Gabriel Popa, Adrian Zanoschi,
Gheorghe Iurea, Dorel Luchian

MATEMATICĂ

EVALUAREA NAȚIONALĂ
2021

Clasa a VIII-a

- Memorator cu cele mai importante noțiuni și definiții din programă
- Teme recapitulative conținute de programa de examen
- 60 de variante de subiecte cu soluții de rezolvare, după noul model de subiect propus de M.E.C.

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Editura Paralela 45

Cuprins

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

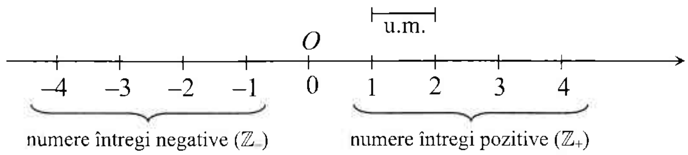
ALGEBRĂ

MULŢIMI NUMERICE

$\mathbb{N}$ – mulţimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}$ – mulţimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



$\mathbb{Q}$ – mulţimea numerelor raţionale; $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z} \text{ şi } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$. $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

$\mathbb{R}$ – mulţimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulţimea numerelor iraţionale.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

OPERAŢII CU MULŢIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.

Intersecţia: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ şi } x \in B\}$.

Diferenţa: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ şi } x \notin B\}$.

OPERAŢII CU NUMERE

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall\, a, b, f \in \mathbb{R}$.

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{(1+n) \cdot n}{2}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „n factorial”); $0! = 1$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$.

Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRŢIRII CU REST

În $\mathbb{N}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, $\exists!\, c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \leq r < b$.

În $\mathbb{Z}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $\exists!\, c \in \mathbb{Z}$, $r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \leq r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN $\mathbb{N}$

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăţi:

P_1: $1 \mid n$; $n \mid 0$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_2: Dacă $a, d \in \mathbb{N}$ şi $d \mid a$, atunci $d \mid a \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_3: Dacă $a, b, d \in \mathbb{N}$, $d \mid a$ şi $d \mid b$, atunci $d \mid (a \pm b)$.

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului: $2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}$; $10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0$.

II. Folosind suma cifrelor numărului: $3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n)$; $9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n)$.

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului: $4 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}$; $25 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}$.

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ și $d \mid b$;
ii) dacă $d' \mid a$ și $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic și îi înmulțim.

Numerele a și b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx$, $b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, $(x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ și $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.
Dacă $a \mid b \cdot c$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ și $b \mid m$;
ii) dacă $a \mid m'$ și $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare și îi înmulțim.

Dacă $a \mid n$ și $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^*$; $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $a \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{N}$.

$a^0 = 1$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$; $a^1 = a$, $\forall\, a \in \mathbb{R}$; $1^n = 1$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$; 0^0 nu are sens.

OPERAȚII CU PUTERI

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$, $m, n \in \mathbb{Z}$.
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$, $m, n \in \mathbb{Z}$.
3. $(a^m)^n = a^{mn}$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$, $m, n \in \mathbb{Z}$.
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, $\forall\, a, b \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{Z}$.
5. $(a : b)^n = a^n : b^n$, $a, b \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{Z}$.
6. $(-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr par;} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr impar.} \end{cases}$

FRACȚII ORDINARE, FRACȚII ZECIMALE

Fracție ireductibilă: $\dfrac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, $(a, b) = 1$. Fracții echivalente: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Dacă $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$, atunci $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \mid a$.

