

PAS CU PAS spre EVALUAREA NAȚIONALĂ

I. SUBIECTE INDIVIDUALE (conform modelului stabilit de CNEE)	
a. SUBIECTE tip I (50 variante)	7
b. SUBIECTE tip II (25 variante)	32
c. SUBIECTE tip III (25 variante)	43
II. TESTE pentru SIMULAREA NAȚIONALĂ – DECEMBRIE (conform modelului stabilit de CNEE) (Test 1 – Test 4)	59
III. TESTE pentru SIMULAREA NAȚIONALĂ – MARTIE (conform modelului stabilit de CNEE) (Test 1 – Test 4)	65
IV. TESTE pentru EVALUAREA NAȚIONALĂ (conform modelului stabilit de CNEE) (Test 1 – Test 20)	71

CLASA A VIII-A – PAS CU PAS

I. TESTE RECAPITULATIVE (Test 1 – Test 16)	105
II. MODELE DE TEZE	
a. Semestrul I (Teza 1 – Teza 2)	125
b. Semestrul al II-lea (Teza 1 – Teza 2)	127
III. ÎNCEARCĂ-ȚI PUTERILE (Test 1 – Test 3)	131

REZOLVĂRI ȘI BAREME

PAS CU PAS spre EVALUAREA NAȚIONALĂ

I. SUBIECTE INDIVIDUALE (conform modelului stabilit de CNEE)	
a. SUBIECTE tip I	135
b. SUBIECTE tip II	138
c. SUBIECTE tip III	148

II. TESTE pentru SIMULAREA NAȚIONALĂ – DECEMBRIE (conform modelului stabilit de CNEE)	161
III. TESTE pentru SIMULAREA NAȚIONALĂ – MARTIE (conform modelului stabilit de CNEE)	167
IV. TESTE pentru EXAMENUL DE EVALUARE NAȚIONALĂ (conform modelului stabilit de CNEE)	175
CLASA A VIII-A – PAS CU PAS	
I. TESTE RECAPITULATIVE	207
II. MODELE DE TEZE	
a. Semestrul I	227
b. Semestrul al II-lea	229
III. ÎNCEARCĂ-ȚI PUTERILE	233

PAS CU PAS
SPRE
EVALUAREA
NAȚIONALĂ

I

**SUBIECTE
INDIVIDUALE**

II

**TESTE PENTRU
SIMULAREA
NAȚIONALĂ –
DECEMBRIE**

III

**TESTE PENTRU
SIMULAREA
NAȚIONALĂ –
MARTIE**

IV

**TESTE PENTRU
EXAMENUL
DE EVALUARE
NAȚIONALĂ**



*„Învățând matematică,
înveți să gândești.”*

**GRIGORE
MOISIL**

Părintele informaticii românești
cu invenția de circuite
electronice tristabile

SUBIECTE tip I

1

octombrie

5p 1. Rezultatul calculului $64 : (-8) + 10$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{a}{8} = \frac{5}{4}$, atunci a este egal cu

5p 3. Dacă $A = \{-1, 1, 3, 5\}$ și $B = \{1, 2, 3, 4\}$, atunci mulțimea $A \cap B$ este egală cu $\{\dots\}$.

5p 4. Perimetrul unui pătrat cu latura de 12 cm este egal cu ... cm.

5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$. Dacă $AB = 5$ cm, atunci suma lungimilor muchiilor tetraedrului este egală cu ... cm.

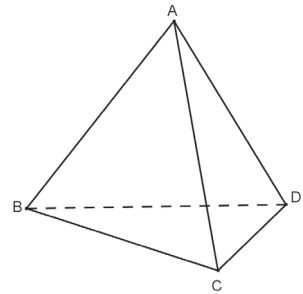


Figura 1

5p 6. Numărul elevilor din echipa de baschet a școlii și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos:

Vârsta (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	4	8	5	3

Numărul elevilor din echipă este egal cu

2

octombrie

5p 1. Rezultatul calculului $-5 \cdot 2 + 10$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{7}{3} = \frac{x}{6}$, atunci x este egal cu

5p 3. Dacă $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{0, 2, 4, 6\}$, atunci mulțimea $A \cup B$ este egală cu $\{\dots\}$.

5p 4. Perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 10 cm este egal cu ... cm

5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 4$ cm. Suma lungimilor muchiilor cubului este egală cu ... cm.

