

**GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER**

**SĂ ÎNVĂȚĂM  
MATEMATICĂ  
FĂRĂ PROFESOR  
CLASA A VIII - A**

**EDITURA HYPERION  
CRAIOVA 2020**

## CUPRINS

	Enunț.	Rezolv.
<b>1. Intervale de numere reale. Inecuații în R.</b>	5	161
1.1 Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor .....	5	161
1.2 Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor . .	8	161
1.3 Inecuații de forma $ax + b > 0$ ( $\geq 0, < 0, \leq 0$ ), $a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0$ .....	12	162
1.4 Teste grilă de autoevaluare .....	15	164
Testul 1 .....	15	164
<b>2. Calcul algebric în R</b>	16	165
2.1 Operații cu numere reale reprezentate prin litere ( adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere ), reducerea termenilor asemenea .....	16	165
2.1.1 Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere .....	16	165
2.1.2 Înmulțirea și ridicarea la putere a numerelor reale reprezentate prin litere .....	18	165
2.1.3 Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere .....	20	166
2.1.4 Reguli de calcul cu numere reale reprezentate prin litere .....	22	167
2.2 Formule de calcul prescurtat .....	24	167
2.3 Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în <b>R</b> (factor comun, grupare de termeni, formule de calcul prescurtat) .....	26	168
2.4 Frații algebrice, operații cu acestea (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere) . . . .	30	169
2.5 Ecuatii de forma $ax^2 + bx + c = 0$ , unde $a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$ .....	38	172
2.6 Teste grilă de autoevaluare .....	42	174
Testul 1 .....	42	174
Testul 2 .....	43	175
<b>3. Funcții</b>	44	176
3.1 Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu		

ajutorul unor diagrame, tabele, formule. Graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice. ....	44	176
3.2 Funcții de forma $f: D \rightarrow R, f(x) = ax + b$ , unde $a$ și $b$ sunt numere reale și $D$ este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat. Interpretare geometrică. Lecturi grafice. ....	48	177
3.3 Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană, mod și amplitudine a unui set de date) .....	52	177
3.4 Teste grilă de autoevaluare .....	55	178
Testul 1 .....	55	178
Testul 2 .....	56	179
<b>4. Elemente ale geometriei în spațiu</b> .....	57	179
4.1 Puncte, drepte, plane. Convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului, relații între puncte, drepte și plane .....	57	179
4.2 Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat; prisma dreaptă, paralelipiped dreptunghic, cub; cilindru circular drept; con circular drept. Reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări. ....	63	180
4.3 Paralelism: drepte paralele, unghiul a două drepte, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele. Aplicații: secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate. Trunchiul de piramidă, trunchiul de con circular drept (descriere și reprezentare) .....	70	181
4.4 Perpendicularitate: drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan. Aplicații: înălțimea unei piramide, înălțimea unui con circular drept, distanța dintre două plane paralele, înălțimea prisme drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept, a trunchiului de piramidă / con circular drept. Plane perpendiculare. Aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate. ....	77	182
4.5 Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Aplicație: lungimea proiecției unui segment. Unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului. Unghiul a două plane. Plane perpendiculare. ....	85	186
4.6 Teorema celor trei perpendiculare. Calculul		