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

Tipul fracției zecimale	Mod de transformare	Exemplu
zecimală finită	$\overline{a, b_1 b_2 \ldots b_k} = a\dfrac{\overline{b_1 b_2 \ldots b_k}}{10^k}$	$2,79 = 2\dfrac{79}{10^2} = \dfrac{279}{100}$
periodică simplă	$\overline{a, (b_1 b_2 \ldots b_k)} = a\dfrac{\overline{b_1 b_2 \ldots b_k}}{\underbrace{99\ldots9}_{k \text{ ori}}}$	$13,(24) = 13\dfrac{24}{99}$
periodică mixtă	$\overline{a, b_1 b_2 \ldots b_k (c_1 c_2 \ldots c_p)} = a\dfrac{\overline{b_1 b_2 \ldots c_p} - \overline{b_1 b_2 \ldots b_k}}{\underbrace{99\ldots9}_{p \text{ ori}}\underbrace{00\ldots0}_{k \text{ ori}}}$	$3,61(754) = 3\dfrac{61754 - 61}{99900}$

MEDIA ARITMETICĂ

$m_a = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $m_a = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_k}{k}$, $\forall\, x_1, x_2, \ldots, x_k \in \mathbb{R}$.

Dacă $p_1, p_2, \ldots, p_k$ sunt respectiv ponderile numerelor $x_1, x_2, \ldots, x_k$, atunci:

$$m_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_k p_k}{p_1 + p_2 + \ldots + p_k} \text{ (media aritmetică ponderată).}$$

MODULUL UNUI NUMĂR REAL

$|x|$ – modulul (sau valoarea absolută) a unui număr real; $|x| = \begin{cases} x, \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x, \text{ dacă } x < 0 \end{cases}$.

Proprietăți ale modulului:

P_1: $|x| \geq 0$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$; $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

P_2: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$, $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$;

P_3: $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$, $\forall\, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*$;

P_4: $|x + y| \leq |x| + |y|$, $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$.

PARTEA ÎNTREAGĂ A UNUI NUMĂR REAL: [x]

$[x] \leq x < [x] + 1$; $[x] \in \mathbb{Z}$.

PARTEA FRACȚIONARĂ A UNUI NUMĂR REAL: {x}

$\{x\} = x - [x]$; $0 \leq \{x\} < 1$.

RĂDĂCINA PĂTRATĂ (RADICALUL)

$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$, unde $a, x \in \mathbb{R}$, $a, x \geq 0$.

REGULI DE CALCUL CU RADICALI

1. Dacă $a \geq 0$, $b \geq 0$, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.
2. Dacă $a \geq 0$, $b > 0$, atunci $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.
3. $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$.
4. $\sqrt{a^2} = |a|$, $a \in \mathbb{R}$; $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$, dacă $a \in \mathbb{R}_+$; $\sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$, $a \in \mathbb{R}$, $b \geq 0$.

RAȚIONALIZAREA NUMITORULUI

1. ${}^{\sqrt{b})}\dfrac{c}{a\sqrt{b}} = \dfrac{c\sqrt{b}}{a \cdot b}$, $b > 0$, $a \neq 0$.
2. ${}^{\sqrt{a}-\sqrt{b})}\dfrac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$, ${}^{\sqrt{a}+\sqrt{b})}\dfrac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$, $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.
3. $\dfrac{n}{a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}} = \dfrac{n(a\sqrt{b} \mp c\sqrt{d})}{a^2 \cdot b - c^2 \cdot d}$, $b > 0$, $d > 0$, $a \in \mathbb{Q}^*$, $c \in \mathbb{Q}^*$ și $a^2 b \neq c^2 d$.

FORMULA RADICALILOR COMPUȘI

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a + c}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{a - c}{2}}$, unde $c = \sqrt{a^2 - b}$

INTERVALE ÎN $\mathbb{R}$

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$; $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$; $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$; $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$.

$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$; $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$; $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$; $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le a\}$.

$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \le a\} = [-a; a]$. $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \ge a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$.

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

MEDIA GEOMETRICĂ (PROPORȚIONALĂ)

$m_g = \sqrt{a \cdot b}$, $a \ge 0$, $b \ge 0$; $a \le m_g \le m_a \le b$, pentru $0 \le a \le b$ (inegalitatea mediilor).

PRODUSUL CARTEZIAN

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ și } y \in B\}$.

