, aflați suma vârstelor știind că vârstele sunt numere naturale.

- A) 9 B) 12 C) 10 D) 11 E) 13

(2010 – S39)

59. Treimea sfertului numărului 3408 este numărul egal cu:

- A) 449 B) 284 C) 459 D) 500 E) 280

(2011 – S1)

60. Cel mai mic număr de cifre ce pot fi șterse din numărul 12323314 pentru a obține un număr ce se citește identic de la stânga la dreapta cât și de la dreapta la stânga, este egal cu:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2011 – S5)