

Carmen Angelescu, Nicolae Baciu, Ovidiu Bădescu,
Nicolai Buzduga, Constantin Chirilă, Daniela Chiteş,
Marinela-Cristina Cimpoeşu, Gabriela Constantinescu,
Dorel Cosic, Doina Cremenescu, Mihai Ionescu, Viorel Lupşor,
Laura Marin, Ioan Marinescu, Dan Nănuţă, Daniel Năstruţ,
Mihai Păuna, Ana Poştaru, Nicolae Stănică,
Gheorghe Stoianovici, Nicolae Suciu, Gheorghe Tirla,
Dorina Trifon, George Vlad, Cătălin Zîrnă

GHID DE PREGĂTIRE BACALAUREAT MATEMATICĂ - M2

- Filiera teoretică: profil real
Specializarea: ştiinţe ale naturii
- Filiera tehnologică: toate profilurile
toate specializările



VARIANTA 1

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Să se calculeze $C_3^2 + 3!$. |
| 5p | 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+4) = 2$. |
| 5p | 3. Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$. |
| 5p | 4. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f . |
| 5p | 5. Fie punctele $A(2, -1)$ și $B(-1, 3)$. Să se determine numerele reale a și b astfel încât $\overrightarrow{AB} = a\vec{i} + b\vec{j}$. |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $AC = \sqrt{7}$ și $BC = \sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului B . |

Soluții

1. $C_3^2 + 3! = \frac{3!}{2! \cdot 1!} + 3! = 3 + 6 = 9$.

2. Punem condiția: $3x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{3}$, $D = \left(-\frac{4}{3}, +\infty\right)$. Din $\log_5(3x+4) = 2$

rezultă $3x + 4 = 25$, adică $3x = 21$, deci $x = 7 \in D$.

3. Din relațiile lui Viéte: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$. Dar $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -\frac{1}{2}$.

4. $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$ este continuă și strict descrescătoare pe $[0,1]$. Atunci mulțimea valorilor funcției f este: $f([0,1]) = [f(1); f(0)] = [-1, 0]$.

5. Cum $\overrightarrow{AB} = (-1 - 2)\vec{i} + (3 + 1)\vec{j} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$, atunci $a = -3$ și $b = 4$.

6. Din teorema cosinusului avem $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$, adică $(\sqrt{7})^2 = 4^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos B$. Rezultă că $8\sqrt{3} \cos B = 12$, de unde

$$\cos B = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ deci } m(\angle B) = 30^\circ.$$

VARIANTA 2

- 5p** 1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$. Să se determine $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4)$.
- 5p** 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+2) + \log_2 x = 3$.
- 5p** 3. Să se rezolve în multimea numerelor întregi inecuația $x^2 - 5x + 5 \leq 1$.
- 5p** 4. Să se demonstreze că pentru orice $x \in \mathbb{R}$ numerele $3^x - 1$, 3^{x+1} și $5 \cdot 3^x + 1$ sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.
- 5p** 5. În reperul cartesian xOy se consideră punctele $A(4, -8)$ și $B(6, 3)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
- 5p** 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AC = 2$, $m(\angle BAC) = 30^\circ$ și $AB = 4$.

Soluții

1. $f(x) = 0$ dacă $x = 3$; deci $f(3) = 0$. Atunci $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(4) = 0$.

2. Condiții: $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 0 \end{cases}$, deci $D = (0, +\infty)$.

$\log_2(x+2) + \log_2 x = 3$, $\log_2 x(x+2) = 3$, de unde $x^2 + 2x = 2^3$, adică $x^2 + 2x - 8 = 0$; $\Delta = 36$, de unde $x_1 = 2 \in D$ și $x_2 = -4 \notin D$. $S = \{2\}$.

3. $x^2 - 5x + 5 \leq 1$; $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ rezultă $x \in [1, 4]$. Dar $x \in \mathbb{Z}$, deci $x \in \{1, 2, 3, 4\}$.

4. Cele trei numere sunt în progresie aritmetică dacă $3^{x+1} = \frac{3^x - 1 + 5 \cdot 3^x + 1}{2}$, adică $2 \cdot 3^{x+1} = 6 \cdot 3^x$; $3^x \cdot 3 = 3 \cdot 3^x$ (A), $\forall x \in \mathbb{R}$.

