

**Gabriel POPA
Dorel LUCHIAN
Adrian ZANOSCHI
Gheorghe IUREA**

matematică

**algebră
geometrie**

clasa a VIII-a

mate 2000 – standard



Editura Paralela 45

Respectăm drepturile de autor și cărțile 5

TESTE INIȚIALE 7

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R}

I.1. Mulțimi definite cu ajutorul unei proprietăți comune elementelor lor	17
I.2. Intervale.....	20
I.3. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$	25
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	28

CAPITOLUL II. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}

II.1. Operații cu numere reale reprezentate prin litere: adunarea și scăderea. Reducerea termenilor asemenea	30
II.2. Operații cu numere reale reprezentate prin litere: înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere	33
II.3. Formule de calcul prescurtat	38
II.4. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în \mathbb{R} . Factor comun.....	44
II.5. Restrângerea ca pătrat	46
II.6. Diferența de pătrate	49
II.7. Gruparea termenilor și utilizarea formulelor de calcul prescurtat.....	51
II.8. Descompuneri în factori. Probleme recapitulative	54
II.9. Frații algebrice. Amplificarea și simplificarea	57
II.10. Adunarea și scăderea fracțiilor algebrice.....	60
II.11. Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a fracțiilor algebrice	62
II.12. Operații cu fracții algebrice	64
II.13. Ecuatii de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$	68
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	72

CAPITOLUL III. FUNCȚII

III.1. Noțiunea de funcție	74
III.2. Graficul unei funcții.....	78
III.3. Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $D \subset \mathbb{R}$	82
III.4. Indicatorii tendinței centrale ai unei serii de date statistice	88
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	92

GEOMETRIE

CAPITOLUL IV. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

IV.1. Puncte. Drepte. Plane.....	94
IV.2. Piramida	99

IV.3. Prisma dreaptă.....	104
IV.4. Cilindrul circular drept. Conul circular drept.....	111
IV.5. Drepte paralele.....	113
IV.6. Unghiul a două drepte în spațiu.....	116
IV.7. Dreapta paralelă cu planul.....	120
IV.8. Plane paralele.....	124
IV.9. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate.	
Trunchiul de piramidă regulată și trunchiul de con circular drept.....	128
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	132
IV.10. Dreapta perpendiculară pe plan.....	134
IV.11. Distanța de la un punct la un plan. Distanța dintre două plane paralele.....	139
IV.12. Înălțimile corpurilor geometrice studiate.....	143
IV.13. Plane perpendiculare. Secțiuni diagonale și secțiuni axiale în corpurile geometrice studiate.....	149
IV.14. Teorema celor trei perpendiculare.....	155
IV.15. Proiecții ortogonale pe un plan.....	160
IV.16. Unghiul unei drepte cu un plan.....	165
IV.17. Unghi diedru. Unghiul a două plane.....	169
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	174

CAPITOLUL V. ARII ȘI VOLUME ALE UNOR CORPURI GEOMETRICE

V.1. Calculul unor distanțe și a unor măsuri de unghiuri în corpurile studiate.....	176
V.2. Prisma.....	181
V.3. Piramida.....	187
V.4. Trunchiul de piramidă.....	194
V.5. Cilindrul circular drept.....	199
V.6. Conul circular drept.....	202
V.7. Trunchiul de con circular drept.....	205
V.8. Sfera.....	208
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	210

CAPITOLUL VI. RECAPITULAREA MATERIEI DIN CLASELE V-VII

VI.1. Numere naturale.....	212
VI.2. Numere întregi. Numere raționale.....	214
VI.3. Rapoarte și proporții.....	217
VI.4. Numere reale.....	220
VI.5. Figuri geometrice plane.....	222
VI.6. Asemănare. Relații metrice.....	224
VI.7. Cercul.....	228

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	231
------------------------------	-----

CAPITOLUL I

INTERVALE DE NUMERE REALE.

INECUAȚII ÎN \mathbb{R}



I.1. MULȚIMI DEFINITE CU AJUTORUL UNEI PROPRIETĂȚI COMUNE ELEMENTELOR LOR

Dacă, pentru o mulțime M , putem identifica o anumită proprietate p pe care toate elementele mulțimii o verifică și niciun element care nu aparține mulțimii nu o verifică (numită **proprietate caracteristică** a mulțimii M), vom nota mulțimea M astfel:

$$M = \{x \mid x \text{ are proprietatea } p\}.$$

Citim: „ M este mulțimea acelor x care au proprietatea p ”.

