

**Ana Cârstoveanu**  
**Liliana Crăciun**  
**Cătălina Isofache**

**Gabriela Iancu**  
**Roxana Soare**  
**Ioana Totolici**

# Ora de matematică

## Clasa a VII-a

**Repere teoretice, exerciții, probleme, soluții**  
**în conformitate cu noua programă**

## CAPITOLUL 1. RECAPITULARE ȘI TESTE ÎNȚIALE

ALGEBRĂ .....	3
GEOMETRIE .....	6
VARIANTE DE TESTE ÎNȚIALE .....	10

## CAPITOLUL 2. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

2.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect .....	16
2.2. Algoritm de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural. Aproximări .....	19
2.3. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ .....	21
2.4. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical .....	25
2.5. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ . Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .....	27
2.6. Modulul unui număr real .....	30
2.7. Compararea și ordonarea numerelor reale. Reprezentarea numerelor reale pe axă .....	33
2.8. Adunarea și scăderea numerelor reale .....	36
2.9. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale .....	39
2.10. Puterea cu exponent întreg a unui număr real nenul .....	44
2.11. Raționalizarea numitorilor .....	48
2.12. Media aritmetică ponderată a $n$ numere reale, $n \geq 2$ . Media geometrică .....	53
2.13. Ecuații de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbb{R}$ .....	56
2.14. Probleme pentru olimpiade și concursuri .....	58
TESTE DE EVALUARE .....	60

## CAPITOLUL 3. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

3.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități .....	65
3.2. Ecuații de forma $ax + b = 0$ , $a, b \in \mathbb{R}$ ; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente .....	67
3.3. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii .....	71
3.4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare .....	74
3.5. Probleme pentru olimpiade și concursuri .....	77
TESTE DE EVALUARE .....	79

## CAPITOLUL 4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

4.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide .....	82
4.3. Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan .....	83
4.3. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice .....	86

## **CAPITOLUL 5. PATRULATERUL**

5.1. Patrulater convex. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex .....	89
5.2. Paralelogramul. Proprietăți .....	92
5.3. Linia mijlocie în triunghi. Centrul de greutate al unui triunghi .....	95
5.4. Dreptunghiul .....	98
5.5. Rombul .....	101
5.6. Pătratul .....	104
5.7. Trapezul .....	107
5.8. Linia mijlocie în trapez .....	110
5.9. Perimetre și arii .....	113
5.10. Probleme pentru olimpiade și concursuri .....	117
<b>TESTE DE EVALUARE</b> .....	118

## **CAPITOLUL 6. CERCUL**

6.1. Unghi înscris în cerc; coarde, arce în cerc .....	122
6.2. Poligoane regulate înscrise în cerc .....	124
6.3. Lungimea cercului .....	126
6.4. Probleme pentru olimpiade și concursuri .....	127
<b>TESTE DE EVALUARE</b> .....	129

## **CAPITOLUL 7. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR**

7.1. Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante .....	130
7.2. Teorema lui Thales .....	134
7.3. Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării .....	139
7.4. Criterii de asemănare a triunghiurilor .....	144
7.5. Probleme pentru olimpiade și concursuri .....	149
<b>TESTE DE EVALUARE</b> .....	151

## **CAPITOLUL 8. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIIC**

8.1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă .....	156
8.2. Teorema înălțimii .....	158
8.3. Teorema catetei .....	160
8.4. Teorema lui Pitagora .....	162
8.5. Probleme pentru olimpiade și concursuri .....	168
<b>TESTE DE EVALUARE</b> .....	169
8.5. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic; sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit .....	173
8.6. Rezolvarea triunghiului dreptunghic .....	180
<b>TESTE DE EVALUARE</b> .....	186

## **CAPITOLUL 9. VARIANTE DE LUCRĂRI SEMESTRIALE**

SEMESTRUL I .....	190
SEMESTRUL AL II-LEA .....	194

## **CAPITOLUL 10. TESTE FINALE** .....

<b>SOLUȚII</b> .....	209
----------------------	-----

## CAPITOLUL 1

### Recapitulare și teste inițiale

#### ALGEBRĂ

1. Calculați:

a)  $2,25 - 3,7$ ;      b)  $\frac{21}{17} : \left(-\frac{7}{34}\right)$ ;      c)  $\left(-\frac{5}{11}\right)^{-1} + 2,2$ ;      d)  $1,(3) - 3,25$ .