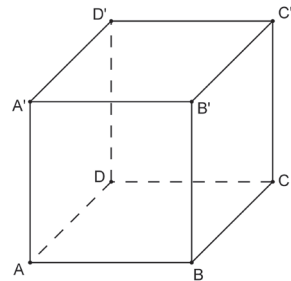


Figura 1

5p 6. Numărul elevilor din echipa de volei a școlii și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

Vârsta (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	5	7	5	4

Numărul elevilor din echipă care au vârsta mai mare de 12 ani este egal cu

5p 1. Rezultatul calculului $12 + (-3) \cdot 2$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{a}{5} = \frac{4}{10}$, atunci $\frac{a+7}{3}$ este egal cu

5p 3. Dacă $A = \{-2, 0, 2, 4\}$ și $B = \{1, 2, 3, 4\}$, atunci mulțimea $A \setminus B$ este egală cu $\{\dots\}$.

5p 4. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 12 cm și lățimea de 8 cm este egal cu ... cm.

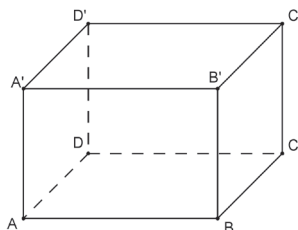


Figura 1

5p 5. În Figura 1 este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$, cu $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm și $AA' = 5$ cm. Suma lungimilor muchiilor paralelipipedului este egală cu ... cm

5p 6. Numărul elevilor din echipa de fotbal a școlii și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

Vârsta (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	6	7	5	4

Numărul elevilor din echipă care au vârsta de cel puțin 12 ani este egal cu

5p 1. Rezultatul calculului $(-2) \cdot (-5) - 8$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{5}{2} = \frac{x}{6}$, atunci $\frac{x-5}{5}$ este egal cu

5p 3. Dacă $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, atunci numărul de elemente al mulțimii $A \cap B$ este egal cu

5p 4. Perimetrul unui romb cu latura de 9 cm este egal cu ... cm

5p 5. În Figura 1 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $SABCD$, cu $AB = 6$ cm și $SA = 8$ cm. Suma lungimilor muchiilor piramidei este egală cu ... cm.

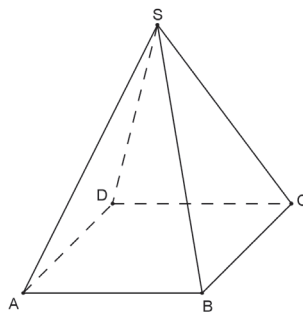


Figura 1

5p 6. Numărul elevilor din echipa de baschet a școlii și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

Vârsta (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	3	7	6	4

Numărul elevilor din echipă care au vârsta mai mică sau egală cu 12 ani este

5

octombrie

- 5p** 1. Rezultatul calculului $(-14) : (-7) + 4$ este egal cu
- 5p** 2. Dacă $\frac{a}{5} = \frac{3}{b}$, atunci $a \cdot b - 10$ este egal cu
- 5p** 3. Dacă $A = \{1, 3, 5, 7\}$ și $B = \{0, 1, 2, 3\}$, atunci numărul de elemente al mulțimii $A \cup B$ este egal cu
- 5p** 4. Lungimea unui cerc cu raza de 6 cm este egală cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$. Suma lungimilor muchiilor tetraedru-ului este egală cu 42 cm. Lungimea laturii AB este egală cu ... cm.
- 5p** 6. Numărul elevilor din echipa de volei a școlii și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

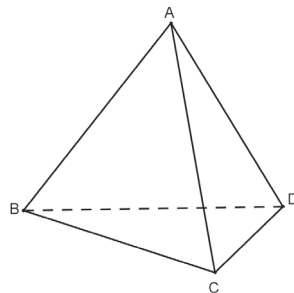


Figura 1

Vârsta (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	3	5	7	4

Numărul elevilor din echipă care au vârsta egală cu 12 ani este egal cu

6

octombrie

- 5p** 1. Rezultatul calculului $(+12) : (-3) - (-5)$ este egal cu
- 5p** 2. Dacă $\frac{5}{x} = \frac{y}{6}$, atunci $2 \cdot x \cdot y$ este egal cu
- 5p** 3. Dacă $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ și $B = \{3, 5, 7, 9\}$, atunci cel mai mic număr din mulțimea $A \cup B$ este egal cu
- 5p** 4. Aria unui dreptunghi cu lungimea de 9 cm și lățimea de 7 cm este egală cu ... cm².
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 5$ cm. Suma lungimilor muchiilor paralelipipedului care conțin punctul D' este egală cu ... cm.
- 5p** 6. Numărul elevilor din echipa de fotbal a școlii și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