PROBLEME REZOLVATE

1. Scrieți, prin enumerarea elementelor, următoarele mulțimi:

$$A = \{x \mid x \text{ este vocală în cuvântul } \textit{paralelipiped}\};$$

$$B = \{a \mid a \text{ este cifră, } \overline{12a} \div 3\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid -2 < x \leq 3\};$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \cdot y = -5\}.$$

Soluție: $A = \{a, e, i\}$; $B = \{0, 3, 6, 9\}$; $C = \{-1, 1, 2, 3\}$; $D = \{(-5, 1); (-1, 5); (1, -5); (5, -1)\}$.

2. Fie mulțimea $A = \{8, 12, 20, 27, 30, 45, 106\}$. Determinați mulțimile:

$$B = \{x \in A \mid x \div 4\}; C = \{x \in A \mid x \div 9\}; D = \{x \in A \mid x \div 2 \text{ și } x \nmid 4\}.$$

Soluție: $B = \{8, 12, 20\}$; $C = \{27, 45\}$; $D = \{30, 106\}$.

3. Considerăm, în plan, un sistem ortogonal de axe xOy și notăm cu (x_p, y_p) coordonatele unui punct P . Reprezentați geometric mulțimile:

$$\text{a) } A = \{P \mid x_p = 0\};$$

$$\text{b) } B = \{P \mid y_p = 1\};$$

$$\text{c) } C = \{P \mid x_p < 0\}.$$

Soluție: a) Elementele mulțimii A sunt acele puncte care au abscisa egală cu 0, adică toate punctele axei Oy (figura 1).

b) Elementele mulțimii B sunt acele puncte care au ordonata egală cu 1, adică punctele unei drepte paralele cu axa Ox , care conține punctul $M(0, 1)$ (figura 2).

c) Elementele mulțimii C sunt acele puncte care au abscisa negativă și ordonata neprecizată, adică toate punctele semiplanului deschis cu frontiera Oy , situat în stânga axei Oy (figura 3).

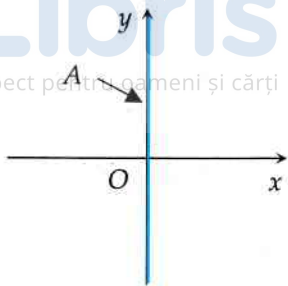


Figura 1

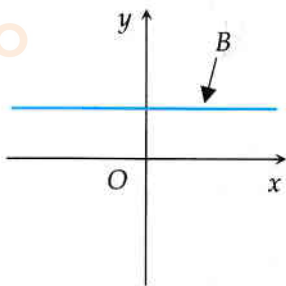


Figura 2

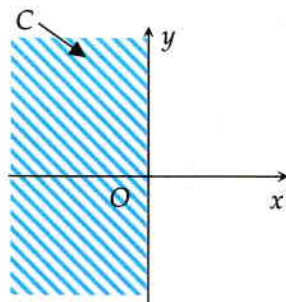


Figura 3

4. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 32 - 3p, p \in \mathbb{Z}\}$. Arătați că $A = B$.

Soluție: Vom demonstra că $A \subset B$ și $B \subset A$. Fie $x \in A$, adică $x = 3k + 2, k \in \mathbb{Z}$. Atunci $x = 32 + 3k - 30 = 32 - 3(10 - k)$. Notând $10 - k = p \in \mathbb{Z}$, obținem că $x = 32 - 3p$, deci $x \in B$ și deducem că $A \subset B$. **Reciproc:** Dacă $x \in B$, rezultă că $x = 32 - 3p = 3(10 - p) + 2 = 3k + 2$, unde $k = 10 - p \in \mathbb{Z}$. Astfel, $x \in A$ și am arătat că $B \subset A$, ceea ce încheie demonstrația.

PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți, prin enumerarea elementelor, următoarele mulțimi:

$A = \{x \mid x \text{ este vocală în cuvântul } \textit{mulțime}\};$

$B = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\};$

$C = \{x \mid x \text{ este cifră a bazei } 2\};$

$D = \{x \mid x \text{ este număr prim de o cifră}\}.$

2. Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{x \mid \overline{2x5} : 3\};$

b) $B = \{x \mid \overline{x32} : 2\};$

c) $C = \{x \mid \overline{xx72} : 9\};$

d) $D = \{x \mid \overline{12x} : 4\}.$

3. Fie mulțimile $A = \{-2, 1, 7\}$ și $B = \{0, 1\}$. Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\};$

b) $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\};$

c) $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\};$

d) $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ și } y \in B\}.$

4. Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 2^x < 15\};$

b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \mid 2\};$

c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^*, |x| < 2\};$

d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x - 1 \leq 3\}.$

5. Scrieți cu ajutorul unei proprietăți caracteristice următoarele mulțimi:

a) $A = \{0, 2, 4, 6, 8\};$

b) $B = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots\};$

c) $C = \{1, 2, 4, 8\};$

d) $D = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \right\}.$

6. Se consideră mulțimile $A = \{x \mid x = 4k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$ și $B = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$.

a) Scrieți câte trei elemente din fiecare mulțime.

b) Stabiliți dacă numerele 200, 201 și 202 aparțin celor două mulțimi.

c) Arătați că $A \subset B$ și $B \not\subset A$.

7. Se consideră mulțimile $A = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x \mid x = 3k + 1, k \in \mathbb{N}\}$, $C = \{x \mid x = 3k + 2, k \in \mathbb{N}\}$.

a) Stabiliți dacă numerele 2018, 2019 și 2020 aparțin celor trei mulțimi.

b) Determinați $A \cap B$.

c) Determinați $A \cup B \cup C$.

8. Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 2x + y = 7\}$; b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \cdot y = 2\}$;

c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3x + y = 1 \text{ și } x - 2y = 5\}$.

9. Determinați cardinalul fiecăreia dintre următoarele mulțimi:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 10\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$;

c) $C = \{\overline{abc} \mid a + c = 2\}$;

d) $D = \{\overline{xy} \mid x > y\}$.

10. Se consideră mulțimea $M = \left\{0; -\frac{6}{2}; -\sqrt{2\frac{1}{4}}; \pi; 3\sqrt{2}; 0, (2)\right\}$. Determinați mulțimile:

a) $A = \{x \in M \mid x \geq 0\}$;

b) $B = \{x \in M \mid x \notin \mathbb{Q}\}$;

c) $C = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

d) $D = \{x \in M \mid x \geq y, \forall y \in M\}$.

11. Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{4}{x} \in \mathbb{N}\right\}$;

b) $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3}{x-1} \in \mathbb{Z}\right\}$;

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{9}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$;

d) $D = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x-3}{x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$.

12. Fie mulțimea $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \leq 9\}$. Determinați elementele mulțimilor A, B, C și D ,

unde: $A = \{x \in M \mid |x| = x\}$, $B = \{x \in M \mid |x| = -x\}$, $C = \{x \in M \mid |x| \leq 2\}$, $D = \{x \in M \mid |x| \geq 4\}$.

13. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 201 - 2p, p \in \mathbb{Z}\}$.

Arătați că $A = B$.

14. Dacă M este un punct în planul triunghiului ABC , determinați următoarele mulțimi:

a) $P = \{M \mid M \in BC, BM = MC\}$;

b) $Q = \{M \mid MA = MB = MC\}$;

c) $R = \{M \mid MA = MB\}$;

d) $S = \{M \mid d(M, AB) = d(M, BC) = d(M, AC)\}$.

15. Reprezentați, în raport cu un reper cartezian xOy , următoarele mulțimi de puncte din plan:

a) $B_1 = \{M \mid x_M = y_M\}$;

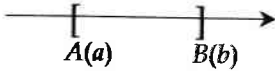
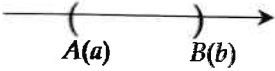
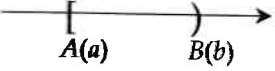



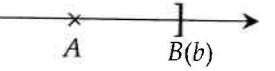
b) $B_1 = \{M \mid x_M = -y_M\}$;

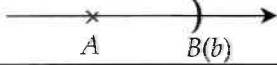
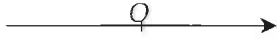
c) $C = \{M \mid x_M = y_M; -1 \leq x_M \leq 1\}$.