2. Ordonăți crescător numerele:  $-3$ ;  $+\frac{7}{5}$ ;  $-\frac{8}{3}$ ;  $+2,(3)$ ;  $2,33$ ;  $-2,6$ .

3. Rezolvați ecuațiile:

a)  $\frac{x+1}{5} - 0,(3) \cdot x = 2x + 6$ ;  $x \in \mathbb{Q}$ ;

b)  $|5x + 0,2| = 2,7$ ;  $x \in \mathbb{Q}$ ;

c)  $\frac{5x}{6} - \frac{x}{4} = 2$ ;  $x \in \mathbb{Q}$ .

4. Două numere raționale au media aritmetică egală cu  $7,25$  și diferența egală cu  $8,3$ . Aflați cele două numere.

5. Fie  $a = \left(-\frac{5}{7}\right)^1 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)^3 \dots \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)^{100}$  și  $b = \left(-\frac{5}{7}\right)^{500}$ .

a) Calculați  $x = a \cdot b^{-1}$ .

b) Determinați valorile întregi ale lui  $n$  pentru care numărul  $N = \frac{a \cdot b^{-1} + 7}{2n - 1} \in \mathbb{Z}$ .

6. Calculați:

a)  $2,5 \cdot (-1,2)$ ;      b)  $\left(+\frac{7}{15}\right) : (-1,2)$ ;      c)  $\left(+1\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-2\frac{1}{5}\right)^{-1}$ ;      d)  $1,1(3) : \left(\frac{3}{17}\right)^{-1}$ .

7. Dacă  $x = -1,2$ , calculați:  $E = x + |x| + (-x) + |-x|$ .

8. Rezolvați ecuațiile:

a)  $\frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = 6$ ;  $x \in \mathbb{Q}$ ;      b)  $-x + \frac{2}{7}x = 15$ ;  $x \in \mathbb{Q}$ ;      c)  $|1 - 5x| = 7,2$ ;  $x \in \mathbb{Q}$ .

9. După ce a parcurs  $\frac{1}{3}$  dintr-un traseu, un automobilist constată că mai are de parcurs

$16,(6)$  km până la jumătatea traseului. Ce lungime are traseul?

10. Fie numerele  $x = 1,2(13)$  și  $y = 1,213$ .

a) Calculați suma primelor zece zecimale ale numerelor  $x$ , respectiv  $y$ ;

b) Calculați suma primelor 1000 de zecimale ale numerelor  $x$ , respectiv  $y$ .

11. Calculați: a)  $\left[ \frac{1}{-3} + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \right]$ ; b)  $\left(-\frac{2}{9}\right)^5 : \left(-\frac{2}{9}\right)^6 + (-1,5) \cdot 3$ .

12. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a)  $\frac{-8}{-4} \in \mathbb{N}$ ;    b)  $0,25 \in \mathbb{Q}$ ;    c)  $-3 \notin \mathbb{Q}$ ;    d)  $-1, (2) \in \mathbb{Q}$ .

13. Rezolvați ecuațiile:

a)  $|x + 5,2| = 6, (3); x \in \mathbb{Q}$ ;  
 b)  $2(x + 1) - 3(x - 2) = 2x + 7; x \in \mathbb{Q}$ ;  
 c)  $\frac{x+1}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{x+1}{6}; x \in \mathbb{Q}$ .

14. Suma a trei numere este 12,21. Dacă al treilea număr este cu 1,7 mai mare decât primul număr și mai mic cu 1,1 decât al doilea număr, calculați cele 3 numere.

15. Comparați numerele  $A$  și  $B$  știind că:

a)  $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4}; B = \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7}$ .  
 b)  $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{999 \cdot 1000}; B = \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{999 \cdot 1000}$ .

16. Calculați:

a)  $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{5}{9}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right)$ ;    b)  $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{2}$ ;    c)  $\left(+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2$ .

