Marius PERIANU
Cătălin STĂNICĂ
Ștefan SMĂRĂNDOIU

Matematică

clasa a V-a

II

art
educațional

Prezentul auxiliar a fost avizat de Ministerul Educației Naționale prin Ordinul nr. 3022 din 08.01.2018 și se regăsește la poziția nr. 287 din anexa Ordinului.

Lucrarea a fost realizată în conformitate cu noua *Programă școlară pentru disciplina MATEMATICĂ. CLASELE A V-A – A VIII-A*, aprobată prin O.M. nr. 3393/28.02.2017.

Referenți științifici: prof. drd. Livia Harabagiu
prof. gr. I. Dorin Irinel Popa
prof. gr. I. Nicolae Bivol

Redactor: Irina Munteanu
Tehnoredactare: Cornel Drăghia
Coperta: Alexandru Daş

ISBN 978-606-003-148-2
ISBN 978-606-003-150-5 (sem. II)

Pentru comenzi vă puteți adresa Departamentului Difuzare
C.P. 12, O.P. 63, sector 1, București
Telefoane: 0744 634 719; 0751 281 774; 021 796 73 83; 021 796 73 80
Fax: 021 369 31 99
www.art-educational.ro

CUPRINS

UNITATEA 1

FRACȚII ORDINARE

Competențe generale și specifice vizate

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate

2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice

3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale

4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date

5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intradisciplinar și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

Tema 1.1

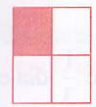
Fracții ordinare. Noțiuni introductive

O parte dintr-un întreg, împărțit în părți egale, se numește *unitate fracționară*.

Exemple. Partea colorată din următoarele figuri reprezintă:

o doime sau *o jumătate* sau *unu pe doi*; se scrie $\frac{1}{2}$

o treime sau *unu pe trei*; se scrie $\frac{1}{3}$



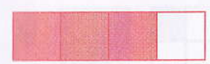
o pătrime sau *un sfert* sau *unu pe patru*; se scrie $\frac{1}{4}$.

Una sau mai multe unități fracționare se numește *fracție*. Forma generală a fracției este $\frac{a}{b}$, unde a, b sunt numere naturale și $b \neq 0$.

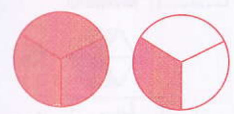
Numărul a se numește *numărător* și arată câte unități fracționare s-au luat; numărul b *se* numește *numitor* și arată în câte părți egale a fost împărțit întregul; linia orizontală (sau oblică) se numește *linie de fracție.*

Fracția este o pereche de numere naturale, a și b, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ sau a/b, $b \neq 0$.

Exemple. Partea colorată din următoarele figuri reprezintă:



$\frac{3}{4}$ citim *trei pătrimi* sau *trei supra patru* sau *trei pe patru*.



$\frac{4}{3}$ citim *patru treimi* sau *patru supra trei* sau *patru pe trei*.

---

*

1. Scrieți sub formă de fracție:

a) o pătrime; *d)* o treime; *g)* o miime;
b) o șesime; *e)* o sutime; *h)* o milionime;
c) o zecime; *f)* trei optimi; *i)* două cincimi.

2. Citiți următoarele fracții:

a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{40}, \frac{1}{19}, \frac{1}{17}, \frac{1}{1000000}$;

b) $\frac{2}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{9}, \frac{3}{4}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{10}{15}, \frac{16}{23}, \frac{24}{10}, \frac{15}{8}, \frac{13}{8}, \frac{12}{7}$.

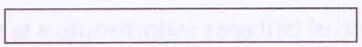
3. Reprezentați prin desene următoarele fracții: $\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}$.

4. Scrieți sub formă de fracție:

a) trei noimi; *d)* opt zecimi; *g)* cinci cincimi;
b) cinci șesimi; *e)* patru cincimi; *h)* treizeci și șapte de sutimi;
c) șapte pătrimi; *f)* șase pătrimi; *i)* patru optimi.

Rezolvare. *a)* trei noimi se scrie $\frac{3}{9}$.

