Marius Perianu
Ștefan Smărăndoiu
Cătălin Stănică

Matematică

Clasa a VI-a

II

art
educațional

Cuprins

Algebră

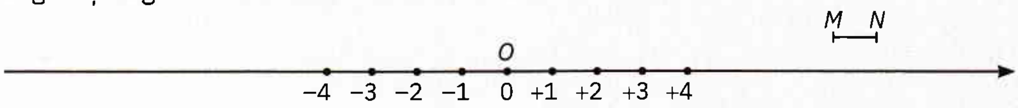
I. Mulțimea numerelor întregi

II. Mulțimea numerelor raționale

Geometrie

I.1. Număr întreg

Mulțimea numerelor întregi. Pe axa numerelor din reprezentarea de mai jos s-au ales punctul O ca origine și segmentul MN ca unitate de măsură.



Începând de la punctul O, spre dreapta, măsurăm una, două, trei, patru unități. În dreptul punctelor obținute scriem +1, +2, +3, +4. Numerele +1, +2, +3, +4 și toate celelalte pe care le putem obține în același mod se numesc *numere întregi pozitive*.

Începând de la punctul O, spre stânga, măsurăm una, două, trei, patru unități. În dreptul punctelor scriem −1, −2, −3, −4. Numerele −1, −2, −3, −4 și toate celelalte obținute măsurând unități spre stânga se numesc *numere întregi negative*.

Numerele întregi pozitive, numerele întregi negative și numărul 0 formează *mulțimea numerelor întregi*, care se notează cu simbolul $\mathbb{Z}$. Avem:

$$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...\} \quad \text{sau} \quad \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, ...\}.$$

Alte notații: $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, ..., +n, ...\}$ – mulțimea numerelor întregi pozitive;
$\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, ..., -n, ...\}$ – mulțimea numerelor întregi negative;
$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ – mulțimea numerelor întregi nenule.

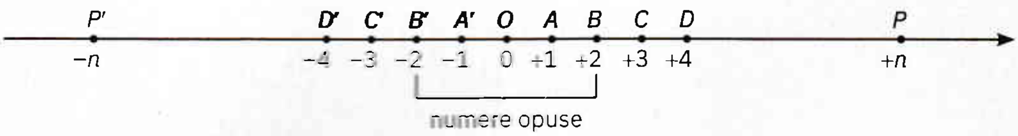
Observații:

1. Numerele întregi pozitive se identifică cu numerele naturale: $1 = +1$, $2 = +2$, $3 = +3$, $4 = +4$ etc.; altfel spus, avem egalitatea $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}^*$.
2. Numărul 0 nu este nici pozitiv și nici negativ.

Exemple: Numerele întregi negative sunt folosite pentru a descrie temperaturi exprimate în grade Celsius sub limita de îngheț, adâncimi sub nivelul mării, datorii etc.

1. Într-o zi de iarnă, temperatura poate fi egală cu −10 °C.
2. Altitudinea Everestului este de 8 848 m, iar adâncimea maximă a Oceanului Atlantic este de 8 385 m. Raportate la nivelul mării, care este considerat a fi 0 m, aceste valori pot fi exprimate astfel: altitudinea este de +8 848 m, iar adâncimea de −8 385 m.
3. Soldul unei societăți comerciale se obține însumând încasările (*creditul*), reprezentate prin numere pozitive, și plățile (*debitul*) reprezentate prin numere negative. De exemplu, dacă într-o zi încasările au fost de 3 000 de lei, dar s-a plătit o factură de 4 000 de lei, atunci în ziua respectivă soldul este negativ (−1 000), deoarece societatea are *o datorie* de 1 000 de lei.

Opusul unui număr întreg. Pe axă există puncte egal depărtate de origine. De exemplu, în reprezentarea de mai jos: A și A', B și B' etc.



Două numere întregi nenule se numesc *opuse* dacă le corespund pe axă două puncte ce sunt egal depărtate de O.

