

LibCulegere de MATEMATICĂ

Respect pentru oameni și cărți

Ion Cicu • Ștefan Smarandache • Silvia Mareș
Ioana Iacob • Răzvan Ceucă

Clasa a V-a



Conform cu programa școlară

creat
în România

Editura INTUITEXT

intuitext
grup SOFTWIN

Cuvânt înainte	iv
1 Numere naturale	1
1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale	1
1.2 Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări	3
2 Operații cu numere naturale	6
2.1 Adunarea și scăderea numerelor naturale. Proprietățile adunării . . .	6
2.2 Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii. Factor comun	8
2.3 Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale	10
2.4 Împărțirea cu rest a numerelor naturale	11
3 Puteri cu exponent număr natural	13
3.1 Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural	13
3.2 Reguli de calcul cu puteri	15
3.3 Compararea puterilor	16
3.4 Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2	18
4 Ordinea efectuării operațiilor	20
4.1 Ordinea efectuării operațiilor	20
4.2 Utilizarea parantezelor rotunde, pătrate, acolade	21
5 Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	24
5.1 Metoda reducerii la unitate	24
5.2 Metoda comparației	25
5.3 Metoda figurativă	28
5.4 Metoda mersului invers	29
5.5 Metoda falsei ipoteze	31
6 Divizibilitatea numerelor naturale	33
6.1 Divizor. Multiplu. Divizori comuni, multipli comuni	33
6.2 Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 10^n	35
6.3 Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9 . . .	37
6.4 Numere prime. Numere compuse	38

7	Fracții ordinare	40
7.1	Fracții ordinare. Frații subunitare, echunitare, supraunitare. Procente. Frații echivalente	40
7.2	Compararea fracțiilor cu același numitor sau același numărător. Reprezentarea pe axă a numerelor a unei fracții ordinare	43
7.3	Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție	44
7.4	Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile	46
7.5	Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun	48
8	Operații cu fracții ordinare	50
8.1	Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare	50
8.2	Înmulțirea fracțiilor ordinare. Puteri	52
8.3	Împărțirea fracțiilor ordinare	54
8.4	Fracții/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	57
9	Fracții zecimale	60
9.1	Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară	60
9.2	Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	61
10	Operații cu fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	63
10.1	Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	63
10.2	Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	64
10.3	Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Media aritmetică a două sau a mai multor numere naturale	66
10.4	Transformarea unei fracții ordinare în fracție zecimală. Periodicitate	67
10.5	Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural	68
10.6	Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	69
10.7	Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară	70
11	Alte probleme cu fracții zecimale	73
11.1	Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive	73

11.2 Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare	75
11.3 Probleme de organizare a datelor. Frecvența. Date statistice organizate în tabele, grafice cu bare sau linii. Media unui set de date statistice	76
12 Elemente de geometrie	78
12.1 Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment	78
12.2 Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele	79
12.3 Distanța dintre două puncte, lungimea unui segment. Segmente congruente	80
12.4 Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct . . .	82
13 Unghiuri	84
13.1 Unghi: definiție, notații, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi	84
13.2 Măsura unui unghi, unghiuri congruente. Clasificări de unghiuri. Calcule cu măsuri de unghiuri (1)	85
13.3 Măsura unui unghi, unghiuri congruente. Clasificări de unghiuri. Calcule cu măsuri de unghiuri (2)	86
13.4 Figuri congruente. Axa de simetrie	88
14 Unități de măsură	90
14.1 Unități de măsură pentru lungime, transformări. Perimetre	90
14.2 Unități de măsură pentru arie, transformări. Aria pătratului și aria dreptunghiului	91
14.3 Unități de măsură pentru volum, transformări. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic	92
15 MODELE DE TEZĂ	94
16 Probleme de performanță școlară	100
16.1 Numere naturale	100
16.2 Probleme de aritmetică	102
16.3 Divizibilitate	105
16.4 Numere raționale	105
16.5 Geometrie	110
16.6 Diverse	112
16.7 Principiul cutiei	114
Indicații și răspunsuri	118

Capitolul 1

Numere naturale

1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale

Probleme rezolvate:

Problema 9, pagina 13

Este posibil ca un număr natural scris cu cifre nenule (diferite de zero) să aibă cifra sutelor de miliarde egală cu suma celorlalte cifre? Justifică răspunsul dat.