5. Reprezentați, în desene diferite, fracțiile $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{2}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$ din întregul următor:



6. Desenați un pătrat cu latura de 3 cm. Colorați cu roșu $\frac{2}{3}$ din el și cu verde $\frac{1}{3}$ din el.

7. Desenați un dreptunghi cu dimensiunile de 6 cm și 4 cm. Colorați din acest dreptunghi fracțiile $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{24}, \frac{3}{12}, \frac{1}{2}$.

8. Scrieți în tabelul de mai jos fracția reprezentată de partea hașurată din desen ca în exemplul de la *d)*:

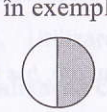
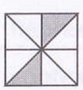
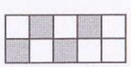
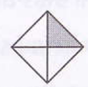
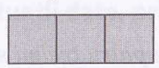
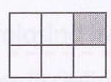
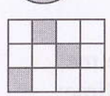
a) 
b) 
c) 
d) 
e) 
f) 
g) 
h) 
i) 
j) 
k) 
l) 
m) 

figura	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
fracția				$\frac{2}{8}$									

9. Citiți următoarele fracții: $\frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}, \frac{8}{7}, \frac{30}{42}, \frac{9}{16}, \frac{48}{50}, \frac{103}{207}, \frac{83}{96}, \frac{a}{b}, \frac{2x}{5y}$.

10. Folosind câte două dintre numerele 3, 5, 7, scrieți toate fracțiile posibile.

11. Folosind câte două dintre numerele 6, 4, 10, scrieți toate fracțiile posibile.

12. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale mai mici decât 6 și mai mari decât 3.

13. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale prime distincte cuprinse între 10 și 20.

Rezolvare. Numerele prime cuprinse între 10 și 20 sunt: 11, 13, 17 și 19. Fracțiile care se pot scrie cu aceste numere sunt: $\frac{11}{13}, \frac{11}{17}, \frac{11}{19}, \frac{13}{11}, \frac{13}{17}, \frac{13}{19}, \frac{17}{11}, \frac{17}{13}, \frac{17}{19}, \frac{19}{11}, \frac{19}{13}, \frac{19}{17}$.

14. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale prime diferite cuprinse între 20 și 40.

15. Scrieți în tabelul de mai jos fracția reprezentată de partea hașurată din desen, ca în exemplul *h)*:

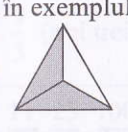
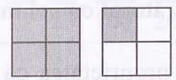
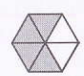
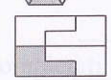
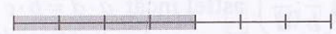
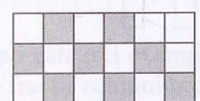
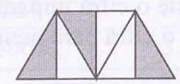
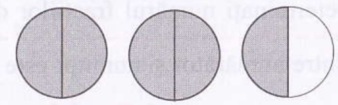
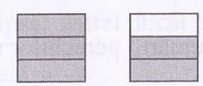
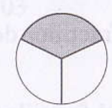
a) 
b) 
c) 
d) 
e) 
f) 
g) 
h) 
i) 
j) 
k) 

figura	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*
fracția								$\frac{3}{6}$			

16. Scrieți toate fracțiile care îndeplinesc, simultan, condițiile:
- numărătorul este o cifră pară, nenulă;
- numitorul este o cifră cu cel puțin 3 mai mare decât numărătorul.

17. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a este divizor al 12 și b este divizor al lui 35.

18. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere prime cuprinse între 25 și 45, iar $a < b$.

***

19. Fie fracția $\frac{23}{2x+1}$. Determinați numărul natural x, pătrat perfect, pentru care fracția are numitorul mai mic decât numărătorul.

Rezolvare. Avem $2x + 1 < 23 \Leftrightarrow 2x < 23 - 1 \Leftrightarrow 2x < 22 \mid : 2 \Leftrightarrow x < 11$. Cum x este pătrat perfect și $x < 11$, rezultă că x poate fi 0, 1, 4, 9.

20. Fie fracția $\frac{3x+2}{98}$. Determinați numărul natural x, pătrat perfect, pentru care fracția are numitorul mai mare decât numărătorul.

21. Scrieți toate fracțiile $\frac{a}{b}$ unde a este pătratul unui număr natural, b este cubul unui număr natural și $0 < a < 37$, $0 < b < 38$.