Exemple:
1 Numerele 2 și -2 sunt opuse.
2 Numărul -4 este opusul numărului $+4$.

Observații:
1 În general, dacă n este un număr natural nenul, atunci:
- opusul numărului întreg pozitiv $+n$ este numărul întreg negativ $-n$;
- opusul numărului întreg negativ $-n$ este numărul întreg pozitiv $+n$.

2 Opusul numărului 0 este tot numărul 0, deoarece $+0 = -0 = 0$.

3 Opusul unui număr întreg x (fie pozitiv, fie negativ) se notează cu $-x$.

Exemple:
1 Opusul numărului -7 se notează cu $-(-7)$ și este egal cu $+7$, deci $-(-7) = +7$.

2 Opusul numărului $+5$ se notează cu $-(+5)$ și este egal cu -5, deci $-(+5) = -5$.

Valoarea absolută sau *modulul* unui număr întreg a este distanța de la origine la punctul ce îi corespunde numărului a pe axa numerelor. Se notează cu $|a|$.

Exemple:
1 În reprezentarea anterioară, numărului $+3$ îi corespunde punctul C.
$|+3| = 3$, deoarece $d(O, C) = OC = 3u$, unde $u = MN$.

2 În reprezentarea anterioară, numărului -4 îi corespunde punctul D'.
$|-4| = 4$, deoarece $d(O, D') = OD' = 4u$.

Observații: Fie n un număr natural nenul. Atunci:
1 Modulul numărului întreg pozitiv n este egal cu numărul însuși: $|n| = n$.
2 Modulul numărului întreg negativ $-n$ este egal cu opusul său: $|-n| = -(-n) = +n$.
3 Modulul numărului întreg 0 este tot 0: $|0| = 0$.
4 $|a| \geq 0$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, cu egalitate pentru $a = 0$.

Exemple: a $|+3| = 3$; b $|-4| = 4$; c $|0| = 0$.

Exersare

1 Asociați fiecărui număr din propozițiile următoare unul dintre simbolurile + sau –:
a Elena are o datorie de 25 000 de lei.
b Înălțimea ușii este de 210 cm.
c Astăzi sunt 5 °C sub zero.
d Un scufundător a ajuns la o adâncime de 105 m sub nivelul mării.

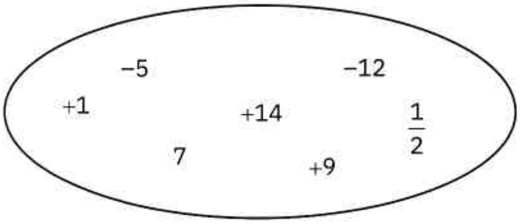
2 Fie mulțimea $A = \{-2, 5, +4, 3, -1, 0, -4, +9\}$.
a Enumerați elementele mulțimii A ce sunt numere naturale.
b Reprezentați, folosind o diagramă Venn-Euler, acea submulțime a mulțimii A ce conține doar numere întregi negative.

3 Subliniați numerele întregi negative din șirul: −4, +3, 2, 7, 12, 0, −5, −24, +35.

4 Precizați care dintre propozițiile următoare sunt adevărate și care sunt false:

a „8 este un număr întreg“; b „−2 este un număr natural“;
c „0 este un număr întreg pozitiv“; d „$+9 \in \mathbb{Z}$“; e „$-5 \in \mathbb{N}$“; f „$-5 \in \mathbb{Z}$“.

5 Enumerați elementele mulțimii *M*, care sunt numere naturale din diagramă:



6 Care este coordonata punctului de origine a axei numerelor?

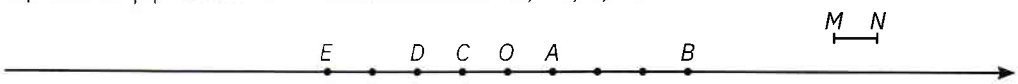
7 Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:
a −3, 2, −1, −5, 4; b −2, +2, −3, −4, +1; c +6, −1, −3, +2, −4.