17. Rezolvați ecuațiile:

a)  $2(3x - 1) - 4(x + 2) = 6x; x \in \mathbb{Q}$   
 b)  $\frac{2}{5}x + \frac{7}{11} = \frac{4}{5}x + 2\frac{1}{11}; x \in \mathbb{Q}$   
 c)  $\frac{x+3}{4} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{2x-1}{3} + \frac{1}{12}; x \in \mathbb{Q}$ .

18. Dacă  $0, (3)$  este soluția ecuației:  $(a + 1)x - 4 = 0$ , calculați  $a \in \mathbb{Q}$

19. Situația mediilor absolvenților claselor a VIII-a este reprezentată în tabelul următor:

Medii	9-10	8-9	7-8	6-7	5-6
% Elevi	30%	20%	22,5%	17,5%	10%

Dacă 72 de elevi au avut medii între 9 și 10, calculați:

- a) câți elevi au absolvit clasa a VIII-a;  
 b) câți elevi au medii între 7 și 8.

20. a) Fie  $x = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$ . Demonstrați că  $x < 0,75$ .

b) Fie  $x = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2014^2}$ . Demonstrați că  $x < \frac{2013}{2014}$ .

21. Determinați  $x$  din  $\frac{3}{x} = \frac{6}{5}$ .

22. Aflați 13% din 500.

23. Aflați două numere care au suma 120, știind că raportul lor este  $\frac{2}{3}$ .

24. Dacă  $\frac{2x+3y}{5x-y} = \frac{5}{7}$ , aflați  $\frac{x}{y}$ .

25. 2 kg de portocale costă 7 lei. Cât vor costa 5 kg de portocale?

26. Distanța dintre două orașe de pe o hartă cu scara 1 : 500000 este de 14 cm. Aflați distanța reală.

27. Care este probabilitatea ca la aruncarea unui zar să apară un număr cel puțin egal cu 2?

28. Fie mulțimile  $\{x, y, z\}$  d.p.  $\{2, 3, 5\}$ . Aflați  $x + y + z$  dacă  $x^2 + y^2 + z^2 = 152$ .

29. Prețul cu T.V.A. al unei tablete este de 620 lei. Aflați prețul fără T.V.A. (T.V.A.-ul este 20%.)

30. Raportul perimetrelor a două pătrate este  $\frac{3}{7}$ . Aflați raportul laturilor.

31. Numărul cu 20% mai mare decât 300 este...

32. Un mobil cu viteza de 50 km/h parcurge o distanță în 3 ore. În cât timp o va parcurge un alt mobil cu viteza de 120 km/h?

33. Fie  $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ ; calculați  $\frac{x+y}{y-x}$ .

34. Într-o urnă sunt 30 de bile, cu numere de la 1 la 30. Care este probabilitatea să fie scoasă o bilă cu un număr prim?

35. În tabelul de mai jos apare situația notelor la teza de matematică:

Număr de elevi	5	2	3	5	3	4	3
Nota	4	5	6	7	8	9	10

Cât la sută au luat cel puțin nota 5?

36. Împărțiți numărul 20 în părți direct proporționale cu 2 și 3.

37. Dacă  $\frac{x}{2} = \frac{5}{3}$  și  $\frac{4}{y} = \frac{6}{25}$ , aflați  $x + y$ .

38. Alex a depus la bancă 250 lei. Depozitul are o dobândă de 7%. Ce sumă va avea după un an?

39. Determinați cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor: 40, 28, 88.

40. Scrieți numerele de forma  $\overline{4a5b}$  divizibile cu 6.

41. Arătați că numerele  $3x + 1$  și  $5x + 2$  sunt prime între ele, oricare ar fi numărul natural  $x$ .

42. Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$  știind că cel mai mare divizor comun al lor este 18 și suma lor este 90.

43. Determinați numerele naturale  $x$ , știind că  $\frac{15}{2x-3}$  este număr natural.
44. Determinați numerele naturale de trei cifre, de forma  $\overline{abc}$ , știind că sunt divizibile cu 5 și au suma cifrelor egală cu 20.
45. Determinați cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor 588 și 360.
46. Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$  știind că cel mai mare divizor al lor este 6, iar produsul lor este 540.
47. Stabiliți câte numere de forma  $\overline{753ab}$  se divid cu 15.
48. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele  $\overline{594x}$  și 6 sunt prime între ele.
49. Determinați numărul natural  $n$ , cuprins între 90 și 100 știind că la împărțirea lui prin 6 și prin 8 se obține de fiecare dată restul 3.
50. Arătați că:
- numărul  $5 + 5^2 + 5^3$  este divizibil cu 31;
  - $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{57}$  este divizibil cu 31.