22. Scrieți toate fracțiile care îndeplinesc, simultan, condițiile:
- numărătorul este o cifră impară;
- numitorul este o cifră pară nenulă mai mare decât numărătorul cu cel mult 5.

23. Determinați numărul fracțiilor de forma $\frac{\overline{ab}+5}{\overline{ba}+6}$ care au proprietatea că suma dintre numărător și numitor este pătrat perfect.

Probleme de șapte stele

24. Determinați numărul perechilor de fracții $\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)$ astfel încât $a \cdot d = b \cdot c = 6$.

25. Determinați numărul fracțiilor de forma $\frac{1}{\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}}$.

26. *a)* Determinați numărul fracțiilor de forma $\frac{128}{\overline{ab}}$.

b) Dintre fracțiile găsite la punctul anterior, aflați-le pe cele care au proprietatea că numărătorul și numitorul au cel puțin un divizor comun mai mare sau egal cu 2.

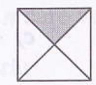
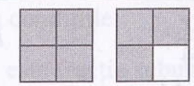
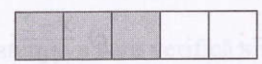
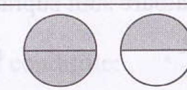
Tema 1.2

Clasificarea fracțiilor ordinare

Fie a și b două numere naturale, cu $b \neq 0$. Fracția $\frac{a}{b}$ se numește:

- *echiunitară*, dacă $a = b$ (numărătorul este egal cu numitorul);
- *subunitară*, dacă $a < b$ (numărătorul este mai mic decât numitorul);
- *supraunitară*, dacă $a > b$ (numărătorul este mai mare decât numitorul).

Exemple.

Fracții echiunitare	Fracții subunitare	Fracții supraunitare
 $\frac{4}{4}$ (patru pătrimi)	 $\frac{1}{4}$ (o pătrime)	 $\frac{7}{4}$ (șapte pătrimi)
 $\frac{3}{3}$ (trei treimi)	 $\frac{3}{5}$ (trei cincimi)	 $\frac{3}{2}$ (trei doimi)
$\frac{8}{8}, \frac{11}{11}, \frac{23}{23}, \frac{100}{100}, \frac{205}{205}$	$\frac{7}{10}, \frac{1}{13}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{307}{3008}$	$\frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{8}{6}, \frac{8}{7}, \frac{100}{25}$

*

1. Completați numărătorul sau numitorul lipsă, astfel încât să obțineți fracții echiunitare: $\frac{6}{\square}, \frac{11}{\square}, \frac{\square}{13}, \frac{10}{\square}, \frac{13}{\square}, \frac{\square}{25}, \frac{\square}{103}$.

2. Dați câte trei exemple de:
a) fracții echiunitare;
b) fracții subunitare cu numărătorul 7;
c) fracții subunitare cu numitorul 12;
d) fracții supraunitare cu numitorul 10;
e) fracții supraunitare cu numărătorul 20.

3. Scrieți fracțiile echiunitare, fracțiile subunitare și fracțiile supraunitare din șirul de fracții:

$$\frac{3}{2},\frac{5}{6},\frac{7}{7},\frac{8}{4},\frac{3}{5},\frac{11}{12},\frac{9}{8},\frac{9}{10},\frac{14}{20},\frac{31}{30},\frac{90}{91},\frac{103}{33},\frac{405}{504}.$$

4. În următorul șir de fracții, subliniați-le pe cele supraunitare:

$$\frac{1}{2},\frac{2}{1},\frac{5}{3},\frac{5}{6},\frac{17}{16},\frac{23}{20},\frac{41}{43},\frac{70}{60},\frac{51}{41},\frac{83}{15},\frac{99}{103},\frac{86}{68},\frac{15}{105}.$$

5. În următoarea secvență de fracții, subliniați cu o linie pe cele subunitare și cu două linii pe cele supraunitare:

$$\frac{1}{3},\frac{2}{4},\frac{4}{3},\frac{4}{5},\frac{6}{5},\frac{4}{4},\frac{3}{6},\frac{6}{6},\frac{7}{8},\frac{11}{10},\frac{9}{10},\frac{23}{15},\frac{54}{27},\frac{18}{41},\frac{43}{43},\frac{72}{71},\frac{86}{86},\frac{97}{79}.$$

6. Aflați, în fiecare caz, numărul natural x pentru care fracțiile următoare sunt echiunitare:

a) $\frac{x}{4}$; *b)* $\frac{x+1}{7}$; *c)* $\frac{x-2}{10}$; *d)* $\frac{6}{2x}$;

e) $\frac{14}{x+2}$; *f)* $\frac{23}{x-1}$; *g)* $\frac{104}{20x+4}$; *h)* $\frac{3x+2}{2x+3}$.