Dacă alegem în plan un sistem de coordonate xOy, putem identifica elementele produsului cartezian $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ cu punctele planului. Oricărei perechi ordonate de numere reale (x_A, y_A) îi corespunde un unic punct $A(x_A, y_A)$; x_A se numește abscisa punctului A, iar y_A se numește ordonata punctului A.

Distanța dintre două puncte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ se calculează după formula: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Coordonatele mijlocului segmentului AB sunt: $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$; $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

FUNCȚII

Fie A și B două mulțimi nevide. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulțimea A să-i corespundă *un singur* element din mulțimea B, atunci spunem că am definit o funcție de la A la B.

$f: A \to B$; A – domeniul de definiție; B – codomeniul.

Graficul unei funcții: $G_f = \{(x, y) \in A \times B \mid x \in A, y = f(x)\}$.

$M(x, y) \in G_f \Leftrightarrow f(x) = y$, cu $x \in A$, $y \in B$.

Funcțiile $f: A \to B$ și $g: C \to D$ sunt egale dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, $\forall x \in A$.

FUNCȚIA DE GRADUL I

Este o funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \ne 0$.

Graficul unei asemenea funcții este o dreaptă oblică.

$$\left.\begin{array}{l} G_f \cap O_y = \{A(0; b)\} \\ G_f \cap O_x = \left\{B\left(-\dfrac{b}{a}; 0\right)\right\} \end{array}\right\} \text{Punctele de intersecție a graficului cu axele de coordonate.}$$

Dacă $a = 0$, atunci $f(x) = b$ (funcția este constantă); graficul este o dreaptă orizontală.

ECUAȚIA DE GRADUL AL II-LEA

Forma generală: $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$. Discriminantul ecuației: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0$, ecuația are două soluții reale distincte: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Dacă $\Delta = 0$, cele două soluții sunt egale: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$.

Dacă $\Delta < 0$, ecuația nu are soluții reale.

Pentru $\Delta \ge 0$, expresia $ax^2 + bx + c$ se descompune în factori astfel: $a(x - x_1)(x - x_2)$.

GEOMETRIE

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Tipul măsurătorii \ Unitatea de exprimare	Submultiplii	Unitatea principală	Multiplii
Lungime	$\mathrm{mm} \overset{:10}{\underset{\times 10}{\rightleftarrows}} \mathrm{cm} \overset{:10}{\underset{\times 10}{\rightleftarrows}} \mathrm{dm} \overset{:10}{\underset{\times 10}{\rightleftarrows}}$	m	$\overset{:10}{\underset{\times 10}{\rightleftarrows}} \mathrm{dam} \overset{:10}{\underset{\times 10}{\rightleftarrows}} \mathrm{hm} \overset{:10}{\underset{\times 10}{\rightleftarrows}} \mathrm{km}$
Suprafață	$\mathrm{mm}^2 \overset{:10^2}{\underset{\times 10^2}{\rightleftarrows}} \mathrm{cm}^2 \overset{:10^2}{\underset{\times 10^2}{\rightleftarrows}} \mathrm{dm}^2 \overset{:10^2}{\underset{\times 10^2}{\rightleftarrows}}$	m^2	$\overset{:10^2}{\underset{\times 10^2}{\rightleftarrows}} \mathrm{dam}^2 \overset{:10^2}{\underset{\times 10^2}{\rightleftarrows}} \mathrm{hm}^2 \overset{:10^2}{\underset{\times 10^2}{\rightleftarrows}} \mathrm{km}^2$
Volum	$\mathrm{mm}^3 \overset{:10^3}{\underset{\times 10^3}{\rightleftarrows}} \mathrm{cm}^3 \overset{:10^3}{\underset{\times 10^3}{\rightleftarrows}} \mathrm{dm}^3 \overset{:10^3}{\underset{\times 10^3}{\rightleftarrows}}$	m^3	$\overset{:10^3}{\underset{\times 10^3}{\rightleftarrows}} \mathrm{dam}^3 \overset{:10^3}{\underset{\times 10^3}{\rightleftarrows}} \mathrm{hm}^3 \overset{:10^3}{\underset{\times 10^3}{\rightleftarrows}} \mathrm{km}^3$

Pentru suprafețe:
1 ha = 100 ari = $10\,000$ m^2; 1 ar = 100 m^2.