## GEOMETRIE

- Stabiliți valoare de adevăr a propozițiilor:
  - O dreaptă este o mulțime de puncte;
  - $[AB]$  este o semidreaptă deschisă;
  - Două drepte paralele sunt coplanare;
  - Segmentul  $AB$  are un singur mijloc.
- Desenați patru puncte diferite  $A, B, C, D$ , astfel încât oricare trei dintre ele să fie necoliniare. Desenați dreptele determinate de aceste puncte și numiți-le.
- Desenați un segment  $[AB]$  cu lungimea de 4 cm și construiți punctul  $M$  care este mijlocul segmentului.
- Desenați o dreaptă  $d$  și punctele  $P, Q, R$  astfel încât  $P$  și  $R$  să fie situate în același semiplan determinat de dreapta  $d$  iar  $Q$  în semiplanul opus. Găsiți punctele  $M$  și  $N$  pe dreapta  $d$ , astfel încât  $PM + MQ = PQ$  și  $N \in (RQ)$ .
- Desenați punctele  $M, N, P$  și  $Q$  astfel încât  $N \in (MP)$ ,  $P \in (NQ)$ ,  $MN = 3,5$  cm,  $NP = 1,7$  cm,  $PQ = 7,8$  cm. Determinați lungimile segmentelor  $[MP]$ ,  $[MQ]$ ,  $[NQ]$ .
- Fie punctele  $P, Q \in (AB)$  astfel încât  $AB = 8$  cm,  $AP = 2$  cm,  $PQ = 4$  cm.
  - Arătați că segmentele  $[AP]$  și  $[BQ]$  sunt congruente.
  - Demonstrați că segmentele  $[AB]$  și  $[PQ]$  au același mijloc.
- Aflați măsurile a două unghiuri știind că diferența măsurilor lor este de  $26^\circ 28' 54''$  și raportul măsurilor lor este 3.
- Să se afle măsura unui unghi știind că raportul dintre complementul și suplementul său este egal cu  $\frac{1}{4}$ .

9. Aflați măsurile a două unghiuri suplementare știind că  $\frac{1}{5}$  din măsura unui unghi este cu 24 mai mică decât măsura celuilalt unghi.

10. Se consideră unghiurile  $(\widehat{AOB})$ ,  $(\widehat{BOC})$ ,  $(\widehat{COD})$ ,  $(\widehat{DOA})$  în jurul punctului  $O$  astfel încât  $m(\widehat{BOC}) = x$ ,  $m(\widehat{AOB}) = 2x - 20^\circ$ ,  $m(\widehat{COD}) = x - 10$  și  $m(\widehat{DOA}) = x + 40^\circ$ . Aflați măsurile unghiurilor.

11. Fie unghiul  $(\widehat{AOB})$ ,  $m(\widehat{AOB}) = 130^\circ$  și fie  $OC \in \text{Int}(\widehat{AOB})$  astfel încât  $m(\widehat{AOC}) = 90^\circ$ . Aflați  $m(\widehat{COB})$  și măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $(\widehat{AOB})$  și  $(\widehat{AOC})$ .

12. Fie  $AB$  și  $CD$  două drepte concurente în  $O$ . Dacă  $m(\widehat{AOD}) = 4m(\widehat{DOB})$ , aflați  $m(\widehat{AOC})$ ,  $m(\widehat{COB})$ ,  $m(\widehat{BOD})$ ,  $m(\widehat{BOD})$  și măsura unghiului făcut de bisectoarele unghiurilor  $(\widehat{AOC})$  și  $(\widehat{COB})$ .

13. Diferența măsurilor a două unghiuri este de  $62^\circ 28' 54''$  și raportul măsurilor lor este 3. Aflați măsurile unghiurilor.

14. Să se afle măsura unui unghi știind că raportul dintre suplementul și complementul său este egal cu  $\frac{11}{2}$ .