distanței de la un punct la un plan. Calculul distanței dintre două plane paralele. ....	98	191
4.7 Teste grilă de autoevaluare .....	104	195
Testul 1 .....	104	195
Testul 2 .....	105	196
Testul 3 .....	106	197
Testul 4 .....	107	198
<b>5. Arii și volume ale unor corpuri geometrice</b> .....	108	199
5.1 Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate .....	108	199
5.2 Arii și volume ale unor corpuri geometrice ....	110	201
5.2.1 Prisma dreaptă, paralelipipedul dreptunghic, cubul .....	110	201
5.2.2 Piramida regulată .....	121	206
5.2.3 Trunchiul de piramidă regulată .....	129	214
5.2.4 Corpuri rotunde .....	133	217
5.2.4.1 Cilindrul circular drept .....	133	217
5.2.4.2 Conul circular drept .....	137	219
5.2.4.3 Trunchiul de con circular drept .....	142	222
5.2.4.4 Sfera .....	146	225
5.3 Teste grilă de autoevaluare .....	150	227
Testul 1 .....	150	227
Testul 2 .....	151	228
Testul 3 .....	152	229
Testul 4 .....	153	231
<b>6. Teste grilă de autoevaluare finale</b> .....	154	232
Testul 1 .....	154	232
Testul 2 .....	155	233
Testul 3 .....	156	234
Testul 4 .....	157	235
Testul 5 .....	158	235
Testul 6 .....	159	236
Testul 7 .....	160	236

## 1. Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$ .

### 1.1 Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor

#### 1.1.1 Noțiuni teoretice și exemple

1. **Mulțimea** este o noțiune primară, ea nu se definește.

Intuitiv, mulțimea reprezintă o colecție (grupare) de obiecte având o natură bine determinată, obiectele numindu-se **elemente**.

**Exemple de mulțimi:**

- mulțimea orașelor dintr-o țară;
- mulțimea țărilor de pe întreg pământul;
- mulțimea literelor dintr-un alfabet;
- mulțimea cuvintelor dintr-o limbă;
- mulțimea cifrelor pare;
- mulțimea cifrelor impare;
- mulțimea autovehiculelor dintr-o întreprindere.

2. **Mulțimea** se notează cu litere mari:  $A, B, \dots, X, Y, \dots$ , iar elementele unei mulțimi cu litere mici:  $a, b, c, \dots, x, y, z, \dots$ .

3. O mulțime  $A$  poate fi reprezentată astfel:

a) prin enumerarea elementelor mulțimii între acolade, fiecare element al mulțimii scriindu-se o singură dată;

**Exemple:**  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$ ,  $C = \{1, 2, x, 5, y\}$ .

b) cu ajutorul unei proprietăți ce caracterizează elementele mulțimii;

**Exemple:** 1.  $A$  este mulțimea cifrelor pare. Mulțimea  $A$  se poate scrie  $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ;

2.  $B$  este mulțimea literelor cuvântului **matematică**. Mulțimea  $B$  se poate scrie  $B = \{m, a, t, e, i, c, \breve{a}\}$ ;

3.  $C$  este mulțimea numerelor naturale mai mici decât 30 și care se împart exact la 5. Ea se poate scrie  $C = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ .

4.  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ;

5.  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 3 \leq x < 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ;

6.  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \mid 8\} = \{1, 2, 4, 8\}$ ;

### 1.1.2 Probleme rezolvate

#### 1. Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3n + 2, n = 1, 2, 3\}$ ;  
 b)  $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 8x + 7 = 79\}$ ;  
 c)  $C = \{x \in \mathbf{N} \mid x \mid 12\}$ .

**Soluție.** a)  $n = 1 \Rightarrow x = 5, n = 2 \Rightarrow x = 8$  și  $n = 3 \Rightarrow x = 11$ .

Atunci  $A = \{5, 8, 11\}$ .

b)  $8x + 7 = 79 \Rightarrow 8x = 79 - 7 \Rightarrow 8x = 72 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow B = \{9\}$ .

c) Divizorii lui 12 sunt: 1, 2, 3, 4, 6 și 12.

Atunci:  $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ .

#### 2. Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 4n + 1, n < 7\}$ ;  
 b)  $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 6x - 9 = 51\}$ ;  
 c)  $C = \{x \in \mathbf{N} \mid 10 < x < 100$  și  $x$  este multiplu de 9}.