I.2. INTERVALE

Un **interval** este o submulțime a mulțimii numerelor reale care, odată cu două valori reale a și b , conține toate numerele reale cuprinse între a și b .

Definiție și notație	Reprezentare geometrică	Caracterizare
$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	Segmentul închis $[AB]$ 	Intervalul închis, mărginit, având capetele a și b . Există un cel mai mic și un cel mai mare element în acest interval.
$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	Segmentul deschis (AB) 	Intervalul deschis, mărginit, având capetele a și b . Nu există un cel mai mic și un cel mai mare element în acest interval.
$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	Segmentul semiînchis $[AB)$ 	Intervalul mărginit, închis la stânga, deschis la dreapta, având capetele a și b . Există un cel mai mic element, dar nu există un cel mai mare element în acest interval.
$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	Segmentul semiînchis $(AB]$ 	Intervalul mărginit, deschis la stânga, închis la dreapta, având capetele a și b . Există un cel mai mare element, dar nu există un cel mai mic element în acest interval.
$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	Semidreapta închisă cu originea în punctul A , care conține punctul B , $[AB$ 	Interval mărginit la stânga și nemărginit la dreapta, având capătul din stânga a . Există un cel mai mic element, dar nu există un cel mai mare element în acest interval.
$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	Semidreapta deschisă cu originea în punctul A , care conține punctul B , $(AB$ 	Interval mărginit la stânga și nemărginit la dreapta, având capătul din stânga a . Nu există un cel mai mic și un cel mai mare element în acest interval.
$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	Semidreapta închisă cu originea în punctul B , care conține punctul A , $AB]$ 	Interval mărginit la dreapta și nemărginit la stânga, având capătul din dreapta b . Există un cel mai mare element, dar nu există un cel mai mic element în acest interval.

$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	Semidreapta deschisă cu originea în punctul B , care conține punctul A , AB) 	Interval mărginit la dreapta și nemărginit la stânga, având capătul din dreapta b . Nu există un cel mai mare și un cel mai mic element în acest interval.
$(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$	Axa numerelor, numită și dreapta reală 	Interval nemărginit la ambele capete. Nu există un cel mai mare și un cel mai mic element în mulțimea \mathbb{R} .

Operațiile cu intervale sunt operații uzuale cu mulțimi:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\} - \text{reuniunea};$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\} - \text{intersecția};$$

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\} - \text{diferența}.$$

Este indicat să se utilizeze reprezentarea geometrică atunci când se efectuează operații cu intervale.

PROBLEME REZOLVATE

1. Pe o cutie de lapte este menționat conținutul: $1000 \text{ ml} \pm 3\%$. Exprimați, cu ajutorul intervalelor, între ce valori se situează volumul de lapte din cutie.

Soluție: Deoarece $\frac{3}{100} \cdot 1000 = 30 \text{ ml}$, volumul de lapte din cutie se situează în intervalul $[970 \text{ ml}, 1030 \text{ ml}]$.

2. Scrieți sub formă de interval mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 5\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 \geq 9\},$$

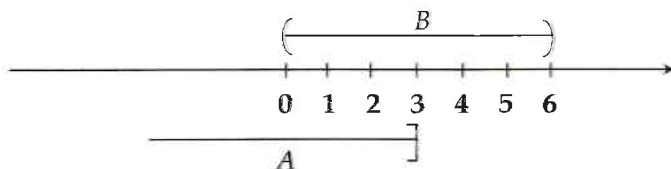
$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 3 \leq 11\},$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 4| < 6\}.$$

Soluție: $A = (-2, 5]$. Dacă $x - 1 \geq 9$, rezultă că $x \geq 10$, iar $B = [10, \infty)$. Dacă $2x - 3 \leq 11$, rezultă că $x \leq 7$, iar $C = (-\infty, 7]$. Utilizând proprietățile modulusului, avem că $-6 < x - 4 < 6$, deci $D = (-2, 10)$.

3. Determinați $A \cup B$ și $A \cap B$, dacă $A = (-\infty, 3]$, iar $B = (0, 6)$.

Soluție: Ținând cont de definițiile operațiilor cu mulțimi și de reprezentarea geometrică a celor două mulțimi obținem că $A \cup B = (-\infty, 6)$ și $A \cap B = (0, 3]$.