15. Aflați măsurile a două unghiuri suplementare știind că de 12 ori măsura unuia dintre unghiuri este de 8 ori măsura celuilalt.

16. În jurul punctului  $O$  se consideră unghiurile  $(\widehat{AOB})$ ,  $(\widehat{BOC})$ ,  $(\widehat{COD})$ ,  $(\widehat{DOA})$ , astfel încât  $m(\widehat{AOB}) = x$ ,  $m(\widehat{BOC}) = 2x$ ,  $m(\widehat{COD}) = 6x - 30^\circ$  și  $m(\widehat{DOA}) = 5x - 30^\circ$ . Aflați măsurile unghiurilor.

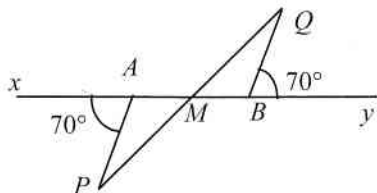
17. Fie  $AB$  și  $CD$  două drepte concurente în  $O$ . Dacă  $m(\widehat{BOC})$  este cu  $5^\circ$  mai mare decât de șase ori măsura lui  $(\widehat{AOC})$ , aflați măsurile unghiurilor  $(\widehat{AOC})$ ,  $(\widehat{COB})$ ,  $(\widehat{BOD})$ ,  $(\widehat{DOA})$  și măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $(\widehat{AOC})$  și  $(\widehat{COB})$ .

18. Se consideră trei drepte concurente în  $O$  astfel încât două dintre unghiurile formate au măsuri egale cu  $45^\circ$  respectiv  $65^\circ$ . Aflați măsurile tuturor unghiurilor.

19. Construiți un triunghi cu perimetrul  $P = 180$  mm, având lungimile laturilor  $a$ ,  $b$ ,  $c$  direct proporționale cu 2, 3 și 4.

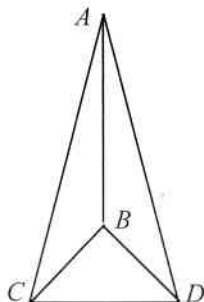


20. În figura de mai jos,  $AM = MB$ ,  $m(\sphericalangle PAx) = m(\sphericalangle QBy)$ . Demonstrați că  $M$  este mijlocul lui  $[PQ]$ .



21. Fie  $\triangle ABC$  echilateral,  $P \in (AB)$ ,  $Q \in (BC)$ ,  $R \in (AC)$ ,  $AP = BQ = CR$ . Arătați că  $\triangle PQR$  este echilateral.

22. În figura de mai jos,  $m(\sphericalangle ABD) = 150^\circ$  și  $\triangle BCD$  este echilateral. Arătați că  $\triangle ACD$  este isoscel.



23. Fie unghiurile adiacente  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$ . Stabiliți dacă dreptele  $OA$  și  $OC$  sunt perpendiculare, în fiecare din cazurile următoare:

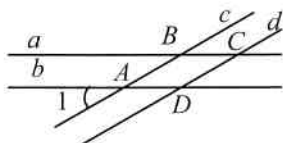
- $m(\sphericalangle AOB) = 25^\circ 16'$  și  $m(\sphericalangle BOC) = 64^\circ 44'$ ;
- $m(\sphericalangle AOB) = 37^\circ$  și  $m(\sphericalangle BOC) + 2 \cdot m(\sphericalangle AOB) = 130^\circ$ .

24. În triunghiul ascuțitunghic  $ABC$ , mediatoarea laturii  $[BC]$  intersectează latura  $[AC]$  în punctul  $D$ . Știind că  $AB = 4$  cm și  $AC = 7$  cm, calculați perimetrul triunghiului  $ABD$ .

25. Fie triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$  și fie punctul  $D$  simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $BC$ . Dacă  $BC \cap AD = \{O\}$ , demonstrați că:

- $\triangle AOB \equiv \triangle DOB$ ;
- $\sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle ADC$ ;
- $d(C, AB) = d(C, DB)$ .

26. În figura de mai jos, avem dreptele paralele  $a$  și  $b$ , respectiv  $c$  și  $d$ . Știind că  $m(\sphericalangle 1) = 26^\circ$ , aflați măsurile celorlalte unghiuri din figură.



