gama®

Eduard Dăncilă ◆ Ioan Dăncilă

Cum să reușești fără să TOCEȘTI la matematică!

Capitolul 1

Metode elementare de rezolvare a problemelor

Care sunt pașii în rezolvarea unei probleme?

Pasul 1. Înțelege problema (acționează ca un detectiv!)

- Ai înțeles toate cuvintele din enunț?
- Știi ce se dă?
- Știi ce se cere?
- Poți să redai problema în propriile cuvinte?
- Ai suficiente date?
- Sunt informații de care nu ai nevoie?
- Ai întâlnit probleme asemănătoare?

Pasul 2. Fă-ți un plan (acționează ca un arhitect!)

Folosește toate indiciile pentru a utiliza metoda adecvată de rezolvare:

- metoda reducerii la unitate;
- metoda comparației;
- metoda figurativă;
- metoda mersului invers;
- metoda falsei ipoteze.

Pasul 3. Execută planul elaborat (acționează ca un constructor!)

- Aplică strategia găsită și fă calculele necesare.
- Scrie calculele suficient de clar încât să te poți referi în continuare la ele și verifică-le.
- Scrie cu atenție propozițiile de răspuns.

Pasul 4. Întoarce-te la enunț (acționează ca un judecător!)

- Răspunsurile găsite satisfac toate condițiile problemei?
- Sunt rezonabile?
- Nu există o soluție mai simplă?

Observație importantă:
Neglijarea pasului 4 este o sursă de soluții imposibile, inadmisibile.

Reține esențialul!

Schema procesului de rezolvare a unei probleme:

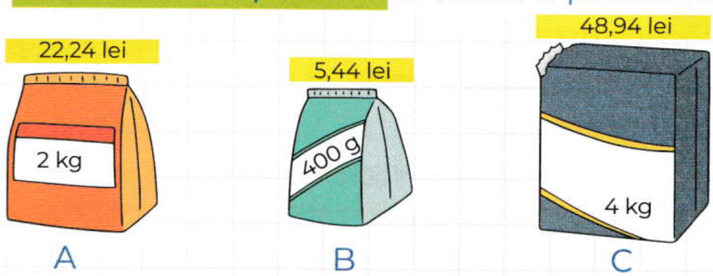
Metoda reducerii la unitate

Când și cum se utilizează?

Se utilizează adeseori în viața curentă, când răspunsul la întrebare se poate afla prin compararea mărimilor date cu o aceeași mărime considerată valoare unitară.

Exemplul 1

Iată trei prezentări ale detergentului preferat:
Întrebarea *Pe care îl cumpărăm?* creează o problemă.



Rezolvare

Pasul 1

Sunt prezentate trei variante ale aceluiași detergent cu prețuri diferite și dorim să alegem inteligent varianta cea mai avantajoasă.

Pasul 2

Indiciile ne sugerează utilizarea metodei reducerii la unitate, în care câtul dintre numerele care reprezintă prețul, respectiv greutatea pentru o unitate de cost – în acest caz, gramul – ne va determina decizia în cele trei variante.

Pasul 3

Se va calcula **prețul unui gram** de detergent în fiecare variantă.

A 2224 bani : 2000 g = 1,112 bani/gram
B 544 bani : 400 g = 1,360 bani/gram
C 4894 bani : 4000 g = 1,223 bani/gram

Din comparații se observă că în prezentarea A, pachetul clasic, un gram de detergent este cel mai ieftin.
Așadar, vom cumpăra detergentul preferat în prezentarea A.

Pasul 4

Răspunsul găsit satisface toate condițiile problemei.

Exemplul 2

Zilnic, cei trei iepuri pe care-i îngrijește Dănuț mănâncă $\frac{9}{5}$ kg de morcovi. Dănuț vrea să mai cumpere încă 2 iepuri de același soi. Câte kg de morcovi vor mânca zilnic cei 5 iepuri?

Rezolvare

Câte kilograme de morcovi mănâncă zilnic un iepure (o unitate)?
Aflăm mai întâi câte kilograme de morcovi mănâncă zilnic un iepure (o unitate).

$\frac{9}{5}$ kg : 3 = $\frac{3}{5}$ kg

5 iepuri vor mânca zilnic $\frac{3}{5} \times 5 = 3$ kg de morcovi

Exemplul 3

Dintr-o tonă de ambalaje din PVC recuperate, se obțin prin reciclare 750 de kg de PVC reutilizabil.
Câte kilograme de ambalaje trebuie recuperate pentru o tonă de PVC reutilizabil?

Rezolvare

Din câte kilograme de ambalaje PVC se obține 1 kg (o unitate) de PVC reutilizabil?

$$1000 : 750 = \frac{4}{3} \text{ kg.}$$

Pentru a obține 1000 de kilograme de PVC recuperabil reciclăm

$$1000 \times \frac{4}{3} \approx 1333 \text{ kg de ambalaje.}$$

Metoda comparației

Când se utilizează?

Atunci când cele două mărimi (necunoscute) sunt prezentate împreună în două situații diferite.

Cum se utilizează?