**Soluție.** a)  $n < 7 \Rightarrow n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

$n = 0 \Rightarrow x = 4 \cdot 0 + 1 = 1; n = 1 \Rightarrow x = 4 \cdot 1 + 1 = 5;$

$n = 2 \Rightarrow x = 4 \cdot 2 + 1 = 9; n = 3 \Rightarrow x = 4 \cdot 3 + 1 = 13;$

$n = 4 \Rightarrow x = 4 \cdot 4 + 1 = 17; n = 5 \Rightarrow x = 4 \cdot 5 + 1 = 21;$

$n = 6 \Rightarrow x = 4 \cdot 6 + 1 = 25$ .

Atunci  $A = \{1, 5, 9, 13, 17, 21, 25\}$ .

b)  $6x - 9 = 51 \Rightarrow 6x = 51 + 9 \Rightarrow 6x = 60 \Rightarrow x = 60 : 6 = 10 \Rightarrow B = \{10\}$ .

c) Multiplii de 9 mai mari decât 10 sunt: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 și 99. Atunci  $C = \{18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99\}$ .

#### 3. Fie $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 5x + 7 = 22\}$ și $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \mid 15\}$ .

Arătați că  $A \subset B$ .

**Soluție.**  $5x + 7 = 22 \Rightarrow 5x = 22 - 7 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$ .

Atunci  $A = \{3\}$ . Însă  $B = \{1, 3, 5, 15\}$ , de unde rezultă  $A \subset B$ .

#### 4. Determinați mulțimile:

a)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid \overline{1x2} : 3\}$ ;

b)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid \overline{4x8} : 9\}$ .

**Soluție.** a)  $\overline{1x2} : 3 \Rightarrow 1 + x + 2 = 3, 6, 9, 12 \Rightarrow x = 0, 3, 6, 9$  și

$A = \{0, 3, 6, 9\}$ .

b)  $\overline{4x8} : 9 \Rightarrow 4 + x + 8 = 18 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow A = \{6\}$ .

### 1.1.3 Probleme propuse spre rezolvare

1. Scrieți mulțimea cifrelor pare și mulțimea cifrelor impare. Arătați că cele două mulțimi au același număr de elemente, egal cu:

2      3      4      5      6

2. Determinați mulțimea:  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 5x - 7 = 2x + 14\}$  și arătați că este egală cu: {4}    {5}    {6}    {7}    {8}

3. Determinați mulțimile:

$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \mid 12\}$  și  $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \mid 16\}$ .

Arătați că  $A \cap B$  are un număr de elemente egal cu:

1      2      3      4      5

4. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici decât 100 și care sunt multipli de 18. Numărul de elemente al acestei mulțimi este egal cu: 3    4    5    6    7

5. Determinați mulțimea:

$A = \{x \in \mathbf{N} \mid 50 < x < 100$  și  $x$  este multiplu de 7}.

Numărul de elemente al acestei mulțimi este egal cu:

3      4      5      6      7

6. Fie mulțimea  $A$  a numerelor naturale divizori ai lui 24. Dintre afirmațiile următoare: a)  $2 \in A$     b)  $5 \in A$     c)  $8 \in A$     d)  $11 \in A$     e)  $16 \in A$  adevărate sunt:

zero      una      două      trei      patru

7. Scrieți mulțimea formată din resturile posibile ale împărțirii unui număr natural la 7. Mulțimea are un număr de elemente egal cu:

5      6      7      8      9

8. Se consideră mulțimile:  $A = \{1, 2\}, B = \{1, 4\}, C$  mulțimea divizorilor lui 2,  $D$  mulțimea divizorilor lui 3. Dintre afirmațiile de mai jos: a)  $A = C$     b)  $A = D$     c)  $B = C$     d)  $B = D$

e)  $B = A$  adevărată este:    a)    b)    c)    d)    e)

9. Mulțimea  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 75$  și  $x$  este pătrat perfect} are un număr de elemente egal cu: 5    6    7    8    9