Soluție:

Cifra sutelor de miliarde ocupă poziția a douăsprezecea, numărând de la dreapta spre stânga. Dacă toate cifrele numărului sunt nenule, deducem că ele sunt mai mari sau egale cu 1 și atunci, cifra sutelor de miliarde este mai mare sau egală cu 11. Dar cea mai mare valoare a unei cifre este 9. Prin urmare, răspunsul este NU!

Problema 18, pagina 14

Câte numere de forma \overline{abcde} au toate cifrele pare, diferite?

Soluție:

Cifrele pare sunt: 0, 2, 4, 6 și 8, adică 5 valori. Cifra a poate fi 2, 4, 6 sau 8, adică are 4 valori. Cifra b are tot patru valori posibile, trei valori care rămân de la cifra a plus valoarea 0. Cifra c poate avea trei valori; se scad cele două valori pe care le au cifrele a și b . Cifra d poate avea două valori; se scad cele trei valori pe care le au cifrele a , b și c . În sfârșit, cifra e are o singură valoare. Atunci, numărul de numere este $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$. (Am folosit numărarea prin produs. Pentru amănunte vezi site-ul www.viitoriolimpici.ro)

Probleme propuse:

1. Scrie cu ajutorul cifrelor numerele naturale întâlnite în textul dat: *Pământul s-a format acum patru miliarde șase sute de milioane de ani. Rocile fierbinti de la suprafață s-au întărit și au format scoarța. Primele fosile datează de acum trei miliarde de ani. Studiarea fosilelor de dinozaur ne arată că aceste animale au apărut pe Pământ acum două sute de milioane de ani.*

2. Tabelul de mai jos prezintă cele șase orașe din România care au o populație numeroasă și care se înscriu în clasamentul celor mai populate orașe din Uniunea Europeană.

Orașul	Numărul de locuitori
București	1 883 425
Cluj-Napoca	324 576
Timișoara	319 279
Iași	362 142
Constanța	283 872
Craiova	269 506

Scrie cu ajutorul literelor numărul locuitorilor: a) orașului București; b) orașului Iași; c) orașului Constanța; d) localității în care locuiești.

3. Precizează ce ordin și ce clasă reprezintă pentru fiecare număr cifra subliniată: $\underline{1}809$; $12\underline{3}455$; $40\underline{1}01$; $\underline{1}213005$; $5\underline{43}100304$.

4. Scrie suma, fără a efectua calculele:

a) $3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7 =$

b) $7 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 10 + 7 =$

c) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c =$

d) $10\,000 \cdot a + 1\,000 \cdot a + 100 \cdot a + 10 \cdot a + a =$

5. Descompune următoarele numere în sumă de produse: 12 356, 234 500 102, 4 000 123, \overline{abcdef} , \overline{xxx} .

6. Scrie ca sumă de produse următoarele numere:

a) o mie douăzeci și unu;

b) treizeci de mii șapte sute doi;

c) patru sute cincizeci de mii două sute unu;

d) un milion nouă sute treizeci de mii o sută douăzeci și trei;

e) patruzeci și șapte de milioane șase sute optzeci și cinci de mii treizeci;

f) cinci sute patru milioane două sute șaptezeci și unu de mii o sută treizeci și nouă.

7. Scrie cel mai mic și cel mai mare număr de nouă cifre cu proprietatea că ultima cifră reprezintă:

- suma primelor patru cifre;
- produsul primelor patru cifre;
- suma primelor opt cifre;
- produsul primelor opt cifre.