Pentru capacitate, unitatea principală este litrul (ℓ).

1 dm^3 = 1 ℓ; 1 cm^3 = 1 mℓ; 1 m^3 = 1000 ℓ.

Unitatea principală pentru masă este kilogramul (kg).
1 kg = 1000 g; 1 t = 1000 kg; 1 q = 100 kg.

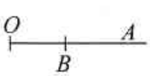
Unitatea principală pentru măsurarea timpului este secunda (s).
1 min = 60 s; 1 h = 60 min; 1 zi = 24 h.

UNGHIUL

Unghi = reuniunea a două semidrepte închise cu aceeași origine.
Unghiurile se măsoară în grade, minute și secunde: $1° = 60'$; $1' = 60''$.

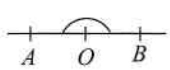
Clasificarea unghiurilor:

Unghi nul



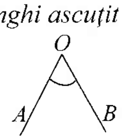
$\measuredangle AOB = 0°$

Unghi alungit



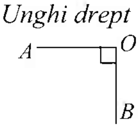
$\measuredangle AOB = 180°$

Unghi ascuțit



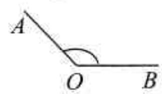
$\measuredangle AOB < 90°$

Unghi drept



$\measuredangle AOB = 90°$

Unghi obtuz

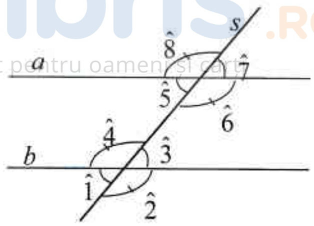


$\measuredangle AOB > 90°$

Unghiuri congruente = unghiuri care au aceeași măsură.
Bisectoarea unui unghi = semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interiorul acestuia, care îl împarte în două unghiuri congruente.
Unghiuri adiacente: au același vârf, o latură comună și nu au puncte interioare comune.
Unghiuri complementare: două unghiuri care au suma măsurilor de $90°$.
Unghiuri suplementare: două unghiuri care au suma măsurilor de $180°$.
Unghiuri opuse la vârf: două unghiuri cu vârful comun și laturile în prelungire.
Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.

Drepte paralele: două drepte coplanare, fără puncte comune.
Drepte perpendiculare: două drepte concurente care formează un unghi drept.

Unghiuri congruente formate de două drepte paralele cu o secantă:

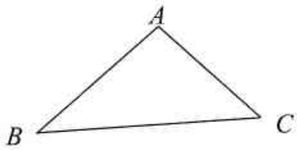


$\hat{3} \equiv \hat{5}$, $\hat{4} \equiv \hat{6}$ — **alterne interne**

$\hat{1} \equiv \hat{7}$, $\hat{2} \equiv \hat{8}$ — **alterne externe**

$\hat{1} \equiv \hat{5}$, $\hat{4} \equiv \hat{8}$, $\hat{2} \equiv \hat{6}$, $\hat{3} \equiv \hat{7}$ — **corespondente**

TRIUNGHIUL



Notaţie: ΔABC

Elemente:

- vârfuri: A, B, C
- laturi: AB, BC, AC
- unghiuri: $\sphericalangle BAC, \sphericalangle ABC, \sphericalangle BCA$

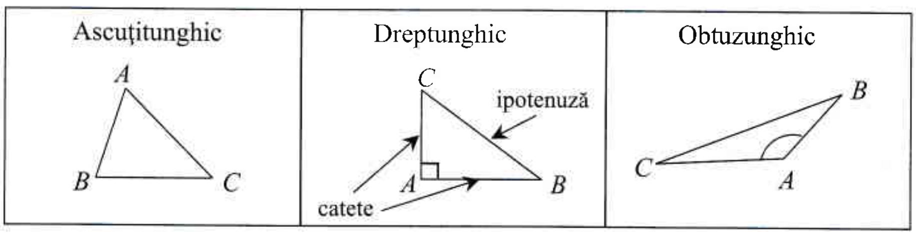
$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$