8 Ce numere sunt reprezentate pe o axă la distanța de opt unități față de origine?

9 În reprezentarea următoare punctul *O* este originea axei.

a Completați reprezentarea următoare cu coordonatele punctelor *A*, *B*, *C*, *D* și *E*.

b Reprezentați punctele ce au coordonatele −6, −8, 5, +9.



10 a Reprezentați, pe o axă ce are ca unitate de măsură 1 cm, punctele ce corespund numerelor −12, 5, −3, −7, +4, 2, +10, −5, 3. Stabiliți dacă între acestea există și puncte ce sunt egal depărtate de origine.

b Completați tabelul:

a	−7	11	−(−3)	29	17 − 5	−22	+6	−20	−5
$\lvert a \rvert$									

11 Completați pentru a obține propoziții adevărate:

a Opusul numărului +5 este .... b Opusul numărului 0 este numărul ....
c Opusul numărului −8 este .... d Opusul numărului ...... este egal cu 9.
e Opusul numărului ...... este egal cu −52. f −(−56) = ...
g −(+43) = ... h −(......) = 23. i −(......) = −19.

Consolidare

12 Reprezentați pe axa numerelor toate punctele ce au distanța față de origine egală cu 2, 4, 5 și 8. Enumerați coordonatele punctelor și precizați, pentru fiecare dintre acestea, valoarea absolută.

13 Completați pentru a obține propoziții adevărate.

a Modulul numărului −11 este egal cu ....

b Valoarea absolută a numărului +7 este egală cu ....

c $|+11| =$ .... **d** $|+2012| =$ .... **e** $|-1| =$ .... **f** $|-2| =$ ....

14 Calculați:

a $|+8| + |-5| - |-9|$; **b** $|-15| + |-3| \cdot |+6|$; **c** $|-25| \cdot |-3| - |-60|$;

d $|-7| \cdot |-2| + |-24| : |-6|$; **e** $|-28| : |+2| - |16| : |-4|$; **f** $|+64| : |4| + 0 : |-8|$.

15 Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a $\{-2, -1, 0, 1, 2\} \subset \mathbb{Z}$; **b** $\{-1, 0, 1, 2\} \subset \mathbb{N}$;

c $\{0, 1, 2, ..., 2020\} \subset \mathbb{N}$; **d** $\{-2020, -2019, ..., 2019, 2020\} \subset \mathbb{Z}$.

16 Fie mulțimea $M = \left\{+8; \frac{5}{2}; -4; +4; 0,75; -41; -(-10); 0\right\}$. Enumerați elementele mulțimilor $M \cap \mathbb{N}$ și $M \cap \mathbb{Z}$.

17 Scrieți câte trei elemente aparținând fiecăreia dintre mulțimile de mai jos:

a $\mathbb{Z}$; **b** $\mathbb{N}$; **c** $\mathbb{Z}_+$; **d** $\mathbb{Z}_-$; **e** $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$; **f** $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$.

18 Câte elemente are mulțimea $\mathbb{N} - \mathbb{Z}$? Dar $\mathbb{N} - \mathbb{Z}_+$?

19 Arătați, dând câte un contraexemplu, că propozițiile următoare sunt false:

a $\mathbb{N} = \mathbb{Z}$; **b** $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$; **c** $\mathbb{Z}_- \cup \mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$; **d** $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$.

20 Reprezentați pe o axă ce are ca unitate de măsură un centimetru, punctele *A*, *B*, *C* și *D* de coordonate −6, +6, −8, și, respectiv, +9. Determinați distanțele dintre:

a *A* și *B*; **b** *B* și *C*; **c** *D* și *A*.

21 Stabiliți dacă enunțurile următoare sunt adevărate pentru orice numere întregi, pentru câteva numere întregi sau nu sunt adevărate pentru niciun număr întreg:

a Valoarea absolută a unui număr întreg este negativă.

b Numerele opuse au aceeași valoare absolută.