Ce rezultate obții dacă folosești doar cifre nenule?

8. Numărul de scoici de pe litoralul Mării Negre este de ordinul miliardelor. Știind că acest număr se scrie doar cu cifre impare, iar succesorul răsturnatului său este trei miliarde nouă sute șaptezeci și cinci de milioane cinci sute treizeci și unu de mii o sută douăzeci, care este numărul de scoici?

9. Determină cifrele nenule a, b, c, d , știind că $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{bc} + c = 1\,370$.

10. Arată că nu există numere naturale de forma \overline{abc} astfel încât $\overline{abc} = a \cdot \overline{bc}$.

1.2 Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări

Probleme propuse:

1. Următorul tabel conține numărul de locuitori al mai multor orașe din România.

Brașov	Cluj-Napoca	Constanța	Craiova	Iași	Timișoara
253 200	324 576	283 872	269 506	362 142	319 279

a) Ordonează crescător numerele din tabel. Care este cel mai populat oraș dintre cele din tabel?

b) Care orașe ne oferă numere care dau același rezultat la rotunjirea la zeci de mii? Dar la sute de mii?

2. Următorul tabel conține numărul de locuitori al mai multor capitale de pe continentul Europa.

Berlin	3 421 829
București	2 192 372
Londra	8 787 892
Madrid	3 141 991
Paris	2 220 445
Roma	2 743 796

- a) Ordonează crescător numerele apărute în tabel.
 b) Aproximează la zeci de mii, la sute de mii și la milioane, atât prin lipsă, cât și prin adaos, toate numerele din tabel.
 c) Care orașe au, după rotunjirea la milioane a numărului de locuitori, o populație de aproximativ 3 milioane de oameni?

3. Radu dorește să afle care sunt cele mai lungi fluvii din lume. După o scurtă căutare, el găsește următoarele informații:

Amazon (America de Sud)	6 516
Enisei (Asia)	5 550
Huanghe (Asia)	5 464
Mekong (Asia)	4 425
Mississippi (America de Nord)	6 019
Nil (Africa)	6 695
Obi (Asia)	5 570
Parana (America de Sud)	4 500
Yangtze (Asia)	6 380
Zair (Africa)	4 667

Din păcate, el nu are suficiente fonduri decât pentru a vedea cinci dintre aceste fluvii. Pentru a alege cele cinci fluvii, Radu grupează mai întâi fluviile după rotunjirea numerelor din tabel la mii: dacă două fluvii se rotunjesc la aceeași mie, atunci ele fac parte din aceeași grupă. Apoi alege din fiecare grupă cel mai mare număr. În cazul în care a ales prea puține fluvii, el va alege din fluviile rămase în ordine descrescătoare în raport cu lungimea lor (mai întâi pe cel mai lung rămas, apoi pe următorul cel mai mare, ș.a.m.d.). Ce fluvii va alege Radu?

4. Ana vrea să călătorească prin Europa și a găsit următoarele informații legate de suprafața exprimată în km^2 a anumitor țări:

Franța	643 801
Germania	357 168
Spania	505 992
Ucraina	603 500
Suedia	450 295
Finlanda	338 424
Polonia	312 685
Italia	301 336
Regatul Unit	242 900
Norvegia	323 782

Ana va vizita mai întâi țara cu cea mai mare suprafață, apoi țara cu cea mai mică suprafață a cărei rotunjire la sute de mii este mai mare de 453 267 km^2 . Ce țări va vizita Ana?

5. Scrie aproximările la zeci, sute și mii, atât prin lipsă, cât și prin adaos, ale numerelor 23, 145, 1 296 și 31 120.

6. Câte numere naturale rotunjite la zeci dau rezultatul 100? Dar pentru rezultatul 2 300? Rămâne rezultatul valabil pentru orice număr care se împarte exact la 10?

7. Determină numerele naturale pe care dacă le rotunjim la mii obținem 1 930 000, iar dacă le rotunjim la sute obținem 1 930 100.