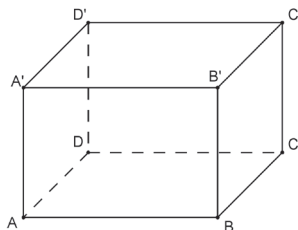


Figura 1

Vârsta (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	3	5	7	4

Suma dintre numărul elevilor din echipă care au vârsta egală cu 13 ani și numărul elevilor din echipă care au vârsta egală cu 12 ani este egală cu

SUBIECTE tip II

1

octombrie

- 5p** 1. Numerele a , b și c sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și respectiv 5. Determinați cele trei numere știind că $2a - 3b + 4c = 120$.
- 5p** 2. Considerăm mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{x+3} \in \mathbb{Z} \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x+6}{x-2} \in \mathbb{Z}, x \neq 2 \right\}$. Determinați $A \cap B$.
- 5p** 3. Calculați media geometrică a numerelor $a = \left(\frac{2}{\sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{28}} - \frac{4}{\sqrt{63}} \right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{9} \right)$ și $b = \sqrt{[(5^4)^3 \cdot 5^8] : 25^9 + 9^7 : 27^4 : 3}$.
- 5p** 4. Din suma pe care o are, Andreea a cheltuit două cincimi în primul magazin. După ce a cheltuit 42 lei în al doilea magazin, a constatat că mai are un sfert din suma inițială. Aflați suma pe care o avea Andreea.
- 5p** 5. Aflați valoarea numărului real m pentru care următoarele ecuații sunt echivalente (au aceleași soluții): (1) $\frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} + \frac{5}{6} = \frac{x}{3}$ și (2) $2^{3x-m} = 32$.
- 5p** 6. Fie numărul $a = 4(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$. Arătați că a este număr natural impar.

2

octombrie

- 5p** 1. Numerele a , b și c sunt invers proporționale cu numerele 0,2; 0,25 și 0,1(6). Determinați cele trei numere știind că c este cu 27 mai mic decât suma numerelor a și b .
- 5p** 2. Considerăm mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3(x+2) - x < 20\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid \overline{2x5} : 3\}$. Determinați $A \cap B$.
- 5p** 3. Fie numerele $a = \frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} - 0, (3)$ și $b = \frac{5}{6} - 0, (2) : 0, (6)$. Calculați media aritmetică a celor două numere.
- 5p** 4. Un obiect care costă 400 lei se scumpește cu 15% din prețul său. După câteva zile, el se ieftinește cu un anumit procent și costul său devine 391 lei. Aflați cu ce procent s-a ieftinit.
- 5p** 5. Determinați numerele de forma \overline{ab} (scrise în baza 10) știind că $9 \cdot \overline{ab} = 2 \cdot \overline{ba} + 11$.
- 5p** 6. Fie $a = \left(\sqrt{5} - \frac{1}{5} \right)^2 + \left(\sqrt{5} + \frac{1}{5} \right)^2 - 2 \left(\frac{1}{5} \right)^2$, $b = 3^{100} : 3^{99} + 5^{200} : 5^{199} + 12$. Arătați că numărul b este dublul numărului a .

- 5p** 1. Numerele naturale a , b , și c sunt astfel încât a reprezintă trei sferturi din b , iar c reprezintă o treime din b . Determinați cele trei numere știind că $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = 192$.
- 5p** 2. Considerăm mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |3x - 1| < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2(x + 1) + x \leq 8\}$. Arătați că $A \subset B$.
- 5p** 3. Comparați numerele $a = 5\sqrt{6} + 4\sqrt{24} + 6\sqrt{54} - 3\sqrt{150}$ și $b = \sqrt{8} + 3\sqrt{50} + \sqrt{98}$.
- 5p** 4. În jurul unei mese s-au așezat scaune cu 3 picioare și scaune cu 4 picioare pentru 14 copii. Știind că Sabina a numărat 50 de picioare de scaun, aflați câte scaune cu 3 picioare sunt așezate în jurul mesei.
- 5p** 5. Calculați media aritmetică a tuturor numerelor naturale de două cifre, divizibile și cu 3 și cu 7.
- 5p** 6. Fie numărul $a = n^3 + 3n^2 + 2n$, unde n este număr natural. Descompuneți a și arătați că este divizibil cu 6, pentru orice număr natural n .