1. Stabiliți valoarea de adevăr a fiecăreia dintre următoarele propoziții:

$$p_1: \{x \in \mathbb{R} \mid -7 < x \leq 9\} = [-7, 9];$$

$$p_2: \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 0\} \neq [-3, 0);$$

$$p_3: \left\{x \in \mathbb{Q} \mid -\frac{5}{2} < x < \frac{7}{3}\right\} = \left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{3}\right);$$

$$p_4: \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x \leq 6\} = [1, 6].$$

2. Reprezentați pe axa reală următoarele intervale:

$$a) I_1 = [-4, 2];$$

$$b) I_2 = \left(1, \frac{5}{2}\right);$$

$$c) I_3 = (-\infty, 6];$$

$$d) I_4 = (-\sqrt{3}, \infty).$$

3. Scrieți ca intervale mulțimile care au următoarele reprezentări geometrice:

a) segmentul închis AB , unde $A(-3)$ și $B(7)$;

b) segmentul deschis MN , unde $M(-1)$ și $N(\sqrt{2})$;

c) semidreapta închisă AO , unde $A(3)$ și $O(0)$;

d) semidreapta deschisă BO , unde $B(-1)$ și $O(0)$.

4. Scrieți ca intervale următoarele mulțimi:

$$a) A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ este cuprins între } 7 \text{ și } 9\};$$

$$b) B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ este mai mic decât } 0\};$$

$$c) C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ este mai mare sau egal cu } -2\};$$

$$d) D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ nu este mai mic decât } 2 \text{ și nici mai mare decât } 7\}.$$

5. Scrieți ca intervale următoarele mulțimi:

$$a) A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 6\};$$

$$b) B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\};$$

$$c) C = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x + 1 \leq 2\};$$

$$d) D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 2x < 10\}.$$

6. Scrieți ca intervale următoarele mulțimi:

$$a) A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\};$$

$$b) B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\};$$

$$c) C = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x \leq 10\};$$

$$d) D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 7 > -2\}.$$

7. Scrieți ca intervale următoarele mulțimi:

$$a) A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x - 1 < 1\};$$

$$b) B = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq 3x \leq 9\};$$

$$c) C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < \frac{x}{2} < 3\right\};$$

$$d) D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < \frac{x+1}{3} \leq 10\right\}.$$

8. a) Determinați cel mai mare număr natural care aparține intervalului $(-3, 8)$.

b) Determinați cel mai mic număr întreg care aparține intervalului $\left[-\frac{13}{2}, \frac{7}{5}\right)$.

c) Determinați cel mai mare număr întreg negativ care nu aparține intervalului $(-\sqrt{13}, 2]$.

d) Determinați cel mai mic număr natural care nu aparține intervalului $\left[-\frac{2}{3}, \frac{11}{4}\right]$.

Respect pentru oameni și cărți

9. a) Dați un exemplu de interval care conține numărul $\sqrt{2}$.
 b) Dați un exemplu de interval care nu conține numere întregi.
 c) Dați un exemplu de interval care conține exact două numere întregi negative.

10. Stabiliți valoarea de adevăr a fiecăreia dintre următoarele propoziții:

- a) $2 \in (-\infty, 3)$; b) $3 \notin (-\infty, 3)$; c) $-\frac{2}{9} \in (-\infty, -1)$;
 d) $1,41 \in [1, \sqrt{2}]$; e) $(3, 4) \subset (3, 4)$; f) $\mathbb{N} \subset (0, \infty)$.

11. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „ $x \in I$ ”, în fiecare dintre cazurile:

- a) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $I = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$; b) $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $I = (2, \sqrt{5})$;
 c) $x = \frac{a+b}{2}$; $I = (a, b)$, unde $0 < a < b$; d) $x = \sqrt{ab}$; $I = (a, b)$, unde $0 < a < b$.

12. Determinați numerele naturale a pentru care $\frac{5a-1}{3} \in \left(1, \frac{3a+1}{2}\right)$.

13. Scrieți ca intervale următoarele mulțimi:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = x\}$; b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, |x+1| = x+1\}$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = -x\}$; d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}, |x-1| = 1-x\}$.