22 Reprezentați pe axă numerele întregi care au valoarea absolută egală cu:

a 2; **b** 7; **c** 8.

23 Reprezentați pe axă toate numerele întregi ce au modulul cel mult egal cu 6.

24 Pe o axă ce are ca unitate de măsură 1 cm, reprezentați punctele *A* și *B*, astfel alese încât unul să aibă coordonata număr întreg pozitiv, celălalt să aibă coordonata număr negativ și distanța dintre cele două puncte să fie egală cu 5 cm. Determinați toate soluțiile. Dacă punctelor le corespund numerele *a* și *b*, calculați $|a| + |b|$.

25 Determinați toate numerele întregi *x* care verifică relația:

a $|x| = 2$; **b** $|x| = 10$; **c** $|x| = -6$; **d** $|x| \in \{3, 4, 5\}$.

26 Ce numere întregi verifică egalitatea $|x| = x$? Dar egalitatea $|x| = -x$?

27 Găsiți toate pozițiile posibile pentru punctele *M* și *N* din reprezentarea alăturată, dacă punctul *M* este translatat cu cinci unități, iar punctul *N* cu două unități. Pentru fiecare situație în parte determinați distanța dintre *M* și *N*.

Aprofundare

28 Pe o axă de coordonate cu originea în O se consideră punctele M, N având abscisele -8, respectiv 16, și Q ales astfel încât $OQ = 6$. Determinați lungimile segmentelor OM, ON, QM, QN.

29 Pe o axă de coordonate cu unitatea de măsură egală cu 1 cm se consideră punctele A și B astfel încât $AB = 12$ cm și coordonata punctului A să fie egală cu -5.

a Determinați coordonata punctului B.

b Determinați coordonatele punctelor M și N, știind că $AM = 4$ cm și $AN = 6$ cm. Câte situații apar? Calculați de fiecare dată lungimea segmentului MN.

30 Determinați coordonatele punctelor M și N ce aparțin axei numerelor, știind că abscisele acestora sunt numere opuse și $MN + 4MO = 18$.

31 **a** Reprezentați pe axa numerelor punctele A și B, astfel încât $d(A; O) = 7u$ și $d(B; O) = 8u$, unde O indică originea pe axă.

b Dacă $A(a)$ și $B(b)$, determinați, pentru fiecare caz, a, b, $|a|$, $|b|$.

32 Pe axa numerelor, abscisele punctelor M, N și P sunt numerele întregi x, y și, respectiv, z, care verifică relațiile $|x| = 6$ și $|y| = 4$. Știind că $NP = 3$, calculați lungimile segmentelor OM, ON, OP, MN, MP, NP.

33 Calculați:

a $|-1| + |-2| + |-3| + \ldots + |-64|$; **b** $|-2| + |+4| + |-6| + \ldots + |-102|$;

c $|-5| + |-10| + |-15| + \ldots + |-250|$; **d** $|-1| + |-4| + |-7| + \ldots + |-235|$.

34 Determinați toate numerele întregi x care verifică relația:

a $|x - 3| = 0$; **b** $|x - 6| = 0$; **c** $|x + 5| = -6$; **d** $|x| \in \{0, 10, 100\}$.

35 Determinați toate numerele întregi x care verifică relația:

a $|2x - 6| = 0$; **b** $|3x - 12| = 0$; **c** $|4x + 20| = -6$; **d** $|3x - 27| = 0$.

36 Determinați toate numerele întregi x care verifică relația:

a $|2x - 9| = 0$; **b** $|3x - 17| = 0$; **c** $|4x + 23| = 0$; **d** $|3x - 20| = 0$.

Probleme de șapte stele

37 Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația: $|x| + |y| = 0$.

Rezolvare: Deoarece $|x| \geq 0$ și $|y| \geq 0$, rezultă că $|x| + |y| \geq 0$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$, egalitatea având loc dacă și numai dacă $|x| = |y| = 0$, adică $x = y = 0$.