8. Compară numerele: a) $\overline{82a49}$ și $\overline{824a9}$; b) $\overline{56a61}$ și $\overline{5a461}$; c) $\overline{162a1}$ și $\overline{16a21}$.

9. Determină toate numerele naturale de forma \overline{abc} cuprinse între 200 și 400 care au cifre nenule distincte și $a + b < c - 4$.

10. Scrie în cifre, apoi în litere numărul obținut prin înlocuirea literelor cuvântului *PRIETEN*, știind că I este cel mai mic număr natural de două cifre diferite, E este predecesorul par al lui I , T este jumătatea sumei celor două vocale, P este sfertul lui E , N este de 11 ori mai mic decât numărul natural format din două cifre identice, cuprins între 30 și 40, iar R este aproximarea prin lipsă până la zeci a celui mai mare număr de trei cifre diferite, pare.

Capitolul 2

Operații cu numere naturale

2.1 Adunarea și scăderea numerelor naturale. Proprietățile adunării

Probleme rezolvate:

Problema 23, pagina 27

Oferă un exemplu de zece numere pare care să aibă aceeași sumă cu suma a douăzeci de numere impare.

Soluție:

Se știe că suma a două numere impare este un număr par. Atunci alegem 10 numere pare și apoi, pe fiecare dintre ele, le vom scrie ca suma a două numere impare. Iată un exemplu: $4 + 12 + 20 + 28 + 36 + 44 + 52 + 60 + 68 + 76 =$
 $= (1 + 3) + (5 + 7) + (9 + 11) + (13 + 15) + (17 + 19) + (21 + 23) + (25 + 27) + (29 + 31) + (33 + 35) + (37 + 39).$

Problema 22, pagina 27

Este posibil ca suma a patruzeci de numere naturale distincte nenule să fie 819? Justifică răspunsul dat.

Soluție:

Să adunăm cele mai mici patruzeci de numere naturale diferite, nenule. Avem $1 + 2 + 3 + \dots + 40 = 820$. Oricare altă sumă este mai mare decât 820. Dar suma noastră este 819, prin urmare nu este posibil să alegem patruzeci de numere nenule diferite și care să aibă suma 391.

Probleme propuse:

1. Calculează:

- a) $2\,307 + 1\,020$; g) $57\,200 - 12\,345$;
 b) $208 + 1\,254$; h) $456\,702 - 36\,478$;
 c) $12\,874 + 2\,365$; i) $418\,250 - 1\,652$;
 d) $1\,285\,436 + 2\,584\,632$; j) $4\,568\,714 - 2\,145\,706$;
 e) $1\,020 + 13\,057 + 85$; k) $478\,501 - 12\,457 - 487$;
 f) $12\,365 + 456 + 1\,235 + 56\,421$; l) $258\,436 + 1\,425\,781 - 456\,982$.

2. Efectuează, apoi verifică rezultatul făcând proba prin adunare:

- a) $2\,164 + 258$; d) $29 + 14\,587$; g) $465\,213 - 1\,897$;
 b) $4\,871 + 199$; e) $145\,608 + 12\,405$; h) $567\,809 - 25\,466$;
 c) $4\,321 + 8\,208$; f) $18\,405 - 4\,500$; i) $256\,100 - 214\,108$.

3. Efectuează, apoi verifică rezultatul făcând proba prin scădere:

- a) $451 + 256$; d) $6\,429 + 1\,387$; g) $4\,638\,137 - 1\,847$;
 b) $4\,871 + 2\,845$; e) $578\,608 + 12\,615$; h) $545\,789 - 2\,356$;
 c) $4\,721 + 18\,268$; f) $23\,600 - 4\,526$; i) $500\,100 - 241\,801$.