7. Determinați, în fiecare caz, valorile numărului natural x pentru care fracțiile următoare sunt supraunitare:

a) $\frac{4}{x}$; *b)* $\frac{x+1}{7}$; *c)* $\frac{x-2}{10}$; *d)* $\frac{6}{2x}$.

8. Aflați numărul natural x pentru care fracțiile următoare sunt subunitare:

a) $\frac{x}{3}$; *b)* $\frac{x+12}{17}$; *c)* $\frac{11}{x-2}$; *d)* $\frac{13}{4x}$.

9. Indicați patru numere naturale care, puse în locul lui x în fracția $\frac{x}{13}$, determină o fracție subunitară.

Rezolvare. Fracția este subunitară dacă numărătorul este mai mic decât numitorul, adică $x < 13$. Prin urmare x poate fi unul dintre numerele 0, 1, 2, ..., 12. Putem lua oricare patru dintre aceste valori; spre exemplu pentru $x = 2$, $x = 5$, $x = 8$ și $x = 11$ se obțin fracțiile subunitare $\frac{2}{13}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{8}{13}$ și $\frac{11}{13}$.

10. Arătați că fracția $\frac{\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}}{\overline{ac}+\overline{cb}+\overline{ba}}$ este echiunitară.

11. Pentru câte numere naturale n fracția $\frac{8}{n+1}$ este supraunitară?

12. Se consideră fracțiile:

$$\frac{2}{3},\frac{3}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{4},\frac{5}{5},\frac{3}{7},\frac{8}{6},\frac{7}{3},\frac{6}{6},\frac{9}{8},\frac{8}{10},\frac{8}{12},\frac{9}{9},\frac{11}{13},\frac{14}{14},\frac{15}{12},\frac{23}{14},\frac{39}{93},\frac{74}{47},\frac{103}{81},\frac{205}{502}.$$

Selectați dintre acestea:

a) fracțiile subunitare; *b)* fracțiile echiunitare; *c)* fracțiile supraunitare.

**

13. Care dintre următoarele fracții sunt subunitare: $\frac{1}{7},\frac{5}{3},\frac{4}{4},\frac{4}{6},\frac{9}{8},\frac{7}{8},\frac{20}{3},\frac{31}{15}$?

14. Care dintre următoarele fracții sunt supraunitare: $\frac{2}{5},\frac{6}{3},\frac{8}{7},\frac{5}{5},\frac{3}{12},\frac{13}{10},\frac{71}{59},\frac{60}{90}$?

15. La câte dintre fracțiile $\frac{3}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{6},\frac{18}{13},\frac{24}{53},\frac{60}{60},\frac{35}{104},\frac{8}{8},\frac{19}{14}$ trebuie să modificăm numărătorii pentru ca toate să devină, după modificare, fracții echiunitare?

16. Pentru câte numere naturale n fracția $\frac{n+3}{27}$ este subunitară?

17. Determinați numerele naturale n care verifică simultan condițiile:

a) $\frac{n+1}{5}$ este fracție supraunitară; *b)* $\frac{n+7}{20}$ este fracție subunitară.

Rezolvare. Fracția $\frac{n+1}{5}$ este supraunitară dacă $n+1>5$, adică $n>4$. Fracția $\frac{n+7}{20}$ este subunitară dacă $n+7<20$, adică $n<13$. Obținem $4<n<13$, deci n poate lua valorile 5, 6, 7, ..., 11, 12.

18. Determinați numerele naturale n care verifică simultan condițiile:

a) $\frac{n+2}{15}$ este fracție subunitară; *b)* $\frac{n+1}{7}$ este fracție supraunitară.