## 1.2 Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor

### 1.2.1 Noțiuni teoretice și exemple

Fiind date numerele  $a, b \in \mathbf{R}, a < b$ , definim următoarele submulțimi ale lui  $\mathbf{R}$  pe care le numim intervale:

- 1)  $[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$  - interval închis în  $a$  și  $b$
- 2)  $(a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$  - interval deschis în  $a$  și  $b$
- 3)  $[a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$  - interval închis în  $a$ , deschis în  $b$
- 4)  $(a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$  - interval deschis în  $a$ , închis în  $b$
- 5)  $[a, \infty) = \{x \in \mathbf{R} \mid x \geq a\}$  - interval închis la stânga în  $a$  și nemărginit la dreapta
- 6)  $(a, \infty) = \{x \in \mathbf{R} \mid x > a\}$  - interval deschis la stânga în  $a$  și nemărginit la dreapta
- 7)  $(-\infty, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq b\}$  - interval nemărginit la stânga și închis la dreapta în  $b$
- 8)  $(-\infty, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid x < b\}$  - interval nemărginit la stânga și deschis la dreapta în  $b$ .

Orice interval numeric se reprezintă pe axa numerelor astfel:

a) intervalul $[a, b]$	$-\infty$	$a$	$b$	$+\infty$
		[-----]		
b) intervalul $(a, b)$	$-\infty$	$a$	$b$	$+\infty$
		(-----)		
c) intervalul $[a, b)$	$-\infty$	$a$	$b$	$+\infty$
		[-----)		
d) intervalul $(a, b]$	$-\infty$	$a$	$b$	$+\infty$
		(-----]		
e) intervalul $[a, \infty)$	$-\infty$	$a$		$+\infty$
		[-----)		
f) intervalul $(a, \infty)$	$-\infty$	$a$		$+\infty$
		(-----)		
g) intervalul $(-\infty, b]$	$-\infty$		$b$	$+\infty$
		(-----]		
h) intervalul $(-\infty, b)$	$-\infty$		$b$	$+\infty$
		(-----)		

Cu intervalele numerice ( ca mulțimi ) se pot face două operații: **intersecția și reuniunea.**

- Exemple.** a)  $[-3, 4] \cap (2, 5) = (2, 4]$ .
- b)  $(3, \infty) \cap (-2, 8) = (3, 8)$ .
- c)  $(-3, 5] \cap [0, \infty) = [0, 5]$ .
- d)  $(-1, 1) \cup (0, 5) = (-1, 5)$ .
- e)  $[0, 9] \cup [-1, 5] = [-1, 9]$ .
- f)  $[0, 15] \cup (3, 20) = [0, 20]$ .
- g)  $[2, \infty) \cup (8, 15] = [2, \infty)$ .
- h)  $(-\infty, 4) \cup (0, 9] = (-\infty, 9]$ .

### 1.2.2 Probleme rezolvate

1. Se consideră intervalele  $(-3, 7)$  și  $(0, +\infty)$ .

Calculați intersecția și reuniunea lor.

**Soluție.**  $(-3, 7) \cap (0, +\infty) = (0, 7)$ .

$(-3, 7) \cup (0, +\infty) = (-3, +\infty)$ .

2. Se consideră intervalele:  $(0, +\infty), (-5, 3), [0, 6], [-1, 12],$

$[0, \infty), [1, 6], (-2, 15], (-\infty, 4)$ .

- a) determinați toate intervalele care conțin pe 0.
- b) determinați toate intervalele care conțin pe  $-1$  și  $1$ .
- c) determinați toate intervalele care conțin pe  $2$  și  $3$ .

**Soluție.** a)  $0 \in (-5, 3)$ , deoarece  $-5 < 0 < 3$ .

$0 \in [0, 6]$ , deoarece  $0 \leq 0 \leq 6$ .