Inegalitatea triunghiului:

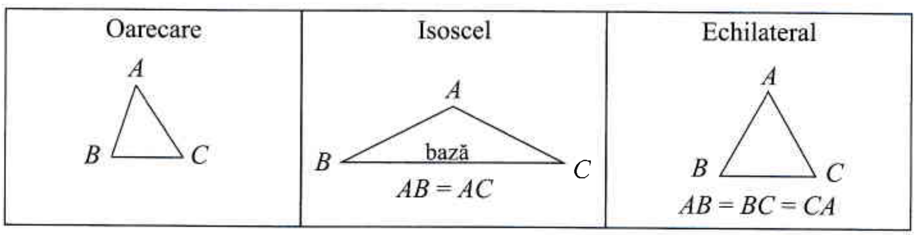
$|AB - AC| < BC < AB + AC$

Clasificare:

I. După unghiuri



II. După laturi



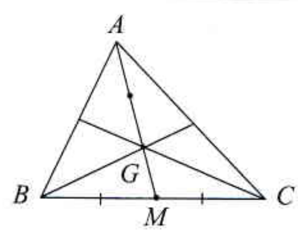
Triunghiuri congruente: au laturile omoloage congruente şi unghiurile omoloage congruente.
Cazuri de congruenţă:

Triunghiuri oarecare	Triunghiuri dreptunghice
1. L.U.L.	1. C.C.
2. U.L.U.	2. C.U.
3. L.L.L.	3. I.U.
	4. I.C.

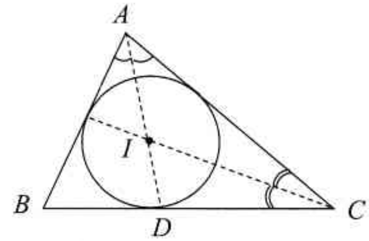
LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI

Mediana: segmentul care uneşte un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse.
Centrul de greutate (G) = punctul de intersecţie a medianelor.

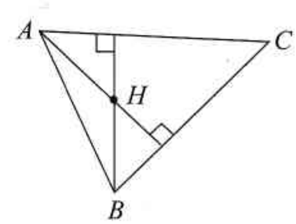
$AG = \frac{2}{3}AM$; $GM = \frac{1}{3}AM.$



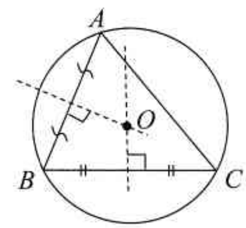
Bisectoarea: semidreapta cu originea în vârful unghiului, interioară unghiului, ce formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente.
Centrul cercului înscris (I) = punctul de intersecție a bisectoarelor.
$d(I, AB) = d(I, AC) = d(I, BC) = r$.



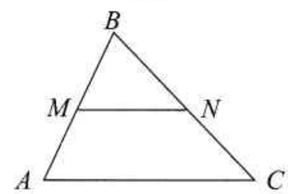
Înălțimea: segmentul ce trece printr-un vârf al triunghiului și este perpendicular pe latura opusă.
Ortocentrul triunghiului (H) = punctul de intersecție a înălțimilor.



Mediatoarea: dreapta perpendiculară pe o latură a triunghiului, ce trece prin mijlocul acesteia.
Centrul cercului circumscris (O) = punctul de intersecție a mediatoarelor.
$OA = OB = OC = R$.



Linia mijlocie în triunghi: segment care unește mijloacele a două laturi ale triunghiului.
Linia mijlocie este paralelă cu a treia latură și egală cu jumătate din lungimea acesteia.



TRIUNGHIURI SPECIALE

Triunghiul isoscel:
- are două laturi congruente (a treia se numește bază);
- unghiurile alăturate bazei sunt congruente;
- bisectoarea unghiului din vârf este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare bazei.