19. Folosind ca numitori și numărători oricare două dintre numerele 3, 5, 6 și 9, scrieți toate fracțiile:

a) subunitare; *b)* supraunitare.

20. Subliniați fracțiile subunitare:

$$\frac{3}{5},\frac{4}{4},\frac{8}{18},\frac{23}{21},\frac{6}{4},\frac{8}{10},\frac{3}{13},\frac{50}{25},\frac{16}{32},\frac{8}{40},\frac{47}{47},\frac{302}{120},\frac{a}{5a}.$$

21. Câte numere naturale n există astfel încât fracția $\frac{17}{2n+3}$ să fie supraunitară?

22. Dați exemplu de o fracție echiunitară care să aibă la numărător cubul unui număr natural, iar la numitor pătratul unui număr natural.

23. Determinați numerele naturale nenule a și b astfel încât $\frac{a+b}{6}$ să fie echiunitară.

24. Determinați numerele naturale a și b pentru care fracția $\frac{2a+3b}{12}$ este:

a) echiunitară; *b)* subunitară.

25. Determinați numerele naturale a și b, nu ambele nule, astfel încât fracția

$\frac{35}{2a+7b}$ să fie echiunitară, iar suma $a+b$ să fie minimă.

Rezolvare. Fracția $\frac{35}{2a+7b}$ este echiunitară dacă $2a+7b=35$. Atunci b este număr impar (dacă b ar fi par, suma $2a+7b$ ar fi și ea număr par, deci nu poate fi egală cu 35).

- dacă $b=1 \Rightarrow 2a+7=35 \Rightarrow a=14 \Rightarrow a+b=15$;
- dacă $b=3 \Rightarrow 2a+21=35 \Rightarrow a=7 \Rightarrow a+b=10$;
- dacă $b=5 \Rightarrow 2a+35=35 \Rightarrow a=0 \Rightarrow a+b=5$;
- dacă $b>5$ atunci fracția nu mai este echiunitară.

Numerele cerute sunt $a=0$ și $b=5$.

26. Determinați numerele naturale a și b, nu ambele nule, astfel încât fracția $\frac{53}{4a+3b}$ să fie echiunitară și suma $a+b$ să fie maximă.

***

27. ***a)*** Determinați numerele naturale a, b, c astfel încât fracția $\frac{4}{a^2+b^2+c^2}$ să fie supraunitară.

b) Determinați numerele naturale a, b, c, astfel încât fracția $\frac{5}{a^2+b^2+c^2}$ să fie echiunitară.

c) Determinați numerele naturale a și b pentru care fracția $\frac{9}{a^2+b^2+4}$ este echiunitară.

Rezolvare. ***a)*** Fracția dată este supraunitară dacă $4>a^2+b^2+c^2$. Numerele a, b, c pot fi cel mult egale cu 1, dar nu pot fi toate egale cu 0. Cazurile se pot organiza în tabelul:

a	b	c	Discuție
1	1	1	toate sunt egale cu 1
1	1	0	două dintre numerele a, b, c sunt egale cu 1 și al treilea este egal cu 0
1	0	1	
0	1	1	
1	0	0	două dintre numerele a, b, c sunt egale cu 0 și al treilea este egal cu 1
0	1	0	
0	0	1	

28. ***a)*** Determinați fracțiile subunitare de forma $\frac{\overline{x6}}{\overline{3y}}$ știind că numărătorul $\overline{x6}$ este pătrat perfect, iar numitorul $\overline{3y}$ este număr prim.

b) Determinați fracțiile supraunitare de forma $\frac{\overline{6x}}{\overline{y7}}$, știind că numărătorul $\overline{6x}$ este pătrat perfect, iar numitorul $\overline{y7}$ este număr prim.

Rezolvare. ***a)*** Fracția $\frac{\overline{x6}}{\overline{3y}}$ este subunitară dacă $\overline{x6}<\overline{3y}$, de unde $x=1$ sau $x=2$. Pentru $x=1$, rezultă $\overline{x6}=16=4^2$, iar pentru $x=2$, numărul $\overline{x6}=26$ nu este pătrat perfect. Numerele prime de forma $\overline{3y}$ sunt 31 și 37. Fracțiile căutate sunt $\frac{16}{31}$ și $\frac{16}{37}$.