- 5p** 1. Suma a trei numere naturale este 150. Aflați numerele știind că, împărțind primul număr la al treilea obținem câtul 7 și restul 4, iar împărțind al doilea număr la al treilea obținem câtul 5 și restul 3.
- 5p** 2. Considerăm mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -7 \leq 4x - 2(x + 3) < 2\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 : (2x + 3)\}$. Determinați $A \cap B$.
- 5p** 3. Fie numerele $a = \left[2, 5 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + 1, (3) : 0, (6)\right)\right] : 3 \frac{5}{8} \cdot 2$ și $b = |-8 + 5| - |(-5) \cdot 2 + 3|$. Calculați a^b .
- 5p** 4. Bunicul a împărțit celor trei nepoți suma de 200 lei direct proporțional cu vârstele lor. Știind că Gabi are 5 ani, Victor 7 ani și Mircea 8 ani, iar Mircea a primit de la bunic cu 30 lei mai mult decât Gabi, aflați ce sumă i-a dat bunicul lui Victor.
- 5p** 5. Considerăm numerele naturale de forma \overline{abc} , divizibile cu 3. Arătați că numărul $n = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ este divizibil cu 33.
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = (x - 1)(x + 3) - 2(x - 3)^2 + 3(x - 2)(x + 2) - 3$, unde x este număr real. Arătați că $E(x) = 2(x + 9)(x - 2)$ pentru orice x număr real.

SUBIECTE tip III

1

octombrie

1. Terenul $ABCD$ are forma unui trapez, cu $AB \parallel CD$, $AB = 120$ m, $BC = AD = 100$ m și $m(\angle ADC) = 120^\circ$.

5p a) Calculați perimetrul trapezului.

5p b) Arătați că aria trapezului este $35\sqrt{3}$ dam².

5p c) Dacă M este mijlocul bazei AB , calculați $\sin(\angle DMC)$.

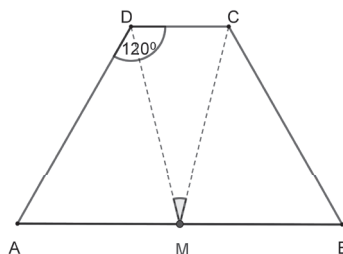


Figura 1

2. Am confecționat o machetă compusă din dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 2(1 + \sqrt{3})$ cm, $AD = 4$ cm, și triunghiul dreptunghic isoscel EAD , $E \notin (ABCD)$, $m(\angle EAD) = 90^\circ$ și $m(\angle EAB) = 60^\circ$

5p a) Aflați măsura unghiului format de dreptele ED și BC .

5p b) Arătați că aria $\triangle EDC$ este mai mică decât 16 cm².

5p c) Aflați măsura unghiului EBA .

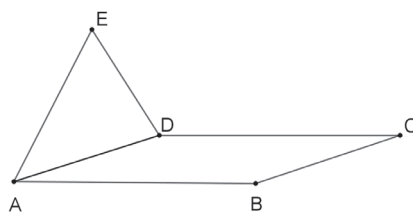


Figura 2

2

octombrie

1. Pe laturile dreptunghiului $MATE$ din Figura 1 s-au luat punctele $X \in (ET)$ și $Y \in (MA)$ astfel încât $\triangle XMY$ să fie echilateral. Se știe că $MY = 12$ cm, $YA = 6$ cm și P este punctul de intersecție al bisectoarei unghiului XMY cu XY .

5p a) Calculați aria dreptunghiului $MATE$.

5p b) Calculați perimetrul trapezului $AYXT$.

5p c) Demonstrați că punctele M , P și T sunt coliniare.

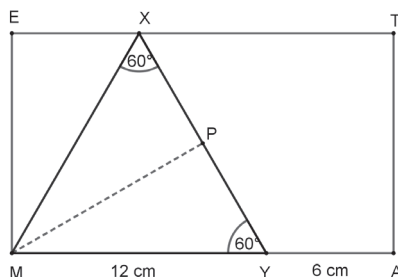


Figura 1

2. Fie patru puncte necoplanare notate A, B, C, D . Distanțele dintre ele sunt $AB = AC = BC = DC = 3$ cm și $AD = BD = 3\sqrt{2}$ cm, iar E și F sunt proiecțiile punctului C pe AD , respectiv BD .