5. Avem $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} - 8\vec{j}$ și $\overrightarrow{OB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}$. Atunci $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 10\vec{i} - 5\vec{j}$, deci coordonatele sunt $(10, -5)$.

$$6. A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{8 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 2.$$

VARIANTA 3

- 5p** 1. Să se determine al zecelea termen al șirului $1, 7, 13, 19, \dots$.
- 5p** 2. Se consideră toate numerele naturale de trei cifre scrise cu elemente din mulțimea $\{1, 2\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p** 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{2+x} = x$.
- 5p** 4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Să se calculeze $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1)$.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2, -1)$ și $B(1, -2)$.
- 5p** 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC , știind că $AB = AC = \sqrt{2}$, $m(\angle A) = 30^\circ$.

Soluții

1. Observăm că termenii șirului sunt în progresie aritmetică. Avem $a_1 = 1$ și $r = 6$. Deci $a_{10} = a_1 + 9r = 1 + 9 \cdot 6 = 55$.

2. Fie numerele de acest fel notate \overline{abc} .

Fie funcțiile $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2\}$. Sună $2^3 = 8$ astfel de funcții, adică 8 astfel de numere \overline{abc} , cu $a, b, c \in \{1, 2\}$. Deci sunt 8 numere de 3 cifre scrise cu elemente din mulțimea $\{1, 2\}$. Dintre ele, sunt divizibile cu 3 doar cele cu $a = b = c$, adică 111 și 222. Atunci $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$.

3. Din condițiile de existență $2 + x \geq 0$ și $x \geq 0$, rezultă $x = [0, +\infty) = D$. Ridicând la patrat, ecuația devine $x^2 - x - 2 = 0$ având soluțiile $x_1 = -1 \notin D$ și $x_2 = 2 \in D$.

4. $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$, $f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$, $f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$,
 $f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$, deci $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) = 0$.

5. (AB): $y - y_A = m(x - x_A)$; $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 + 1}{1 - 2} = 1$.

Rezultă (AB): $y + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

6. $A_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$.

VARIANTA 4

- 5p** 1. Să se determine soluțiile întregi ale inecuației $(x-1)^2 + x - 7 < 0$.
- 5p** 2. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$.
- 5p** 3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 8x - 3$, unde m este un număr real nenul. Să se determine m știind că valoarea maximă a funcției f este egală cu 5.
- 5p** 4. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+2) - \log_2(x-5) = 3$.
- 5p** 5. Să se determine numărul real a știind că vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p** 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AB = 3$ și $m(\angle C) = 30^\circ$.

Soluții

1. $x^2 - 2x + 1 + x - 7 < 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 < 0$, $(x-3)(x+2) < 0$.

Avem $x \in (-2, 3) \cap \mathbb{Z} = \{-1, 0, 1, 2\}$.

2. $r = a_2 - a_1 = 2$. $S_5 = \frac{[2a_1 + (5-1)r] \cdot 5}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25$.

3. Dacă f are maxim, atunci $m < 0$.

$$\max(f) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(12m+64)}{4m} = \frac{-3m-16}{m}.$$

Deci $\frac{-3m-16}{m} = 5$, adică $-8m = 16$, de unde $m = -2$.

4. Condiții: $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-5 > 0 \end{cases} \Rightarrow D = (5, +\infty)$.

$$\log_2(x+2) - \log_2(x-5) = 3, \quad \log_2 \frac{x+2}{x-5} = 3, \quad \text{deci } \frac{x+2}{x-5} = 8 \Rightarrow 8x - 40 = x + 2 \Rightarrow 7x = 42, \quad \text{de unde } x = 6 \in D.$$

5. Dacă \vec{u} și \vec{v} sunt coliniari, atunci $\frac{2}{3} = \frac{a}{a-2}$, adică $2a - 4 = 3a$, de unde $a = -4$.

6. Din teorema sinusurilor avem $\frac{AB}{\sin C} = 2R$. Atunci $R = \frac{AB}{2\sin C} = \frac{3}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 3$.

SUBIECTUL I

VARIANTA 5

- 5p 1. Să se determine numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 2\}$.
- 5p 2. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, \dots, \sqrt[3]{30}\}$, acesta să fie număr rațional.
- 5p 3. Fie funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$. Să se determine soluția reală a ecuației $2f(x) + 3g(x) = -5$.
- 5p 4. După o reducere cu 20 %, prețul unui produs este 320 de lei. Să se determine prețul produsului înainte de reducere.
- 5p 5. În reperul cartesian (O, \vec{i}, \vec{j}) se consideră vectorii $\vec{u} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 5\vec{i} - \vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $5\vec{u} + 3\vec{v}$.
- 5p 6. Fie triunghiul dreptunghic ABC și D , mijlocul ipotenuzei BC . Să se calculeze lungimea laturii AB știind că $AC = 6$ și $AD = 5$.