27. Fie triunghiul  $ABC$  și punctele  $B'$  și  $C'$ , de aceeași parte a dreptei  $BC$ , astfel încât  $BB' \perp BC$  și  $CC' \perp BC$ .

- Demonstrați că  $BB' \parallel CC'$ .
- Arătați că  $m(\sphericalangle B'BA) + m(\sphericalangle C'CA) = m(\sphericalangle A)$ .

28. Se consideră triunghiul  $ABC$  și punctele  $M, P \in [AC]$  și  $N \in [BC]$ , astfel încât  $[BM]$  este bisectoarea  $\sphericalangle ABC$  și  $MN \parallel AB, NP \parallel BM$ .

- Demonstrați că  $[NP]$  este bisectoarea  $\sphericalangle MNC$ .
- Dacă, în plus,  $BM \perp AC$ , demonstrați că  $[MN] \equiv [NC]$ .

Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este egală cu .....
- Punctul de intersecție al medianelor unui triunghi, numit ....., se află la ..... de bază și ..... de vârf.
- Într-un triunghi isoscel unghiurile alăturate bazei sunt .....
- Măsura fiecărui unghi al unui triunghi echilateral este egală cu .....
- Într-un triunghi dreptunghic mediana corespunzătoare ..... este egală cu ..... din lungimea ipotenuzei.
- Dacă în  $\triangle ABC$   $m(\sphericalangle A) = 43^\circ$  și  $m(\sphericalangle B) = 75^\circ$ , atunci măsura unghiului exterior din  $C$  este egală cu .....
- Dacă în  $\triangle ABC$  lungimea medianei  $[AD]$  este 12 cm, iar  $G$  este centrul de greutate al triunghiului, atunci segmentul  $[GD]$  are lungimea egală cu ..... cm.
- Dacă în  $\triangle ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  și  $D$  este mijlocul laturii  $BC$ , iar  $AD = 4$  cm, atunci lungimea ipotenuzei este egală cu ... cm.
- În  $\triangle ABC$  dreptunghic în  $\sphericalangle A$ ,  $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$ ,  $D$  este mijlocul ipotenuzei și  $\mathcal{P}_{ACD} = 36$  cm. Atunci lungimea ipotenuzei triunghiului  $\triangle ABC$  este egală cu ..... cm.
- Un unghi exterior al unui triunghi isoscel are măsura de  $50^\circ$ . Aflați măsurile unghiurilor triunghiului.
- În exteriorul pătratului  $ABCD$  se construiesc triunghiurile echilaterale  $MAD$  și  $NDC$ .
  - Arătați că  $[MN] \equiv [BN]$ .
  - Calculați  $m(\sphericalangle MNB)$ .
  - Stabiliți natura triunghiului  $\triangle MNB$ .
- În triunghiul isoscel de bază  $[BC]$  se duc înălțimile  $BM$  și  $CN$ ,  $M \in AC$  și  $N \in AB$ , iar  $B'$  și  $C'$  sunt simetricile punctelor  $B$  și  $C$  în raport cu  $M$ , respectiv  $N$ .
  - Arătați că  $[BC'] \equiv [CB']$ .
  - Arătați că  $\triangle AB'C'$  este isoscel.
  - Dacă  $m(\sphericalangle B'AC') = 127^\circ 39' 36''$ , calculați  $m(\sphericalangle BAC)$ .