5p a) Arătați că triunghiul CFE este isoscel.

5p b) Calculați unghiul format de dreptele BD și DC .

5p c) Calculați aria patrulaterului $ABFE$.

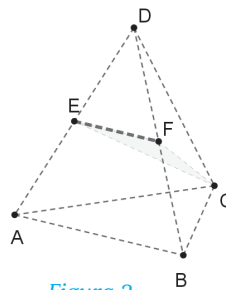


Figura 2

TEST 1

SUBIECTUL I – Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $\sqrt{81} : 3 - 3$ este egal cu
- 5p 2. Un bazin se umple în 4 ore, dacă sunt deschise la maxim 14 robinete cu debit egal. Dacă sunt deschise doar 7 robinete, bazinul se va umple în ... ore.
- 5p 3. Dacă $A = \{2, 3, 4, 5\}$ și $B = \{3, 4, 5\}$, atunci mulțimea $A - B$ este egală cu $\{\dots\}$.
- 5p 4. Dacă un trapez are linia mijlocie de 8 cm și înălțimea de 10 cm, atunci aria trapezului este egală cu ... cm^2 .
- 5p 5. În cubul *ALGEBRIC* (Figura 1), măsura unghiului dintre dreptele LI și BC este egală cu °.

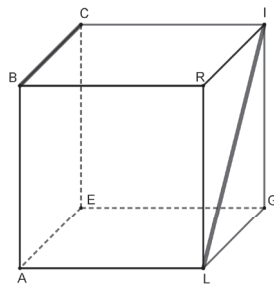


Figura 1

- 5p 6. Elevii au donat cărți pentru biblioteca școlară. Repartizarea numărului de donatori în funcție de numărul de cărți donate apare în tabelul de mai jos. Numărul elevilor care au donat bibliotecii cel puțin trei cărți este egal cu ...

Număr donatori	5	11	14	4	2
Număr de cărți donate	1	2	3	5	7

SUBIECTUL AL II-LEA – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

- 5p 1. Desenați un con circular drept cu secțiunea axială VAB .
- 5p 2. Calculați media geometrică a numerelor x și y pentru $x = (\sqrt{7} - \sqrt{6})(3 - \sqrt{5})$ și $y = (\sqrt{7} + \sqrt{6})(3 + \sqrt{5})$.
- 5p 3. Luca a primit un cadou de ziua lui, din partea părinților și a bunicului. Aflați cât a costat cadoul, știind că mama a participat cu 20% din preț, tatăl cu 25%, iar bunicul cu restul de 66 lei.
4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax - 3$.
- 5p a) Determinați valoarea a astfel încât $f(2018) = 2015$.
- 5p b) Pentru $a = 1$ reprezentați grafic funcția în sistemul de coordonate xOy .
- 5p 5. Arătați că, $\forall n \in \mathbb{N}$, expresia $E(n) = (n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4) + 1$ este un pătrat perfect.

SUBIECTUL AL III-LEA – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. *Figura 2* prezintă schița unei piese ce trebuie tăiată dintr-o foaie de tablă. Schița cuprinde trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AD = 2\sqrt{2}$ cm, $CD = 2$ cm și pătratul $ABEF$ cu $AB = 6$ cm.

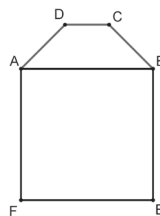


Figura 2

5p a) Calculați distanța de la punctul D la dreapta AB .

5p b) Calculați aria piesei.

5p c) Demonstrați că $AD \parallel BF$.

2. În *Figura 3* este reprezentată piramida triunghiulară regulată $SABC$, cu înălțimea SO și M mijlocul segmentului BC . Se știe că $OM = 3$ cm și $SM = 5$ cm.

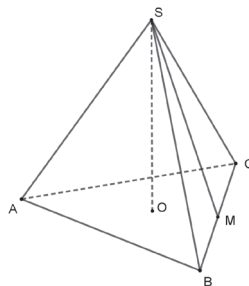


Figura 3

5p a) Arătați că aria $\triangle ABC$ este $27\sqrt{3}$ cm².