Soluții

1. $A = [-3; 1] \cap \mathbb{Z}$ adică numărul elementelor mulțimii este 5.
2. Numerele raționale sunt $\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{27}\} = \{1, 2, 3\}$, adică 3 cazuri favorabile din cele 30 posibile. Atunci $P = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$.
3. Avem $2f(x) + 3g(x) = -5$; $2(x+3) + 3(2x-1) = -5$; $8x + 3 = -5$. Rezultă $x = -1$.
4. 80% din x este 320; atunci $x = 400$.
5. $5 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v} = -15 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j} + 15 \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j} = 7 \cdot \vec{j}$, de unde coordonatele $(0, 7)$.
6. Cum $BC = 2AD$, atunci $BC = 10$ și conform teoremei lui Pitagora, $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 100 - 36 = 64$, de unde $AB = 8$.

CUPRINS

	SUBIECTUL I	SUBIECTUL II	SUBIECTUL III
Varianta 1	3103213
Varianta 2	4104214
Varianta 3	5105215
Varianta 4	6106216
Varianta 5	7107217
Varianta 6	8108218
Varianta 7	9109219
Varianta 8	10110220
Varianta 9	11111221
Varianta 10	12112222
Varianta 11	13113223
Varianta 12	14114224
Varianta 13	15115225
Varianta 14	16116226
Varianta 15	17117227
Varianta 16	18118228
Varianta 17	19119229
Varianta 18	20121230
Varianta 19	21123231
Varianta 20	22124232
Varianta 21	23125233
Varianta 22	24126234
Varianta 23	25128235
Varianta 24	26129236
Varianta 25	27130237
Varianta 26	28132238
Varianta 27	29133239
Varianta 28	30134240
Varianta 29	31135241
Varianta 30	32136242
Varianta 31	33137243

Varianta 32	34	138	244
Varianta 33	35	139	245
Varianta 34	36	140	247
Varianta 35	37	141	248
Varianta 36	38	142	249
Varianta 37	39	143	250
Varianta 38	40	144	252
Varianta 39	41	145	254
Varianta 40	42	146	255
Varianta 41	43	147	256
Varianta 42	44	148	257
Varianta 43	45	149	258
Varianta 44	46	150	259
Varianta 45	47	151	260
Varianta 46	48	152	261
Varianta 47	49	153	262
Varianta 48	50	155	263
Varianta 49	51	156	265
Varianta 50	52	157	266
Varianta 51	53	158	267
Varianta 52	54	160	268
Varianta 53	55	161	269
Varianta 54	56	162	270
Varianta 55	57	163	271
Varianta 56	58	164	272
Varianta 57	59	165	273
Varianta 58	60	166	274
Varianta 59	61	167	275
Varianta 60	62	168	276
Varianta 61	63	169	277
Varianta 62	64	170	278
Varianta 63	65	171	279
Varianta 64	66	172	280
Varianta 65	67	173	281
Varianta 66	68	174	282
Varianta 67	69	175	283
Varianta 68	70	176	284
Varianta 69	71	177	285

Varianta 70	72	178	286
Varianta 71	73	179	287
Varianta 72	74	180	288
Varianta 73	75	181	289
Varianta 74	76	182	290
Varianta 75	77	183	291
Varianta 76	78	184	292
Varianta 77	79	186	293
Varianta 78	80	188	294
Varianta 79	81	189	295
Varianta 80	82	190	296
Varianta 81	83	191	297
Varianta 82	84	192	298
Varianta 83	85	193	299
Varianta 84	86	195	300
Varianta 85	87	196	301
Varianta 86	88	197	302
Varianta 87	89	198	303
Varianta 88	90	199	304
Varianta 89	91	200	305
Varianta 90	92	201	306
Varianta 91	93	202	307
Varianta 92	94	203	308
Varianta 93	95	204	309
Varianta 94	96	205	310
Varianta 95	97	206	311
Varianta 96	98	207	312
Varianta 97	99	208	313
Varianta 98	100	209	314
Varianta 99	101	210	315
Varianta 100	102	211	316