29. Andrei scrie pe tablă toate fracțiile de forma $\frac{a}{8}$, cu proprietatea că $a|8$. Bianca scrie toate fracțiile de forma $\frac{8}{b}$, cu proprietatea că $b|8$. Corina scrie toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde $a|4$ și $b|6$.
Determinați fracțiile echiunitare, fracțiile subunitare și fracțiile supraunitare scrise de fiecare dintre cei trei copii.

30. Fie șirul de fracții ordinare:

$$\frac{1}{2017}, \frac{2}{2016}, \frac{3}{2015}, \frac{4}{2014}, \ldots, \frac{2015}{3}, \frac{2016}{2}, \frac{2017}{1}.$$

Scrieți fracțiile echiunitare, fracțiile subunitare și fracțiile supraunitare din acest șir.

Probleme de șapte stele

31. ***a)*** Știind că fracția $\frac{\overline{ab5}+12}{\overline{2ab}+123}$ este echiunitară, determinați $a+b$.

b) Știind că fracția $\frac{\overline{ab5}+12}{\overline{2ab}+123}$ este subunitară, determinați valoarea maximă a sumei $a+b$.

32. Arătați că fracția $\frac{2\cdot 2^2\cdot 2^3\cdot\ldots\cdot 2^{2010}}{\left(32^{1608}\right)^{251}}$ este supraunitară.

33. Fie secvența de fracții $\frac{1}{1};\frac{2}{1};\frac{1}{2};\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3};\frac{4}{1};\frac{3}{2};\frac{2}{3};\frac{1}{4};\ldots;\frac{20}{24}$.

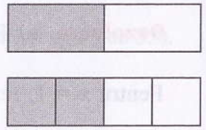
a) Determinați numărul termenilor secvenței date.

b) Determinați numărul fracțiilor subunitare din secvența dată.

c) Determinați numărul fracțiilor supraunitare din secvența dată.

Tema 1.3
Fracții echivalente

Analizând figura alăturată, constatăm că fracțiile $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{4}$ reprezintă aceeași parte din întreg. Putem scrie $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.



Definiție. Fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt *echivalente* dacă $a \cdot d = b \cdot c$. Scriem $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ nu sunt echivalente dacă $a \cdot d \neq b \cdot c$. Scriem $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$.

Exemple. **1.** $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$, deoarece $6 \cdot 5 = 3 \cdot 10$; **2.** $\frac{1}{7} = \frac{4}{28}$, deoarece $1 \cdot 28 = 7 \cdot 4$;

3. $\frac{2}{11} = \frac{4}{22}$, deoarece $2 \cdot 22 = 11 \cdot 4$; **4.** $\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$, deoarece $16 \cdot 3 = 12 \cdot 4$;

5. $\frac{3}{6} \neq \frac{1}{3}$, deoarece $3 \cdot 3 \neq 6 \cdot 1$; **6.** $\frac{3}{5} \neq \frac{7}{5}$, deoarece $3 \cdot 7 \neq 5 \cdot 5$.

*

1. Verificați dacă următoarele perechi de fracții sunt echivalente și scrieți între ele semnul corespunzător (= sau ≠), ca în exemplele *a*) și *b*).

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; *b)* $\frac{1}{4} \neq \frac{5}{6}$; *c)* $\frac{2}{3} \square \frac{6}{9}$; *d)* $\frac{2}{7} \square \frac{10}{35}$;

e) $\frac{2}{10} \square \frac{1}{5}$; *f)* $\frac{6}{5} \square \frac{6}{10}$; *g)* $\frac{8}{24} \square \frac{1}{3}$; *h)* $\frac{15}{25} \square \frac{3}{4}$;

i) $\frac{15}{25} \square \frac{3}{5}$; *j)* $\frac{60}{80} \square \frac{2}{3}$; *k)* $\frac{70}{50} \square \frac{5}{7}$; *l)* $\frac{102}{24} \square \frac{17}{4}$.