5p b) Arătați că distanța de la punctul A la planul (SBC) este de $\frac{36}{5}$ cm.

5p c) Demonstrați că tangenta unghiului format de planele (ASM) și (SAB) este $\frac{\sqrt{39}}{6}$.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

TEST 2

SUBIECTUL I – Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $2018^0 + 2 - 2 \cdot 2$ este egal cu

5p 2. Media geometrică a numerelor $x = 3\sqrt{2}$ și $y = 6\sqrt{2}$ este egală cu

5p 3. 30% din 1080 este egal cu

5p 4. Dacă un triunghi isoscel are laturile congruente de 4 cm și unghiul dintre ele de 30° , atunci aria triunghiului este egală cu ... cm².

5p 5. În *Figura 1* este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu diagonala $BD' = 10\sqrt{3}$ dm. Aria totală a cubului este egală cu ... dm².

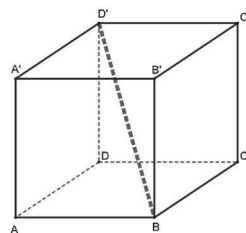


Figura 1

5p 6. În diagrama alăturată este prezentată repartizarea pe orașe a celor 500 de prieteni ai mei din rețeaua Facebook. Numărul prietenilor mei din Brașov este egal cu

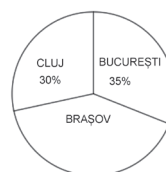


Figura 2

SUBIECTUL AL II-LEA – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

- 5p** 1. Desenați prisma triunghiulară regulată *VICTOR*.
- 5p** 2. Un joc LEGO, care se scumpise cu 20% și apoi s-a ieftinit cu 10%, costă acum 162 lei. Aflați ce preț avea înainte de scumpire.
- 5p** 3. Aflați numerele reale x, y, z știind că $x + y + z = 18$ și $\frac{2x+y}{16} = \frac{2y+z}{19} = \frac{2z+x}{19}$.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 6$.
- 5p** a) Trasați graficul funcției.
- 5p** b) Determinați un punct de pe graficul funcției care are valoarea ordonatei egală cu dublul abscisei.
- 5p** 5. Arătați că, pentru orice $x, y \in \mathbb{N}$, numărul $A = \sqrt{(3^x + 5^y)(25 \cdot 3^{x+2} + 9 \cdot 5^{y+2})}$ este natural.

SUBIECTUL AL III-LEA – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Terenul *PARC* din *Figura 3* este de forma unui trapez isoscel și are lungimea bazei mari egală cu dublul lungimii bazei mici. Terenul este circumscris unui lac în formă de cerc cu raza de $10\sqrt{2}$ m.

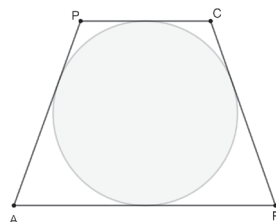


Figura 3

- 5p** a) Arătați că $AP = 30$ m.
- 5p** b) Calculați aria exterioară lacului.
- 5p** c) Calculați $\sin(\angle CAP)$.

2. În *Figura 4* este reprezentată prisma triunghiulară regulată *FLORIN*, cu aria totală de $18(\sqrt{3} + 8)$ cm² și aria laterală de 144 cm². Cu G este notat centrul de greutate al bazei RIN .

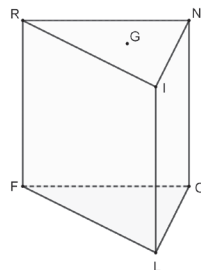


Figura 4

- 5p** a) Arătați că $OL = 6$ cm.
- 5p** b) Aflați tangenta unghiului diedru format de planele (GOL) și (FOL) .
- 5p** c) Aflați distanța de la I la planul (GOL) .

Se acordă 10 puncte din oficiu.

CLASA A VIII-A PAS CU PAS

I

TESTE RECAPITULATIVE

- NUMERE REALE
- CALCUL ALGEBRIC. FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT
- EXPRESII ALGEBRICE
- FUNCȚII
- SISTEME DE ECUAȚII
- TEOREMA CELOR TREI PERPENDICULARE
- PRISMA
- PIRAMIDA
- CORPURI ROTUNDE

II

MODELE DE TEZE

SEMESTRUL I
SEMESTRUL II

III

ÎNCEARCĂ-ȚI PUTERILE!