38 Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a $|x| + |y| + |z| = 0$; **b** $|x - 1| + |y - 2| + |z - 3| = 0$;

c $|x - 2| + |y - 3| = 1$; **d** $|x| + |y| + |z| = 2$.

39 Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a $|2x - 8| + |5y - 40| = 0$; **b** $|7x - 21| + |2y - 8| = 0$;

c $|4x - 12| + |2y - 11| = 0$; **d** $|4x - 12| + |5y - 10| + |3z - 3| = 0$.

40 Determinați cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = ab;\ a, b \in \mathbb{Z},\ |a| \leq 10,\ |b| \leq 3\}$.

41 Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuația $\big||3x - 18| - 0\big| = 0$.

I.2 Compararea și ordonarea numerelor întregi

Dintre două numere întregi diferite este mai mare cel care este reprezentat mai la dreapta, pe o axă a numerelor, cu sensul pozitiv spre dreapta. În reprezentarea de mai jos, punctelor A și B le corespund numerele întregi a și respectiv b. Deoarece A este situat la stânga lui B, rezultă că $a < b$.

În funcție de semnul numerelor a și b, pot apărea următoarele situații:

a $a, b \in \mathbb{Z}_+$: a și b sunt numere naturale; compararea se face după regulile cunoscute.

b $a \in \mathbb{Z}_-$ și $b \in \mathbb{Z}_+$: în această situație, punctul A se află pe axă la stânga lui O, iar punctul B se află la dreapta lui O. Evident, este mai mare numărul nenegativ: $b > a$.

c $a, b \in \mathbb{Z}_-$: studiind reprezentarea pe axă de mai jos, observăm că punctul A este mai depărtat de origine, deci $OA > OB$. Cum $OA = |a|$ și $OB = |b|$, rezultă că $|a| > |b|$.

Concluzii:

1. Dintre două numere întregi pozitive, mai mare este cel care are modulul mai mare.
2. Orice număr întreg negativ este mai mic decât orice număr natural.
3. Dintre două numere întregi negative, mai mare este cel care are modulul mai mic.

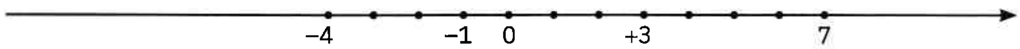
Exersare

1 Stabiliți dacă următoarele inegalități sunt adevărate sau false:

a $-5 < 5$; **b** $-2 > -7$; **c** $-14 \leq -14$; **d** $-1 < -2$;
e $6 \geq +9$; **f** $-9 < +18$; **g** $-3 \geq -13$; **h** $-15 \leq -16$.

2 Completați relațiile următoare cu numere din reprezentarea de mai jos:

a $-1 > ...$; **b** $... > 3$; **c** $-4 < ...$; **d** $... > -1$.



3 Indicați cel mai mare număr din fiecare pereche:

a -1 și 2; **b** 15 și $+14$; **c** 0 și -7; **d** 0 și $+8$;
e 11 și -2; **f** -3 și -5; **g** -9 și -4; **h** -25 și -18.

4 Completați cu unul dintre simbolurile $<$ sau $>$:

a $2 ... -9$; **b** $-6 ... 5$; **c** $0 ... -1$; **d** $+5 ... -5$;
e $-6 ... -7$; **f** $-9 ... -15$; **g** $-12 ... -21$; **h** $+3 ... +17$.

5 Enumerați numerele întregi negative ce sunt mai mari decât -8.

6 Scrieți șase numere întregi mai mici decât -10.

7 Enumerați numerele întregi care sunt cuprinse între -12 și -7.

8 Indicați cel mai mic element al fiecărei mulțimi:

a $A = \{-2, +5, -3, 0\}$; b $B = \{-12, +6, -15, 23\}$; c $C = \{-26, -52, 3, 25\}$.

Consolidare

9 Ordonați crescător numerele:

a $-5, +4, -2, 0$; b $7, -4, -5, 1$; c $-43, +34, -34, 43$.