4. Folosind proprietățile adunării, efectuează mai ușor calculele:

- a) $10\,129 + 2\,564 + 2\,371$;
 b) $362 + 35 + 1\,238$;
 c) $113 + 114 + 115 + 885 + 886 + 887$;
 d) $1\,234 + 0 + 1\,266 + 0 + 1\,187 + 0 + 1\,313 + 0$;
 e) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$;
 f) $121 + 122 + 123 + 124 + 126 + 127 + 128 + 129$.

5. Determină:

- a) numărul cu $14\,508$ mai mare decât $27\,400$;
 b) suma numerelor $1\,654\,234$ și $8\,179$;
 c) un termen al adunării, știind că celălalt termen este $2\,356$, iar suma lor este $456\,954$.

6. Determină:

- a) numărul cu 819 mai mic decât $2\,784$;
 b) diferența numerelor $9\,871$ și 597 ;
 c) descăzutul, știind că scăzătorul este $1\,456$, iar diferența este $1\,238$;
 d) produsul dintre suma numerelor $24\,356$ și $24\,349$ și diferența lor.

7. Află numărul natural x pentru care:

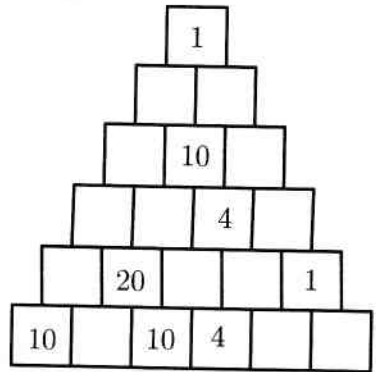
- a) $x + 2\,564 = 4\,567$; d) $4\,376 - x = 958$; g) $16\,578 - x = 16\,578$;
 b) $23\,467 + x = 45\,879$; e) $23\,816 - x = 187$; h) $x - 1\,256 - 4\,567 = 564$;
 c) $1\,203 + x = 78\,941$; f) $x - 456 = 1\,807$; i) $x + 17\,500 - 2\,060 = 87\,940$.

8. a) Precizează câți termeni are șirul de numere naturale $5, 10, 15, \dots, 225$;
 Respectiv b) Găsește o regulă pentru determinarea numărului de termeni ai șirului dat;
 c) Determină suma $S = 5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 225$.

9. Fie șirul: $3, 7, 11, 15, 19, \dots$

- a) Continuă șirul cu încă patru termeni;
 b) Scrie termenii dați sub forma $4c + 3$;
 c) Determină al 2019-lea termen al șirului;
 d) Află suma primilor 2019 termeni ai șirului.

10. Completează spațiile goale din piramida alăturată cu numere potrivite, știind că în fiecare căsuță se află un număr care este diferența celor două numere care se găsesc sub el.



2.2 Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii. Factor comun

Probleme rezolvate:

Problema 19, pagina 31

Produsul a trei numere naturale este 49. Care este cea mai mare valoare pe care o pot obține adunând cele trei numere? Dar cea mai mică?

Soluție:

Numărul 49 poate fi scris ca produs de trei numere naturale astfel $1 \cdot 1 \cdot 49 = 49$ sau $1 \cdot 7 \cdot 7 = 49$. În primul caz suma celor trei numere este $1 + 1 + 49 = 51$, iar în al doilea caz suma este $1 + 7 + 7 = 15$. Prin urmare, cea mai mare valoare este 51, iar cea mai mică valoare a sumei este 15.

Problema 20, pagina 31

Dacă a, b și c sunt trei numere naturale astfel încât $a + b = 23$ și $b + c = 31$, atunci determină valoarea expresiei $5 \cdot a + 7 \cdot b + 2 \cdot c$.

Soluție:

Putem scrie $5 \cdot a + 7 \cdot b + 2 \cdot c = 5 \cdot a + (5 + 2) \cdot b + 2 \cdot c = 5 \cdot a + 5 \cdot b + 2 \cdot b + 2 \cdot c = 5 \cdot (a + b) + 2 \cdot (b + c) = 5 \cdot 23 + 2 \cdot 31 = 177$.