Deducem dintr-una dintre situații, să zicem din prima (I), o a treia (III) în care o cantitate dintr-o mărime să fie aceeași cu cantitatea mărimii respective din a doua (II) situație prezentată. În acest fel, compararea situațiilor II și III permite identificarea uneia dintre mărimi.
Imediat se poate afla și cea de-a doua mărime.

Aceasta este una dintre metodele (aritmetice) care pregătesc metodele algebrice de rezolvare a sistemelor liniare.

Exemplul 1

Un turist trecând pe lângă o turmă:
— Bună ziua, baciule! Cât costă o oaie? Dar un miel?
— Dacă îți spun că o oaie și 5 miei costă 1600 de lei, dar un miel este de trei ori mai ieftin decât o oaie, vei putea calcula cât costă un miel și cât o oaie, răspunde ciobanul.

Rezolvare

Turistul a sistematizat datele problemei prezentate de cioban.

O oaie plus 5 miei costă împreună 1600 lei.
O oaie costă cât 3 miei.

Apoi a înlocuit în prima propoziție oaia cu 3 miei și a calculat:

3 miei + 5 miei = 1600 lei, deci

1 miel = 1600 : 8 = 200 lei.

În final a calculat că o oaie costă:

3 × 200 = 600 lei.

Exemplul 2

Un ogar urmărește o vulpe care, inițial, este la 12 sărituri de vulpe înaintea lui.
Câte sărituri va face ogarul ca să ajungă vulpea, dacă el face 7 sărituri în timp ce vulpea face 8 și, în 5 sărituri, ogarul parcurge aceeași distanță pe care o face vulpea în 6 sărituri?

Rezolvare

Sistematizăm astfel datele:

Ogarul		Vulpea
7 sărituri	**în timpul a**	8 sărituri
5 sărituri	**fac cât**	6 sărituri

Aducând la același termen de comparație

35 sărituri	**în timpul a**	40 sărituri
35 sărituri	**fac cât**	42 sărituri

Așadar, după fiecare 35 de sărituri, ogarul parcurge în plus (se apropie de vulpe) o distanță cât două sărituri de vulpe.
Cum vulpea este înaintea ogarului cu 12 sărituri (de vulpe), acesta va trebui să recupereze distanța ce-i separa inițial efectuând de 12 : 2 = 6 ori câte 35 de sărituri, adică:

35 × 6 = 210 sărituri.

Așadar, după 210 sărituri de-ale sale, ogarul va ajunge vulpea.

Metoda falsei ipoteze

Când se utilizează?

Când emiterea uneia sau mai multor ipoteze, cu scopul de a sesiza nepotriviri cu enunțul și cauzele lor, sugerează ce modificări trebuie făcute pentru a găsi răspunsul.

Exemplul 1

Într-un bloc sunt 18 apartamente cu câte două sau cu câte trei camere, în total 39 de camere.
Câte apartamente sunt cu 2 camere, câte cu 3?

Rezolvare

Falsa ipoteză: Presupunem că toate apartamentele ar avea 2 camere și, atunci, rezultă că blocul ar avea 2 × 18 = 36 camere, o nepotrivire cu 39 − 36 = 3 camere. Așadar, trebuie să fie și apartamente cu câte 3 − 2 = 1 camere în plus, respectiv trei apartamente cu câte trei camere.
Apartamente cu 2 camere sunt 18 − 3 = 15.

Verificare

3 × 3 + 15 × 2 = 39 camere.

Exemplul 2

Într-o sală mică sunt copii și bănci. Dacă pe fiecare bancă s-ar așeza câte 2 copii, atunci 7 dintre ei ar rămâne în picioare.
Dacă pe fiecare bancă s-ar așeza câte 3 copii, atunci 5 bănci ar rămâne neocupate.
Să se determine numărul copiilor și numărul băncilor.

Rezolvare

Facem mai multe presupuneri:

I. Presupunem că în sală sunt 8 bănci. Dacă se așază:

- câte 2 în bancă ar fi 8 × 2 + 7 = 23 copii.
- câte 3 în bancă ar fi 8 − 5 = 3 bănci și 3 × 3 = 9 copii.

Rezultă o diferență (o nepotrivire) de 23 − 9 = 14 copii, datorită presupunerii inițiale de existență a 8 bănci.

II. Presupunem că în sală ar fi 9 bănci. Dacă se așază:

- câte 2 în bancă, ar fi 9 × 2 + 7 = 25 de copii.
- câte 3 în bancă, ar fi 9 − 5 = 4 bănci și 4 × 3 = 12 copii.

Diferența ar fi 25 − 12 = 13 copii.

III. Presupunem că sunt 10 bănci. Dacă se așază:

- câte 2 în bancă, ar fi 2 × 10 + 7 = 27 de copii.
- câte 3 în bancă, ar fi 10 − 5 = 5 bănci și 5 × 3 = 15 copii.

Acum rezultă o diferență de 27 − 15 = 12 copii.

După cele trei presupuneri consecutive se constată:

presupunerea	8 bănci	9 bănci	10 bănci.......?
diferența	14 copii	13 copii	12 copii........0

Continuând „corespondența unu la unu", număr bănci ⟶ diferență număr copii, se ajunge la diferența 0 pentru 14 + 8 = 22 de bănci și 51 de copii.

Verificare

51 : 3 = 17 bănci

17 + 5 = 22 de bănci.