### Varianta 1

**Subiectul I (48 de puncte). Pe foaia de teză se trec numai răspunsurile.**

- (0,4p) 1. a) Rezultatul calculului  $2^3 - 2 \cdot 4$  este egal cu ...
- (0,4p) b) Rezultatul calculului  $(3^8)^7 : 3^{56}$  este egal cu ...
- (0,4p) c) Cel mai mare număr natural de forma  $21x$ , scris în baza zece, divizibil cu 6 este egal cu ...
- (0,4p) 2. a) Mulțimea  $A = \{x \mid x \text{ este număr prim, } 10 < x < 21\}$  are un număr de ... elemente.
- (0,4p) b) Cel mai mare divizor comun al numerelor 148 și 96 este egal cu ...
- (0,4p) c) Cel mai mic multiplu comun al numerelor 36 și 50 este egal cu ...
- (0,4p) 3. a) Rezultatul calculului  $\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$  este egal cu ...
- (0,4p) b) Rezultatul calculului  $\frac{7}{3} - \frac{3}{2}$  este egal cu ...
- (0,4p) c) Calculând  $\frac{3}{5}$  din 60 se obține numărul natural ...
- (0,4p) 4. a) Desenați un triunghi dreptunghic  $MNP$ .
- (0,4p) b) Perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 4 cm este egal cu ... cm.
- (0,4p) c) Unghiul format de bisectoarele a două unghiuri opuse la vârf are măsura de ... °

**Subiectul II (42 puncte). Scrieți pe foaia de teză rezolvările complete:**

- (0,9p) 1. a) Calculați:  $\frac{10}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3} - 4 : 4,5$ .
- (0,9p) b) Calculați:  $\left[ 1 + 1, (6) - \frac{2}{9} + 5\frac{1}{3} \right] : 2,1(6)$ .
2. Punctele  $A, B, D$  sunt coliniare astfel încât  $AB = 12$  cm și  $BD = 16$  cm.
- (0,5p) a) Aflați lungimea segmentului  $AD$  dacă  $B \in (AD)$ .
- (0,5p) b) Aflați lungimea segmentului  $AD$  dacă  $A \in (BD)$ .
- (0,4p) c) Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $AD$ , aflați  $AM$  în fiecare din cazurile a) și b).
- (1p) 3. Fie unghiul alungit  $AOB$  și punctele  $C, D$  situate în același semiplan determinat de dreapta  $AB$  astfel încât semidreapta  $[OC$  este biseectoarea unghiului  $AOD$ , iar  $m(\sphericalangle DOB) = m(\sphericalangle AOC) + 36^\circ$ . Determinați:  $m(\sphericalangle AOB)$ ;  $m(\sphericalangle AOD)$  și  $m(\sphericalangle COB)$ .

### Subiectul I. (40 puncte) Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- (0,5p) 1. Suma divizorilor naturali ai numărului 20 este ... .
- (0,5p) 2. Multiplii numărului 9 cuprinși între 13 și 43 sunt ... .
- (0,5p) 3. Numerele naturale de forma  $\overline{xlx}$  divizibile cu 2 sunt ... .
- (0,5p) 4. Dacă  $a = 36$  și  $b = 56$ , atunci  $(a, b) = \dots$  și  $[a, b] = \dots$  .
- (0,5p) 5. Numărul natural  $x$  pentru care fracțiile  $\frac{3}{4} = \frac{x}{x+3}$  sunt echivalente este ... .
- (0,5p) 6. Se dau punctele  $A, B$  și  $C$  astfel încât  $A \in (BC)$ ,  $AB = 0,3$  dm și  $BC = 90$  mm. Lungimea segmentului  $[AC]$  este egală cu ... cm.
- (0,5p) 7. Un unghi are măsura egală cu  $70^\circ$ . Unghiul format de bisectoarea sa cu una din laturi are măsura egală cu ... .
- (0,5p) 8. Diferența dintre suplementul și complementul unghiului cu măsura de  $57^\circ 36' 38''$  este ... .