2. Verificați dacă următoarele perechi de fracții sunt echivalente și scrieți între ele semnul corespunzător (= sau ≠):

a) $\frac{1}{7} \square \frac{2}{14}$; *b)* $\frac{3}{5} \square \frac{3}{4}$; *c)* $\frac{21}{49} \square \frac{3}{7}$; *d)* $\frac{12}{30} \square \frac{5}{6}$;

e) $\frac{2}{11} \square \frac{18}{99}$; *f)* $\frac{5}{13} \square \frac{20}{39}$; *g)* $\frac{6}{7} \square \frac{54}{6}$; *h)* $\frac{9}{5} \square \frac{36}{20}$;

i) $\frac{6}{11} \square \frac{12}{33}$; *j)* $\frac{8}{12} \square \frac{20}{15}$; *k)* $\frac{100}{53} \square \frac{2}{1}$; *l)* $\frac{42}{5} \square \frac{84}{10}$.

3. Scrieți în căsuțele libere numere naturale astfel încât să obțineți fracții echivalente:

a) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{10}$; *b)* $\frac{7}{9} = \frac{21}{\square}$; *c)* $\frac{\square}{4} = \frac{12}{16}$; *d)* $\frac{11}{\square} = \frac{1}{7}$; *e)* $\frac{24}{14} = \frac{\square}{7}$;

f) $\frac{20}{45} = \frac{4}{\square}$; *g)* $\frac{8}{5} = \frac{\square}{15}$; *h)* $\frac{\square}{27} = \frac{36}{9}$; *i)* $\frac{13}{20} = \frac{39}{\square}$; *j)* $\frac{33}{42} = \frac{11}{\square}$.

Rezolvare. *c)* $4 \cdot 12 : 16 = 3$; scriem $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$.

4. Scrieți în căsuțele libere numere naturale astfel încât să obțineți fracții echivalente:

a) $\frac{6}{4} = \frac{3}{\square}$; *b)* $\frac{2}{8} = \frac{\square}{48}$; *c)* $\frac{\square}{5} = \frac{18}{45}$; *d)* $\frac{11}{\square} = \frac{77}{28}$; *e)* $\frac{32}{8} = \frac{\square}{9}$;

f) $\frac{\square}{21} = \frac{6}{3}$; *g)* $\frac{8}{15} = \frac{24}{\square}$; *h)* $\frac{\square}{10} = \frac{30}{100}$; *i)* $\frac{2}{90} = \frac{\square}{9000}$; *j)* $\frac{10}{30} = \frac{\square}{6}$.

**

5. Determinați numărul natural *n*, știind că următoarele propoziții sunt adevărate:

a) $\frac{7}{9} = \frac{n}{27}$; *b)* $\frac{n}{14} = \frac{3}{2}$; *c)* $\frac{48}{n} = \frac{6}{10}$; *d)* $\frac{80}{50} = \frac{8}{n}$; *e)* $\frac{18}{n} = \frac{3}{4}$;

f) $\frac{1001}{7777} = \frac{13}{n}$; *g)* $\frac{140}{90} = \frac{n}{9}$; *h)* $\frac{n}{11} = \frac{48}{44}$; *i)* $\frac{101}{37} = \frac{505}{n}$; *j)* $\frac{5}{6} = \frac{n}{30}$.

6. *a)* Dați trei exemple de fracții echivalente cu fracția $\frac{5}{6}$, ai căror numitori să fie mai mici decât 40.

b) Dați trei exemple de fracții echivalente cu fracția $\frac{4}{7}$, ai căror numitori să fie mai mari decât 20.

Rezolvare. *a)* Multiplii lui 6 mai mici decât 40 sunt: 12, 18, 24, 30 și 36. Prin urmare avem fracțiile: $\frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}, \frac{30}{36}$, care sunt, fiecare, echivalente cu fracția $\frac{5}{6}$.

7. Stabiliți care dintre fracțiile

$$\frac{8}{10}, \frac{13}{15}, \frac{20}{25}, \frac{32}{40}, \frac{24}{30}, \frac{16}{15}, \frac{40}{50}$$

sunt echivalente cu $\frac{4}{5}$.

8. Scrieți două fracții de forma $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$ care sunt echivalente cu fracția:

a) $\frac{5}{8}$; *b)* $\frac{10}{24}$; *c)* $\frac{7}{20}$; *d)* $\frac{12}{14}$;

e) $\frac{3}{18}$; *f)* $\frac{33}{31}$; *g)* $\frac{8}{13}$; *h)* $\frac{9}{19}$.