10 Ordonați descrescător numerele $9, -4, -10, +5, 0, -1$.

11 Ordonați numerele $12, -16, -1, +5, 15, -6$ de la cel mai mic la cel mai mare. Ordonați apoi numerele de la cel mai apropiat de zero până la cel mai depărtat.

12 Numerele întregi negative m și n verifică relația $|m| < |n|$. Dintre m și n, care este cel mai mic număr?

13 Completați pentru a obține propoziții adevărate:

a Cel mai mare număr negativ alcătuit din două cifre diferite este ....

b Cel mai mic număr întreg de trei cifre este egal cu ....

c Cel mai mic număr întreg mai mare decât -5 este ....

d Cel mai mare număr întreg mai mic decât -10 este ....

14 Fie mulțimea $A = \{-2, +4, -6, -(-2), -10, 12, -(+7)\}$.

a Ordonați crescător elementele mulțimii A.

b Enumerați elementele mulțimii A care sunt cel puțin egale cu 1.

c Determinați mulțimile $A \cap \mathbb{N}$, $A \setminus \mathbb{N}$, $A \setminus \mathbb{Z}$.

15 Determinați toate valorile posibile ale numerelor x și y știind că:

a $|x| = 4$, $|y| = 5$ și $x < y$; b $|x| = 4$, $|y| = 5$ și $x > y$;

c $|x| = 2$, $|y| = 6$ și $x < y$; d $|x| = 3$, $|y| = 12$ și $x > y$.

16 Înlocuiți a și b din relația $a < x < b$ cu numerele întregi cele mai apropiate de x, știind că x este egal cu:

a 6; b 42; c 0; d -1; e -8; f -38.

17 Enumerați elementele mulțimilor următoare:

a $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -3 \text{ și } x < 2\}$; b $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -6 \text{ și } x < -2\}$;

c $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 < x \text{ și } x < -4\}$; d $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 0\}$;

e $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x < 5\}$; f $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -6 < x < 6\}$.

18 Enumerați elementele mulțimilor, în ordine descrescătoare:

a $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < |x| < 5\}$; b $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq |x| < 5\}$;

c $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < |x| \leq 5\}$; d $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq |x| \leq 5\}$.

19 Determinați intersecția mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = x\}$.

20 Comparați numerele a și b, unde:

a $a = -|-10|$ și $b = |-(-10)|$; **b** $a = |-5| + |-2|$ și $b = |+5| - |+2|$.

21 Scrieți cinci numere întregi consecutive astfel încât:

a cel mai mare să fie egal cu -4; **b** cel mai mic să fie egal cu -18.

22 Determinați cifra x, astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate:

a $-2759 < -\overline{275x}$; **b** $-\overline{x7} > -52$; **c** $\overline{2x1} > -79$.

23 Dacă x este un număr întreg cuprins între -3 și 5, care este probabilitatea ca valoarea sa absolută să fie mai mare decât 2?

24 Determinați cel mai mic număr întreg de patru cifre distincte, știind că suma cifrelor sale este egală cu 10.

25 Câte puncte cu coordonate numere întregi pot fi reprezentate pe axă între punctele $A(-1\,000)$ și $B(+1\,000)$?

Aprofundare

26 Determinați n știind că mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 < |x| \leq n + 1\}$ are 20 de elemente. Care este cel mai mic element al mulțimii?

27 Puneți unul dintre semnele $>$, $<$, $=$, astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate:

a $-7 \ldots -3$; **b** $-(-5) \ldots 5$; **c** $-14 \ldots -(4 + 10)$; **d** $20 \ldots -(+10)$;
e $0 \ldots -25$; **f** $-11 \ldots 0$; **g** $|93 - 27| \ldots -(-66)$; **h** $0 \ldots -(3 - 3)$.

28 Determinați numerele x și y știind că numerele întregi $-3, -2, x, 0, y, 4$ sunt ordonate crescător și $x, y \in \{-3, -1, 2, 5, 7, 9\}$.