Asemănător:  $0 \in [-1, 12], 0 \in [0, \infty), 0 \in (-2, 15], 0 \in (-\infty, 4)$ .

b)  $-1$  și  $1$  aparțin intervalelor:  $(-5, 3), [-1, 12], (-2, 15], (-\infty, 4)$ .

c)  $2$  și  $3$  aparțin intervalelor:  $(0, +\infty), [0, 6], [-1, 12], [0, \infty), [1, 6], (-2, 15], (-\infty, 4)$ .

3. Fie intervalele:  $[1, \sqrt{2}], [1, \sqrt{3}], [1, \sqrt{5}], [1, \sqrt{7}], [1, \sqrt{11}]$ .

- a) determinați toate intervalele care conțin pe  $1$ .
- b) determinați toate intervalele care conțin pe  $2$ .
- c) determinați toate intervalele care conțin pe  $3$ .

**Soluție.** a)  $1$  aparține tuturor celor 5 intervale din enunț.

b)  $2 \in [1, \sqrt{5}]$ , deoarece  $1 < 2 < \sqrt{5} = 2,236 \dots$

Asemănător  $2 \in [1, \sqrt{7}], [1, \sqrt{11}]$ .

c)  $3 \in [1, \sqrt{11}]$ , deoarece  $1 < 3 < \sqrt{11} = 3,316 \dots$

### 1.2.3 Probleme propuse spre rezolvare

- Arătați că numărul natural 3 aparține intervalului:  
(-1, 1) (0, 3) (1, 4) (4, 7) (-2, 2)
- Arătați că numărul întreg -2 aparține intervalului:  
(-1, 1) (-2, 2) (-3, 3) (-1, 4) (1, 3)
- Arătați că numărul natural 5 aparține intervalului:  
(-∞, 1) (0, 2) (1, 4) (4, +∞) (-2, 3)
- Arătați că numărul întreg -3 aparține intervalului:  
(-1, 2) (-∞, -2) (-3, 5) (-∞, -4) (-1, 4)
- Arătați că numărul natural 4 aparține intervalului:  
(-∞, 1) (0, 4) [1, 6] (4, 5], (-3, 3)
- Arătați că numărul întreg 8 aparține intervalului:  
(-∞, 8) (0, 8) [6, 9) (4, 7], (9, +∞)
- Arătați că numărul rațional  $\frac{2}{3}$  aparține intervalului:  
(-∞, 0) (0, 2) [1, 4) (4, 5], (-3, 0)
- Arătați că numărul rațional  $-\frac{5}{2}$  aparține intervalului:  
(-1, 0) (0, 1) [1, 2) (3, 5], (-3, 1)
- Arătați că numărul irațional  $\sqrt{2}$  aparține intervalului:  
(-1, 1) (1, 3) [-4, 1) (3, 4], (2, 5)
- Arătați că numărul irațional  $\sqrt{5}$  aparține intervalului:  
(-2, 2) (-1, 1) [2, 3) (3, +∞], (4, 5)
- Arătați că numărul irațional  $1 - \sqrt{2}$  aparține intervalului:  
(-1, 0) (1, 3) [0, 1) (3, 4], (4, 5)
- Se consideră intervalele: (0, +∞), (-4, 3), [0, 7], [-1, 11], [0, ∞), [1, 4), (-2, 13], (-∞, 5). Arătați că 0 aparține unui număr de interval egal cu: 3 4 5 6 7

- Se consideră propozițiile: a)  $0 \in (0, 1)$  b)  $3 \in (2, 4)$   
c)  $1 \in (2, 3)$  d)  $2 \in [2, 3]$  e)  $1 \in (1, +\infty)$  f)  $5 \in [4, 7]$ .  
Dintre acestea, adevărate sunt:

**două    trei    patru    cinci    șase**

- Se consideră propozițiile: a)  $-1 \in (-2, 0)$  b)  $2 \in (1, 3)$   
c)  $3 \in [3, 4)$  d)  $4 \in (4, 5]$  e)  $6 \in (7, 9)$  f)  $5 \in [5, +\infty)$ .  
Dintre acestea, adevărate sunt:

**două    trei    patru    cinci    șase**

- Se consideră propozițiile: a)  $\frac{2}{3} \in (-2, 0)$  b)  $\frac{4}{3} \in (1, 3)$   
c)  $\frac{10}{3} \in [3, 4)$  d)  $4 \in (3, 5]$  e)  $6 \in (8, 9)$  f)  $\frac{4}{3} \in [1, +\infty)$ .  
Dintre acestea, adevărate sunt:

**două    trei    patru    cinci    șase**

- Se consideră intervalele: [-1, 2] și [0, 5]. Intersecția lor este intervalul: [-1, 0] [-1, 5] [0, 2] [2, 5] [1, 2]

- Se consideră intervalele: (-3, 1) și (0, 2). Intersecția lor este intervalul: (1, 2) (0, 1) (0, 2) (1, 3) (-3, 0)

- Se consideră intervalele: (-∞, 1) și [0, 4). Intersecția lor este intervalul: (-∞, 0) (0, 1) [0, 1) (1, 4) (-∞, 4)

- Se consideră intervalele: (-∞, 2) și [0, +∞). Intersecția lor este intervalul: (0, +∞) (0, 2) [0, 2) (1, 4) (-∞, 0)

- Se consideră intervalele:  $(\frac{4}{3}, 5)$  și (0, 3). Intersecția lor este intervalul: (0, 3)  $(0, \frac{4}{3})$   $(\frac{4}{3}, 5)$  (1, 3)  $(\frac{4}{3}, 3)$

- Se consideră intervalele: (-2, 1) și (0, 4). Reuniunea lor este intervalul: (-2, 0) (0, 1) (-2, 1) (1, 2) (-2, 4)

- Se consideră intervalele: [3, 9) și [4, 6]. Reuniunea lor este intervalul: [3, 9) [4, 6] [3, 5) (3, 6) (2, 4)

## 1.3 Inecuații de forma

$ax + b > 0 (\geq 0, < 0, \leq 0)$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$

### 1.3.1 Noțiuni teoretice și exemple

1. O inecuație de forma  $ax + b > 0 (\geq 0, < 0, \leq 0)$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$  se numește inecuație de gradul întâi.

2. Soluțiile inecuației de forma  $ax + b > 0 (\geq 0)$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$  sunt:

a) Dacă  $a > 0$ , atunci  $S = \left(-\frac{b}{a}, +\infty\right)$  respectiv  $S = \left[-\frac{b}{a}, +\infty\right)$ ;

b) Dacă  $a < 0$ , atunci  $S = \left(-\infty, -\frac{b}{a}\right)$  respectiv  $S = \left(-\infty, -\frac{b}{a}\right]$ .

Soluțiile inecuației de forma  $ax + b < 0 (\leq 0)$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$  sunt:

a) Dacă  $a > 0$ , atunci  $S = \left(-\infty, -\frac{b}{a}\right)$ ; respectiv  $S = \left(-\infty, -\frac{b}{a}\right]$ .

b) Dacă  $a < 0$ , atunci  $S = \left(-\frac{b}{a}, +\infty\right)$ ; respectiv  $S = \left[-\frac{b}{a}, +\infty\right)$ .

**Exemple.** a)  $3x + 2 > 0 \Rightarrow x > -\frac{2}{3} \Rightarrow x \in \left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$ ;

b)  $-5x + 3 < 0 \Rightarrow 5x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{5} \Rightarrow x \in \left(\frac{3}{5}, +\infty\right)$ .

### 1.3.2 Probleme rezolvate

1. Rezolvați inecuațiile:

a)  $4x + 3 > 2x + 9$ ;                      b)  $3x - 4 \leq -x + 12$ .