### Subiectul II. (50 puncte) Pe foaie se trec rezolvările complete

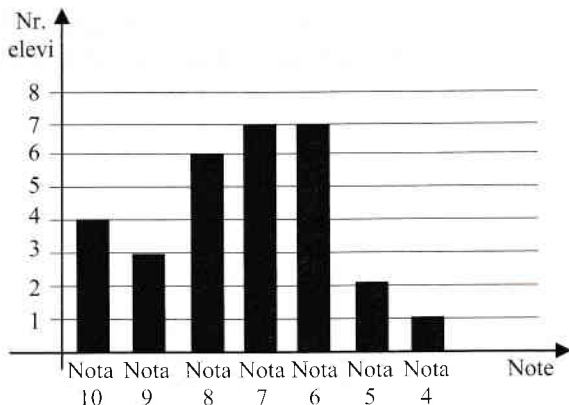
- (1p) 9. Calculați  $[1, (4) + 0,3(8) - 1,2] \cdot \frac{10}{19}$  .
- (0,5p) 10. Câți elevi participă la un concurs de matematică, știind că dacă s-ar așeza în săli de câte 18, 24 sau 27 de locuri ar rămâne mereu câte 5 elevi fără locuri, iar acest număr este cel mai mic?
- (0,5p) 11. Arătați că numărul  $2^{n+3} \cdot 3^{n+1} + 2^{n+1} \cdot 3^{n+2} + 6^n$  este divizibil cu 43, pentru orice  $n \in \mathbb{N}$  .
- (1p) 12. a) Arătați că  $\frac{p}{n(n+p)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+p}$  .
- b) Calculați  $\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{97 \cdot 99}$  .
- (1p) 13. Punctele  $A, B, C$  sunt coliniare în această ordine, iar  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $[AB]$ , respectiv  $[BC]$ . Știind că  $AB = 18$  cm și  $MN = 11$  cm, aflați lungimea segmentului  $[AC]$ .
- (1p) 14. Fie unghiurile  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$  și  $\sphericalangle DOA$  patru unghiuri în jurul unui punct  $O$ , astfel încât:  $m(\sphericalangle AOB) = 8x^\circ + 15^\circ$ ,  $m(\sphericalangle BOC) = 3x^\circ$ ,  $m(\sphericalangle COD) = 10x^\circ - 15^\circ$ ,  $m(\sphericalangle DOA) = x^\circ + 30^\circ$ .
- a) Calculați  $m(\sphericalangle AOB)$ ,  $m(\sphericalangle BOC)$ ,  $m(\sphericalangle COD)$ ,  $m(\sphericalangle DOA)$ .
- b) Sunt punctele  $A, O$  și  $C$  coliniare? Justificați.

### Subiectul I. Pe foaia de răspuns scrieți numai rezultatele. (3 puncte)

- (0,5p) 1. Rezultatul calculului  $10 - 16 - 2 \cdot (-1) - 3$  este ... .
- (0,5p) 2. Dacă  $\frac{4 \cdot a - b}{3 \cdot a + 7 \cdot b} = \frac{2}{5}$ , atunci raportul dintre  $a$  și  $b$  este egal cu ... .
- (0,5p) 3. Numerele  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care  $|x + 1| = 5$  sunt ... .
- (0,5p) 4. Dacă punctul  $N$  se află pe mediatoarea segmentului  $[AB]$ ,  $AB = 7$  cm și  $BN = 5$  cm, atunci perimetrul triunghiului  $ABN$  este egal cu ... cm.
- (0,5p) 5. Suma măsurilor a două unghiuri ale unui triunghi isoscel obtuzunghic este egală cu 150. Măsura unghiului obtuz este egală cu ... °.
- (0,5p) 6. Dacă măsurile unghiurilor ascuțite ale unui triunghi dreptunghic sunt invers proporționale cu  $\frac{1}{2}$  și  $\frac{1}{3}$ , atunci cel mai mic unghi măsoară ... °.

### Subiectul II. Pe foaia de răspuns scrieți rezolvările complete. (6 puncte)

1. Diagrama de mai jos indică repartiția notelor la teza de matematică la clasa a VI-a A, semestrul al II-lea.



- (1p) a) Cât la sută din numărul total de elevi reprezintă numărul elevilor care au obținut nota 10?
- (1p) b) Calculați probabilitatea, ca alegând un elev, la întâmplare, acesta să obțină la teză cel puțin nota 7.
- (1p) 2. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 \cdot (x - 2) - 4 \leq 5x - 6\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 3\}$ .  
Calculați  $A \cap B$ .
3. Fie triunghiul  $ABC$ . Construim punctele:  $D$  simetricul lui  $B$  față de  $A$  și  $E$  simetricul lui  $C$  față de  $A$ .
- (1p) a) Demonstrați că  $ED \parallel BC$  și  $BE \parallel DC$ .
- (1p) b) Demonstrați că triunghiurile  $ABC$  și  $ABE$  au ariile egale.
- (1p) c) Dacă măsura unghiului  $m(\sphericalangle BAE) = 109^\circ$  și  $m(\sphericalangle ADE) = 68^\circ$ , atunci calculați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .