Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalităţi de lucru diferenţiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

8

Ediţia a III-a

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE®
susținere, remediere

Editura Paralela 45

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul V

Funcții

Competențe specifice

- Recunoaşterea unor corespondenţe care sunt funcţii
- Utilizarea valorilor unor funcţii în rezolvarea unor ecuaţii şi a unor inecuaţii
- Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondenţe şi/sau a unor funcţii în scopul caracterizării acestora
- Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noţiuni de geometrie plană

Lecția 1. Noțiunea de funcție

Ce trebuie să ştim

Definiții: Fie A și B două mulțimi nevide. O lege (un procedeu) f prin care se asociază fiecărui element din A un singur element din B se numeşte **funcție** definită pe mulțimea A cu valori în mulțimea B.

Notăm $f : A \to B$ și citim „funcția f este definită pe mulțimea A cu valori în mulțimea B".

Mulțimea A se numeşte **domeniul de definiție** al funcției, mulțimea B se numeşte **codomeniul** sau **domeniul de valori** al funcției, iar legea (procedeul) f se numeşte **legea de corespondență** a funcției.

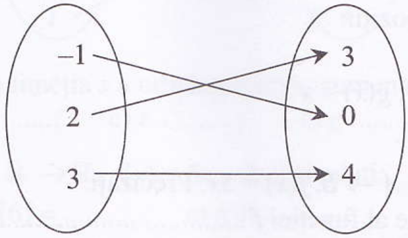
Dacă $x \in A$, elementul $f(x) \in B$ se numeşte **imaginea lui x prin funcția f** sau **valoarea funcției f în punctul x**.

Moduri de definire a unei funcții

O funcție poate fi definită:

1. printr-o diagramă

Exemplu:



2. printr-un tabel

Exemplu:

x	-1	2	3
$f(x)$	0	3	4

3. printr-o formulă analitică
Exemplu:

$$f: \{-1, 2, 3\} \to \{0, 3, 4\}, f(x) = x + 1$$

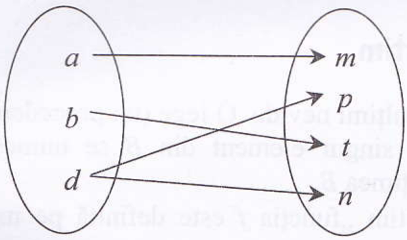
Definiție: Fie $f: A \to B$ o funcție. Mulțimea $\text{Im} f = \{f(x) \mid x \in A\}$ se numește **imaginea funcției *f*** sau **mulțimea valorilor funcției *f***. $\text{Im} f \subset B$.

Definiție: Fie $f: A \to B$ o funcție. Dacă $A \subset \mathbb{R}$ și $B \subset \mathbb{R}$, atunci funcția f se numește **funcție numerică**.

Definiție: Două funcții $f: A \to B$ și $g: C \to D$ se numesc **egale** dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in A$.
Notăm $f = g$ și citim „funcțiile f și g sunt egale".

Înţelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Stabiliți dacă diagrama următoare definește o funcție.



Soluție: Diagrama nu definește o funcție, deoarece elementul d are două imagini.

2. Se consideră funcția $f: \{-2, -1, 0, 2\} \to \{0, 1, 2, 4\}$, $f(x) = x^2$. Determinați mulțimea $\text{Im} f$.
Soluție: $f(-2) = 4$, $f(-1) = 1$, $f(0) = 0$, $f(2) = 4$, prin urmare $\text{Im} f = \{0, 1, 4\}$.

Fixare * Însuşirea cunoştinţelor

1. Citiți următoarele propoziții:
a) $f: E \to F$, $f(x) = 3x$;
b) $g: \{-1, 1\} \to \{1, 4\}$, $g(x) = x^2$;
c) $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = |x|$.

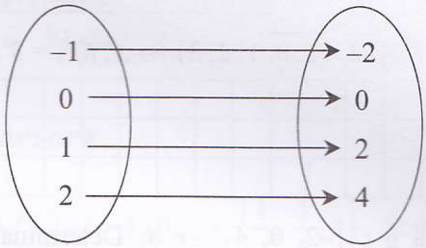
2. Se consideră funcția $f: A \to B$, $f(x) = 5x$. Precizați:
a) domeniul de definiție al funcției f ....;
b) domeniul de valori al funcției f ....;
c) legea de corespondență a funcției f ....

3. Se consideră funcția $f : A \to B$, definită prin tabelul următor.

x	1	2	3	5
$f(x)$	2	3	4	6

Scrieți:
a) mulțimea care reprezintă domeniul de definiție al funcției f..............................;
b) mulțimea care reprezintă domeniul de valori al funcției f..................................;
c) legea de corespondență (exprimată printr-o formulă) a funcției f...................... .

4. Se consideră funcția $f : E \to F$, definită prin diagrama următoare.



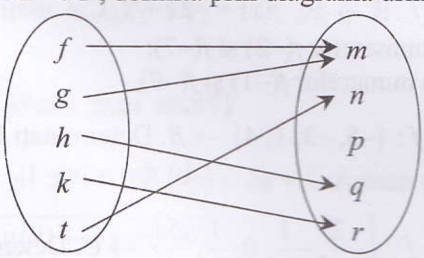
Determinați:
a) mulțimea care reprezintă domeniul de definiție al funcției f..............................;
b) mulțimea care reprezintă domeniul de valori al funcției f..................................;
c) legea de corespondență (exprimată printr-o formulă) a funcției f...................... .

5. Se consideră funcția $f : A \to B$, definită prin tabelul următor:

x	–2	1	2	3	7
$f(x)$	–3	0	1	2	6

Precizați valoarea funcției f în următoarele puncte:
a) 1 ....; b) 7 ....; c) –2 ....; d) 3 ....; e) 2 ....

6. Se consideră funcția $s : E \to F$, definită prin diagrama următoare:



Precizați imaginea prin funcția s a următoarelor argumente:
a) f ....; b) k ....; c) t ....; d) g ....; e) h ....

7. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 2$. Calculați:
a) $f(4) =$ ....; b) $f(6) =$ ....; c) $f(0) =$ ....; d) $f(-3) =$ ....

8. Se consideră funcția $f : \{-3, -1, 0, 1, 2\} \to A$. Determinați Im f dacă legea de corespondență este:
a) $f(x) = 3x + 1$; b) $f(x) = 2x - 3$; c) $f(x) = -7x + 4$.

9. Se consideră funcția $f:\left\{4, 25, 36, \frac{49}{16}, \frac{64}{81}\right\} \to A, f(x)=\sqrt{x}$. Determinați Im f.

10. Se consideră funcția $f:\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \to A, f(x) = 3^x$. Determinați Im f.

11. Se consideră funcția $g:\{-2, 0, 4\} \to A$. Determinați Im g în fiecare dintre cazurile:

a) $g(x) = \frac{x}{2} + 7$; b) $g(x) = \frac{x}{4} - \frac{1}{2}$; c) $g(x) = 1 - \frac{3x}{2}$.

12. Se consideră funcția $h:\left\{-\sqrt{2}, 0, 3\sqrt{2}\right\} \to E$. Determinați Im h, dacă:

a) $h(x) = \sqrt{2}x + 5$; b) $h(x) = \sqrt{2}x - 4$; c) $h(x) = 1 - \sqrt{2}x$.

13. Stabiliți care dintre următoarele propoziții reprezintă o funcție:

a) $f:\{-1, 2, 3\} \to \{-3, 6, 9\}, f(x) = 3x$; b) $g:\{-2, 1, 2\} \to \{-1, 1, 4\}, g(x) = x^2$;
c) $h:\{-1, 0, 1\} \to \{-1, 0, 3\}, h(x) = x^3$; d) $s:\{-4, 5\} \to \{-5, 0, 1, 4\}, s(x) = -x$.

14. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 7$. Calculați:

a) media aritmetică a numerelor $f(-2)$ și $f(-7)$;
b) media geometrică a numerelor $f(-1)$ și $f(-9)$.

15. Se consideră funcția $f:\{-5, -3, 1, 4\} \to B$. Determinați Im f, dacă:

a) $f(x) = |x + 1|$; b) $f(x) = |x - 1|$.

16. Se consideră funcția $f:\left\{-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right\} \to C$. Determinați Im f, dacă:

a) $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$; b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$.

17. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$. Calculați:

a) media aritmetică a numerelor $f(-8)$ și $f(2)$;
b) media geometrică a numerelor $f(-5)$ și $f(1)$.

18. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2}x + 3\sqrt{3}$. Aflați media aritmetică a numerelor $f(-\sqrt{6})$ și $f(\sqrt{6})$.

19. Se consideră funcția $f: \{-1, 0, 1\} \to \{0, 1, 2\}$. Stabiliți care dintre următoarele formule descriu funcția f:

a) $f(x) = 1 - x$; b) $f(x) = x^2$; c) $f(x) = x^3 + 1$.

20. Se consideră funcția $g: \left\{-1, \frac{1}{7}, 1, 7\right\} \to \left\{-1, \frac{1}{7}, 1, 7\right\}$. Stabiliți care dintre următoarele formule descriu funcția g:

a) $g(x) = x$; b) $g(x) = x^{-1}$; c) $g(x) = |x|$.

Aplicare * Exersare

21. Se consideră funcția $f: \{-2, -1, 0\} \to \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\right\}$. Stabiliți care dintre următoarele formule descriu funcția f:

a) $f(x) = \dfrac{1}{-x+2}$; b) $f(x) = 2^x$; c) $f(x) = \dfrac{1}{x^3+4}$.

22. Fie f și g două funcții. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „$f = g$”, în următoarele cazuri:

a) $f: \{-1, 0, 1\} \to \{0, 1\}, f(x) = x^2$ și $g: \{-1, 0, 1\} \to \{0, 1\}, g(x) = |x|$;

b) $f: \{-1, 0, 1\} \to \{-1, 0, 1\}, f(x) = -x$ și $g: \{-1, 0, 1\} \to \{-1, 0, 1\}, g(x) = x^3$;

c) $f: \{-1, 0, 1\} \to \{-1, 0, 1\}, f(x) = x$ și $g: \{-1, 0, 1\} \to \{-1, 0, 1\}, g(x) = x^7$.

23. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$. Arătați că:

$$f(x)[f(x+1)+1]+1 \geq 0.$$

Dezvoltare (Putem mai mult)

24. Se consideră funcția $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 1$. Arătați că $n \in \mathbb{N}$, dacă:

a) $n = \sqrt{g(0) + g(1) + g(2) + ... + g(100)}$;

b) $n = \sqrt{g(0) + g(1) + g(2) + ... + g(123)}$.

25. Arătați că nu există funcții $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ care să îndeplinească condiția:

$$f(1+x) + f(1-x) = x.$$

Geometrie

Capitolul IV

POLIEDRE

Competenţe specifice

- **Recunoaşterea şi descrierea unor proprietăţi ale unor figuri geometrice plane în configuraţii date în spaţiu sau pe desfăşurări ale acestora**
- **Identificarea unor elemente ale figurilor geometrice plane în configuraţii geometrice spaţiale date**
- **Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea prin desen, în plan, a corpurilor geometrice**
- **Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii configuraţiilor spaţiale**
- **Utilizarea proprietăţilor referitoare la drepte şi unghiuri în spaţiu pentru analizarea poziţiilor relative ale acestora**
- **Exprimarea prin reprezentări geometrice a noţiunilor legate de drepte şi unghiuri în plan şi în spaţiu**
- **Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii configuraţiilor spaţiale şi în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente şi de măsuri de unghiuri**
- **Interpretarea reprezentărilor geometrice şi a unor informaţii deduse din acestea, în corelaţie cu determinarea unor lungimi de segmente şi a unor măsuri de unghiuri**
- **Clasificarea corpurilor geometrice după anumite criterii date sau alese**
- **Transpunerea unei situaţii-problemă în limbaj geometric, rezolvarea problemei obţinute şi interpretarea rezultatului**

Definiţie: Un corp geometric care este mărginit numai de fețe plane se numeşte **poliedru**.

Definiţii: **Aria laterală** a unui poliedru, notată $\mathcal{A}_l$, reprezintă suma ariilor fețelor laterale ale poliedrului.

Aria totală a unui poliedru, notată $\mathcal{A}_t$, reprezintă suma dintre aria laterală a poliedrului şi aria bazei (bazelor).

Volumul unui poliedru, notat $\mathcal{V}$, reprezintă spaţiul (geometric) pe care îl ocupă acesta.

Lecţia 1. Paralelipipedul dreptunghic

Ce trebuie să ştim

Notaţii: L – lungimea paralelipipedului dreptunghic, l – lăţimea paralelipipedului dreptunghic, h – înălţimea paralelipipedului dreptunghic, d – lungimea diagonalei paralelipipedului dreptunghic, $\mathcal{A}_t$ – aria totală a paralelipipedului dreptunghic, $\mathcal{V}$ – volumul paralelipipedului dreptunghic.

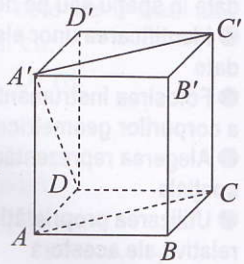
$$d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2}, \qquad \mathcal{A}_t = 2(L \cdot l + l \cdot h + h \cdot L), \qquad \mathcal{V} = L \cdot l \cdot h.$$

Înţelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = \sqrt{3}$ cm, $AD = 1$ cm şi $AA' = 2\sqrt{2}$ cm. Calculaţi:

a) $\mathcal{V}$; b) d;

c) $\mathcal{A}_{A'ACC'}$; d) $d(A', DC)$.



Soluţie: a) $\mathcal{V} = L \cdot l \cdot h = \sqrt{3} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2}\ \text{cm}^3 = 2\sqrt{6}\ \text{cm}^3$;

b) $d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2 + (2\sqrt{2})^2}\ \text{cm} = \sqrt{3+1+8}\ \text{cm} = \sqrt{12}\ \text{cm} = 2\sqrt{3}$ cm;

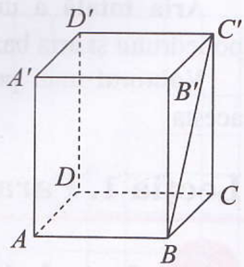
c) Din ΔABC cu $m(\sphericalangle B) = 90°$, aplicând teorema lui Pitagora rezultă că $AC^2 = AB^2 + BC^2$, deci $AC^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$ sau $AC^2 = 4$, prin urmare $AC = \sqrt{4}$ cm, deci $AC = 2$ cm. $A'ACC'$ este dreptunghi, prin urmare: $\mathcal{A}_{A'ACC'} = A'A \cdot AC = 2\sqrt{2} \cdot 2\ \text{cm}^2 = 4\sqrt{2}\ \text{cm}^2$;

d) Aplicăm teorema celor 3 perpendiculare: $A'A \perp (ABC)$, $AD \subset (ABC)$, $DC \subset (ABC)$ şi $AD \perp DC$, prin urmare $A'D \perp DC$. Din $\Delta A'AD$ cu $m(\sphericalangle A) = 90°$, aplicând teorema lui Pitagora rezultă că $A'D^2 = A'A^2 + AD^2$, deci $A'D^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + 1^2$, aşadar $A'D^2 = 9$, prin urmare $A'D = \sqrt{9}$ cm şi obţinem $A'D = 3$ cm.

2. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AD = 3$ cm, $AA' = 3\sqrt{3}$ cm şi volumul egal cu $54\sqrt{3}\ \text{cm}^3$. Aflaţi:

a) $d[(A'AD), (B'BC)]$; b) $\mathcal{A}_t$;

c) d; d) $m[\sphericalangle((ABC'), (ABC))]$.



Soluţie: a) $d[(A'AD), (B'BC)] = AB$.

$\mathcal{V} = 54\sqrt{3}\ \text{cm}^3$ sau $9\sqrt{3}$.

$AB = 54\sqrt{3}$ cm, de unde rezultă că $AB = 6$ cm;

b) $\mathcal{A}_t = 2(L \cdot l + l \cdot h + h \cdot L) = 2(6 \cdot 3 + 3 \cdot 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \cdot 6)\ \text{cm}^2 = 2(18 + 27\sqrt{3})\ \text{cm}^2 = 18(2 + 3\sqrt{3})\ \text{cm}^2$;

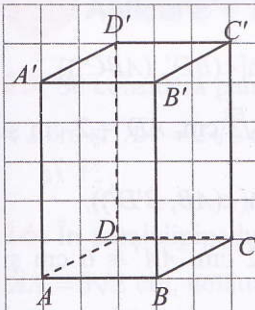
c) $d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{6^2 + 3^2 + (3\sqrt{3})^2}\ \text{cm} = \sqrt{72}\ \text{cm} = \sqrt{6^2 \cdot 2}\ \text{cm} = 6\sqrt{2}$ cm;

d) $(ABC') \cap (ABC) = AB$ şi deoarece $C'B \perp AB$ şi $CB \perp AB$, rezultă că $\sphericalangle((ABC'), (ABC)) \equiv \sphericalangle C'BC$. În $\Delta C'BC$ cu $m(\sphericalangle C) = 90°$ avem: $\text{tg}\, \sphericalangle B = \dfrac{C'C}{BC} = \dfrac{3\sqrt{3}\ \text{cm}}{3\ \text{cm}} = \sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle C'BC) = 60°$.

Fixare * Însușirea cunoștințelor

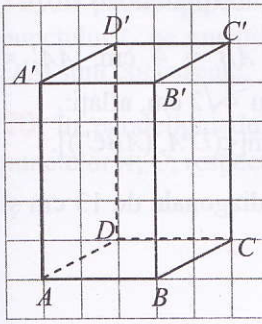
1. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Utilizând notațiile specifice paralelipipedului dreptunghic, rezolvați problemele următoare.

a) Dacă $L = 3$ cm, $l = 2$ cm și $h = 6$ cm, aflați $\mathcal{A}_t$, $\mathcal{V}$ și d.
b) Dacă $L = 4$ cm, $l = 2$ cm și $h = 6$ cm, aflați $\mathcal{A}_t$, $\mathcal{V}$ și d.
c) Dacă $L = 4$ cm, $l = 3$ cm și $\mathcal{V} = 60$ cm^3, aflați h, $\mathcal{A}_t$ și d.
d) Dacă $L = 7$ cm, $h = 4$ cm și $\mathcal{V} = 140$ cm^3, aflați l, $\mathcal{A}_t$ și d.
e) Dacă $L = 6$ cm, $l = 2$ cm și $\mathcal{A}_t = 88$ cm^2, aflați h, $\mathcal{V}$ și d.
f) Dacă $l = 2$ cm, $h = 9$ cm și $\mathcal{A}_t = 168$ cm^2, aflați L, $\mathcal{V}$ și d.
g) Dacă $l = 3$ cm, $h = 12$ cm și $d = 13$ cm, aflați L, $\mathcal{A}_t$ și $\mathcal{V}$.
h) Dacă $L = 4\sqrt{2}$ cm, $l = 4$ cm și $d = 7$ cm, aflați h, $\mathcal{A}_t$ și $\mathcal{V}$.



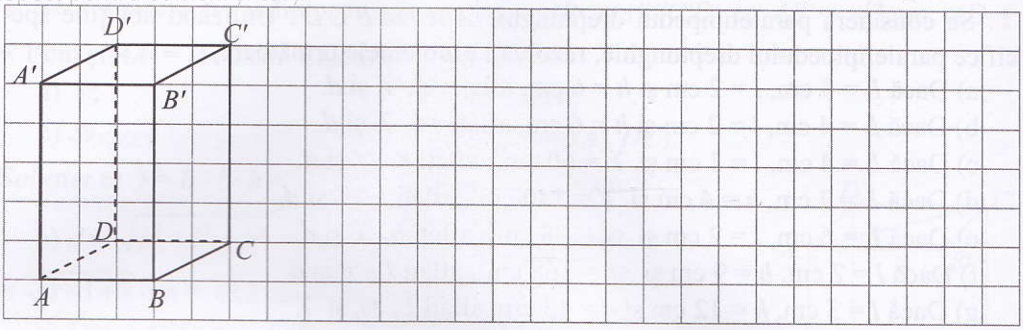
2. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $AD = 1$ cm și $AA' = 4$ cm. Aflați:

a) $\mathcal{A}_t$; b) $\mathcal{V}$; c) d; d) $\mathcal{A}_{ACC'A'}$.



3. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2$ cm, $AD = 3$ cm și $AA' = 6$ cm. Aflați:

a) $\mathcal{A}_t$; b) $\mathcal{V}$; c) d; d) $m(\sphericalangle(AA', BC))$.



4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 4$ cm, $AD = 2\sqrt{2}$ cm și $AA' = 6\sqrt{2}$ cm. Aflați:

a) $\mathcal{A}_t$; b) $\mathcal{V}$; c) d; d) $m[\sphericalangle(BD', (ABC))]$.

5. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $AD = 2$ cm și $BD' = 5$ cm. Aflați:

a) AA'; b) $\mathcal{A}_t$; c) $\mathcal{V}$; d) $m(\sphericalangle(AB, B'D'))$.

6. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AD = 2$ cm, $AA' = 6$ cm și volumul egal cu 36 cm^3. Aflați:

a) AB; b) d; c) $\mathcal{A}_{ABC'D'}$; d) $d(A', BC)$.

7. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 3$ cm, $AD = 3\sqrt{2}$ cm și volumul egal cu $27\sqrt{6}$ cm^3. Aflați:

a) AA'; b) d; c) $m(\sphericalangle(AB, D'C))$; d) $d(A', BD')$.

8. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $AA' = 4\sqrt{3}$ cm și $\mathcal{A}_t = 24(2+\sqrt{3})$ cm^2. Aflați:

a) AD; b) $\mathcal{V}$; c) $d(C', BD)$; d) $m[\sphericalangle((D'DA), (D'DB)]$.

9. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic. Dacă $AB = 3\sqrt{3}$ cm, $AD = 4$ cm și măsura unghiului dintre planele $(D'BC)$ și (ABC) este egală cu 30°, aflați:

a) DD'; b) $\mathcal{A}_t$; c) $d[A', (D'AB)]$; d) $m[\sphericalangle((AB'), (BB'C'))]$.

10. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic. Dacă $AB = 4$ cm, $AA' = 2\sqrt{6}$ cm și distanța de la punctul D' la dreapta AB este egală cu $4\sqrt{2}$ cm, aflați:

a) AD; b) $\mathcal{V}$; c) $d(C', BD')$; d) $m[\sphericalangle(D'A, (ABC))]$.

11. Calculați volumul unui paralelipiped dreptunghic care are diagonala de 13 cm și L, l și h direct proporționale cu numerele 8, 6 și 24.

12. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ care are volumul egal cu $12\sqrt{3}$ cm^3. Dacă $AB = 3$ cm și $AA' = 4$ cm, determinați:

a) AD; b) d; c) d(D', BC); d) m[$\sphericalangle(A'C', BD)$].

13. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 4\sqrt{3}$ cm, $AD = 4$ cm și $AA' = 4\sqrt{2}$ cm. Calculați:

a) $\mathcal{V}$; b) d; c) m($\sphericalangle(A'C', BC)$); d) d($A'$, BD).

14. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 2\sqrt{3}$ dm, $AD = 2$ dm și $AA' = \sqrt{6}$ dm. Calculați:

a) $\mathcal{V}$; b) $\mathcal{A}_t$; c) m($\sphericalangle(AC, D'C')$); d) $\mathcal{A}_{B'AC}$.

Aplicare • Exersare

15. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $AD = 2$ cm și $AA' = 2\sqrt{6}$ cm. Calculați:

a) $\mathcal{V}$; b) $\mathcal{A}_t$; c) d(A', CD); d) sin[$\sphericalangle(AB', A'D)$].

16. În paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = \sqrt{6}$ cm, $AD = 2\sqrt{3}$ cm și $AA' = 3\sqrt{2}$ cm, notăm cu M mijlocul muchiei $[BB']$. Dacă $A'M \cap AB' = \{E\}$ și $C'M \cap CB' = \{F\}$, determinați:

a) $\mathcal{V}$; b) d; c) m[$\sphericalangle((B'AD), (A'AD))$]; d) EF.

17. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 4$ cm, $AD = 2\sqrt{5}$ cm și $AA' = 2\sqrt{7}$ cm. Calculați:

a) $\mathcal{V}$; b) d; c) m[$\sphericalangle(D'B, (A'AD))$]; d) d($C$, $D'B$).

18. Calculați aria totală a unui paralelipiped dreptunghic care are diagonala de 7 cm și L, l și h invers proporționale cu numerele 6, 9 și 3.

Dezvoltare (Putem mai mult)

19. În paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ notăm cu M, N și P proiecțiile punctului C pe muchiile $[B'A]$, $[AD']$, respectiv $[D'B']$. Arătați că dreptele $B'N$, AP și $D'M$ sunt concurente.

20. În paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ notăm cu M, N și P proiecțiile punctelor A, C, respectiv B' pe diagonala $[BD']$. Arătați că:

$$\frac{D'M}{BM} + \frac{D'N}{BN} + \frac{D'P}{BP} \geq 6.$$