**Soluție.** a)  $4x + 3 > 2x + 9 \Rightarrow 4x - 2x > 9 - 3 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3 \Rightarrow x \in (3, +\infty)$ .

b)  $3x - 4 \leq -x + 12 \Rightarrow 3x + x \leq 12 + 4 \Rightarrow 4x \leq 16 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow x \in (-\infty, 4]$ .

2. Rezolvați inecuația:  $\frac{x+3}{2} < \frac{3x+2}{3}$ .

**Soluție.** Aducând la același numitor obținem:

$3(x+3) < 2(3x+2) \Rightarrow 3x+9 < 6x+4 \Rightarrow 6x-3x > 9-4 \Rightarrow 3x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{3} \Rightarrow x \in \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$ .

3. Rezolvați inecuația:  $\frac{2x+7}{2} \leq \frac{5x-1}{4}$ .

**Soluție.** Aducând la același numitor obținem:

$2(2x+7) \leq 5x-1 \Rightarrow 4x+14 \leq 5x-1 \Rightarrow 5x-4x \geq 15 \Rightarrow x \geq 15 \Rightarrow x \in [15, +\infty)$ .

4. Determinați  $x \in \mathbf{R}$ , care verifică simultan inecuațiile:

$$\frac{2x+7}{2} \geq \frac{5x-1}{4} \text{ și } \frac{3x+2}{2} < \frac{6x-5}{3}.$$

**Soluție.**  $\frac{2x+7}{2} \geq \frac{5x-1}{4} \Rightarrow 4x+14 \geq 5x-1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 14+1 \geq 5x-4x \Rightarrow 15 \geq x \Rightarrow x \in (-\infty, 15].$$

$$\frac{3x+2}{2} < \frac{6x-5}{3} \Rightarrow 9x+6 < 12x-10 \Rightarrow 6+10 < 12x-9x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x > 16 \Rightarrow x > \frac{16}{3} \Rightarrow x \in \left(\frac{16}{3}, +\infty\right).$$

Inecuațiile sunt verificate simultan de  $x \in (-\infty, 15] \cap \left(\frac{16}{3}, +\infty\right) = \left(\frac{16}{3}, 15\right)$ .

### 1.3.3 Probleme propuse spre rezolvare

1. Soluția inecuației  $4x + 3 > 2x - 5$  este:

$(-4, +\infty)$      $(1, 2)$      $[4, 6)$      $[1, 4]$      $(-1, 1)$

2. Soluția inecuației  $3x - 3 \leq 2x + 6$  este:

$(1, +\infty)$      $(1, 4)$      $[-4, 2)$      $[1, 4]$      $(-\infty, 9]$

3. Soluția inecuației  $12x - 3 \leq 8x + 5$  este:

$(2, +\infty)$      $(-\infty, 2]$      $[-2, 2)$      $[1, 9]$      $(-\infty, 9)$

4. Soluția inecuației  $12x + 7 \geq 10x + 15$  este:

$(-1, +\infty)$      $(-\infty, 0)$      $[4, +\infty)$      $(1, 2)$      $(-\infty, 1)$

5. Soluția inecuației  $\frac{x+3}{2} < \frac{3x+2}{3}$  este:

$(-1, +\infty)$      $(-\infty, \frac{1}{2})$      $[0, +\infty)$      $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$      $(-\infty, 0)$

6. Soluția inecuației  $\frac{-x+4}{3} > \frac{4x+1}{2}$  este:

$(-3, +\infty)$      $(-\infty, \frac{5}{14})$      $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$      $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$      $(-\infty, \frac{1}{2})$

7. Soluția inecuației  $\frac{2x+1}{5} \geq \frac{3x-1}{2} - 4$  este:

$(-1, +\infty)$      $(-\infty, \frac{15}{14})$      $\left[\frac{2}{5}, +\infty\right)$      $\left(\frac{45}{11}, +\infty\right)$      $(-\infty, \frac{47}{11})$