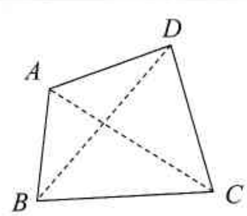
Triunghiul echilateral:
- are toate laturile congruente;
- are toate unghiurile congruente (fiecare având măsura de 60°);
- bisectoarea oricărui unghi este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare laturii opuse.

Triunghiul dreptunghic:
- are un unghi drept, iar celelalte două sunt ascuțite și complementare;
- mediana corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei;
- cateta opusă unui unghi de 30° este egală cu jumătate din ipotenuză (teorema 30°-60°-90°).

PATRULATERE

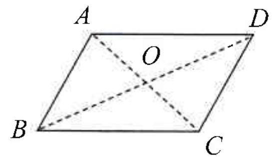
Elemente:
- vârfuri: A, B, C, D;
- laturi: AB, BC, CD, AD;
- unghiuri: $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C, \sphericalangle D$;
- diagonale: AC, BD.

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360°$

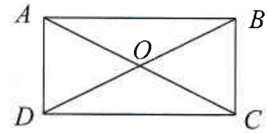


patrulater convex

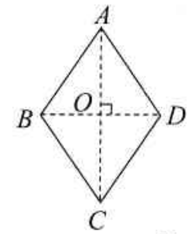
Paralelogramul = patrulaterul cu laturile opuse paralele.
- laturile opuse sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt congruente;
- unghiurile alăturate sunt suplementare;
- diagonalele se înjumătățesc.



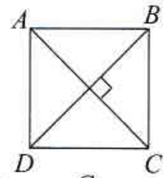
Dreptunghiul = paralelogramul cu un unghi drept.
- are toate proprietățile paralelogramului;
- are toate unghiurile drepte;
- diagonalele sunt congruente.



Rombul = paralelogramul cu două laturi consecutive congruente.
- are toate proprietățile paralelogramului;
- toate laturile sunt congruente;
- diagonalele sunt perpendiculare și sunt bisectoarele unghiurilor rombului.



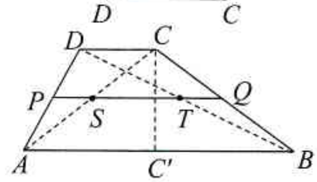
Pătratul = rombul cu un unghi drept.
- are toate proprietățile rombului;
- are toate proprietățile dreptunghiului.



Trapezul = patrulaterul cu două laturi paralele și celelalte două laturi neparalele.

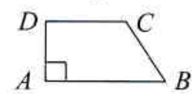
Dacă $CC' \perp AB$, atunci CC' = înălțimea trapezului.

Linia mijlocie (PQ) = segmentul ce unește mijloacele laturilor neparalele.

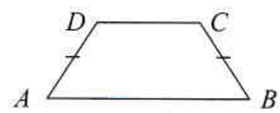


$PQ = \dfrac{(AB+CD)}{2}$ și $ST = \dfrac{|AB-CD|}{2}$, unde $\{T\} = PQ \cap BD$, $\{S\} = PQ \cap AC$.

Trapez dreptunghic = trapezul având un unghi drept.



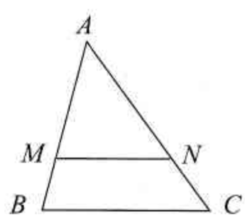
Trapez isoscel = trapezul având laturile neparalele congruente.
- unghiurile alăturate bazelor sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt suplementare;
- diagonalele sunt congruente.



RELAȚII METRICE

Teorema lui Thales:

$$MN \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



Triunghiuri asemenea:

$\Delta ABC \sim \Delta MNP$ dacă $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP}$ și $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle M$, $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle N$, $\sphericalangle C \equiv \sphericalangle P$.

- Dacă ΔABC este dreptunghic în A și $D = pr_{BC} A$, atunci:

Teorema catetei:

$AC^2 = BC \cdot CD$; $AB^2 = BC \cdot BD$.

Teorema înălțimii:

$AD^2 = BD \cdot DC$.