29 Determinați numerele $x, y \in \{-4, -3, -2, 1, 3, 5\}$ știind că x este negativ, iar y este pozitiv, cu modulul mai mare decât 1. Câte răspunsuri posibile există?

30 În tabelul de mai jos s-au înregistrat temperaturile într-o săptămână de iarnă.

a În ce zi la ora 13 a fost cel mai frig? Dar cel mai cald?

b În ce zi și la ce oră s-a înregistrat temperatura cea mai: **i** mică; **ii** mare?

c În ce zi și la ce oră s-a înregistrat temperatura:
i $-7°$; **ii** $a°$ cu $|a| = 6$; **iii** $b°$ cu $b° < -10°$; **iv** $c°$ cu $c° > 2°$?

Ziua	Temperatura la ora		
	7^{00}	13^{00}	24^{00}
Luni	$-9°$	$-5°$	$-12°$
Marți	$-7°$	$-1°$	$-4°$
Miercuri	$-2°$	$3°$	$-1°$
Joi	$-1°$	$6°$	$-3°$
Vineri	$-6°$	$0°$	$-9°$
Sâmbătă	$-8°$	$-3°$	$-13°$
Duminică	$-7°$	$-1°$	$-15°$

31 Determinați suma elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2^{100}\}$.

32 Comparați numerele $a = (3^{24} + |9^{12} - 2^{25}|)$ și $b = (25^5 + |27^5 - 5^{10}|)$.

33 Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2n - 1\}$. Determinați n, știind că mulțimea A are 101 elemente.

1.3 Adunarea numerelor întregi

Să analizăm situația financiară a unei societăți pe parcursul unei săptămâni. Totalitatea încasărilor unei zile constituie *creditul* (reprezentat prin numere pozitive), iar plățile constituie *debitul* (reprezentat prin numere negative). Soldul unei zile se obține însumând creditul și debitul Cantitățile sunt exprimate în mii de lei.

	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă
credit	3	2	1	4	1	0
debit	1	3	0	4	4	2
soldul zilei	+2	−1	+1	0	−3	−2
interpretare	$3 + (-1) = 2$	$2 + (-3) = -1$	$1 + 0 = 1$	$4 + (-4) = 0$	$1 + (-4) = -3$	$0 + (-2) = -2$

Mai mult, soldul cumulat al zilelor de vineri și sâmbătă este egal cu −5; deci avem și interpretarea $-3 + (-2) = -5$. Analizând rezultatele, tragem următoarele concluzii:

a Suma a două numere întregi cu același semn este numărul întreg care are:
- modulul egal cu suma modulelor termenilor;
- același semn ca termenii sumei.

Exemple: **1** $(+2) + (+5) = +7$; **2** $(+3) + (+8) = +11$; **3** $(+6) + (+8) = +14$;
4 $(-2) + (-6) = -8$; **5** $(-1) + (-9) = -10$; **6** $(-5) + (-11) = -16$.

b Suma a două numere întregi cu semne diferite este numărul întreg care are:
- modulul egal cu modulul diferenței modulelor termenilor;
- semnul egal cu semnul termenului mai mare în modul.

Exemple: **1** $(-2) + (+5) = +3$; **2** $(+8) + (-3) = +5$; **3** $(+11) + (-8) = +3$;
4 $(+2) + (-6) = -4$; **5** $(-9) + (+3) = -6$; **6** $(+5) + (-11) = -6$.

c Suma a două numere întregi opuse este 0.

Exemple: **1** $(-2) + (+2) = 0$; **2** $(+8) + (-8) = 0$; **3** $(+11) + (-11) = 0$.

Observații:
1. Suma a două numere întregi pozitive este întotdeauna un întreg pozitiv.
2. Suma a două numere întregi negative este întotdeauna un întreg negativ.
3. Suma a două numere cu semne diferite poate fi egală cu zero, pozitivă sau negativă.
4. Suma a două numere întregi este 0 dacă și numai dacă numerele sunt opuse.