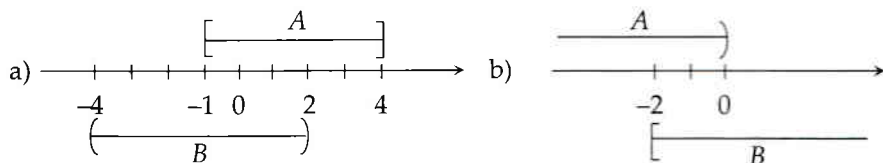
14. Scrieți ca intervale următoarele mulțimi:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 5\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| + 1 \leq 3\}$;
 c) $C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 1\right\}$ ($[a]$ reprezintă cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu a).

15. Scrieți cu ajutorul intervalelor următoarele mulțimi:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 5\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| + 1 \geq 3\}$.

16. Transcrieți pe caiet figurile de mai jos și identificați mulțimile A , B , $A \cup B$ și $A \cap B$ în fiecare caz:



17. Determinați mulțimile:

- a) $(-9, 5) \cap (0, 6)$; b) $[-1, 2] \cap [-7, 1]$; c) $(-10, 2) \cap (3, \infty)$;
 d) $\left[-\frac{7}{3}, 4\right] \cap [4, 5]$; e) $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \cap [\sqrt{2}, \infty)$; f) $(-3\sqrt{2}, 5) \cap (-1, 2\sqrt{6})$.

18. Determinați mulțimile:

a) $(-6, 4) \cup (2, 5)$;

b) $[-9, 0] \cup (0, 10]$;

c) $(-\infty, 3) \cup \left(\frac{8}{3}, \infty\right)$;

d) $(-3\sqrt{2}, 5) \cup (-1, 2\sqrt{6})$.

19. Determinați mulțimile:

a) $(3, 9) \cup \{3\}$;

b) $(-4, 5] \cap \mathbb{N}$;

c) $[-\sqrt{13}, \sqrt{5}] \cap \mathbb{Z}$;

d) $\mathbb{N} \cup (0, \infty)$.

20. Se consideră mulțimile $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 3\right\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 3\}$.

a) Scrieți ca intervale cele două mulțimi.

b) Determinați $A \cup B$ și $A \cap B$.

c) Arătați că numărul $a = \frac{\sqrt{5}+4}{2}$ aparține mulțimii B .

21. Se consideră mulțimile $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq \frac{x+3}{5} < 1\right\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x-3 \leq 1 \leq x+2\}$.

a) Scrieți ca intervale cele două mulțimi.

b) Determinați $A \cap B$ și $A \setminus B$.

22. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 50\}$, iar $M = A \cap \mathbb{Z}$. Determinați:

a) mulțimile A și M ;

b) cardinalul mulțimii M ;

c) suma și produsul elementelor mulțimii M .

23. Se consideră intervalul $A = \left(-\sqrt{3}, \frac{2a-1}{3}\right]$, unde a este un număr întreg.

a) Determinați a pentru care mulțimea $A \cap \mathbb{Z}$ are un singur element.

b) Determinați a pentru care mulțimea $A \cap [3, \infty)$ are un singur element.

24. Determinați cea mai mică valoare întreagă a lui a pentru care:

a) $-\pi \in (-\infty, a]$;

b) $(-\infty, 2a+5) \cap (3a+1, \infty) = \emptyset$.

25. Determinați numerele reale a și b , $a < b$, în fiecare dintre următoarele situații:

a) $(a, b) \cap \mathbb{N} = \{2\}$;

b) $[a, b] \cap \mathbb{Z} = \{-1, 0, 1\}$;

c) $[a, b] \cup (-1, 4) = [-1, 5]$;

d) $[a, b] \cap (1, 4) = [2, 3]$.

26. Arătați că $a = |x+2| + |x-1|$ are valoare constantă, pentru orice $x \in [-2, 1]$.

27. Arătați că $a = \frac{2}{x}(|x+\sqrt{2}| + |x-\sqrt{2}|)$ este număr natural pătrat perfect, pentru orice $x \in (\sqrt{2}, \infty)$.

28. Dacă $x \in [-1, 2]$ și $y \in [-3, 4]$, arătați că $|x+y-1| \leq 5$.