LUCIAN
BLAGA

Filozof, poet, dramaturg,
traducător, jurnalist, profesor
universitar, academician
și diplomat român

*„Matematicianul este împlânzitorul
ce a domesticit infinitul.”*

TEST 1

Numere reale

Timp de lucru 50 de minute, 10 puncte din oficiu

- 10p** 1. a) Demonstrați că $\sqrt{12}$ este număr irațional.
- 10p** b) Calculați suma inverselor numerelor iraționale x și y , dacă $x = 5\sqrt{2}$ și $y = 2\sqrt{5}$.
- 10p** 2. a) Fie numărul $x = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$. Demonstrați că $x^2 = 12$. Calculați $(x + 2\sqrt{3})^{2020}$.
- 10p** b) Comparați x și y , dacă $x = 3\sqrt{12} + 18\sqrt{27} + 4\sqrt{75}$ și $y = 11\sqrt{2} + 12\sqrt{18} + 5\sqrt{50}$.
- 20p** 3. a) Determinați mulțimile A , B , $A \cap B$, $A \cup B$ unde:
 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| \leq 1\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \geq 3\}$.
- 10p** b) Calculați: $|2 - \sqrt{3}| + |10 - \sqrt{101}|$.
- 5p** 4. a) Calculați x , dacă $\frac{x}{\sqrt{225}} = \sqrt{1 + \frac{19}{81}}$.
- 10p** b) Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor: $\sqrt{2020} - \sqrt{2013}$ și $\sqrt{2020} + \sqrt{2013}$.
- 5p** c) Demonstrați că $\sqrt{10 + 2\sqrt{21}} = \sqrt{3} + \sqrt{7}$.

TEST 2

Numere reale

Timp de lucru 50 de minute, 10 puncte din oficiu

Partea I: Bifați răspunsul corect

- 5p** 1. Aproximând numărul π prin adaos cu o eroare de 10^{-3} se obține ...
- 5p** 2. Aproximând numărul $\sqrt{10}$ prin lipsă cu o eroare de 10^{-2} se obține ...
- 5p** 3. Suma $2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 4 + 5\frac{1}{10} + 6\frac{1}{10^2}$ este reprezentarea în baza 10 a numărului ...

	A	B	C	D
1.	3,141	3,140	3,142	3,143
2.	3,162	3,16	3,17	3,163
3.	214,56	124,65	214,65	124,50

A	B	C	D
3	4	2	1
-1	0	1	-2

- 5p 4. Analizați elementele mulțimii
 $A = \left\{ -1, 44, 0, -\frac{1}{2}, 0, (3), \left| \frac{5}{7} \right|, \sqrt{36} \right\}$.

Stabiliți câte elemente ale mulțimii A sunt situate la o distanță mai mică de 0,5 față de origine.

- 5p 5. Partea întreagă a numărului $[\sqrt{3} - 2]$ este ...

Partea a II-a: Rezolvați cu soluții complete următoarele

- 10p 1. Numerele reale x, y satisfac relația $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$. Arătați că $x \in [-2, 4]$ și $y \in [-5, 1]$.
- 15p 2. Demonstrați că, pentru $x \in [1, 2]$, expresia $E = 2\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{4x^2 - 16x + 16}$ este constantă.
- 10p 3. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 99} \in \mathbb{Z}$.
- 10p 4. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției $\sqrt{5n + 202} \in \mathbb{Q}$.
- 10p 5. Aflați $x \in \mathbb{R}$ din proporția $\frac{x}{\sqrt{10 - 7\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{10 + 7\sqrt{2}}}{\sqrt{8}}$.
- 10p 6. Determinați mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}}{2x - 3} \in \mathbb{Z} \right\}$.

TEST 3

Calcul algebric. Formule de calcul prescurtat

Timp de lucru 50 de minute, 10 puncte din oficiu

1. Efectuați:
- 2p a) $(2a + 3b)^2$;
- 2p b) $(3x^2 - 1)^2$;
- 3p c) $(13xy^2 + 5x^2y)^2$;
- 3p d) $\left(\frac{5}{7}a + \frac{7}{2}b\right)^2$.
2. Restrângeți în pătratul unei sume sau diferențe:
- 5p a) $4x^2 + 4xy + y^2$;
- 5p b) $25a^4b^2 - 20a^3b^2 + 4a^2b^2$.

3. Efectuați:

5p a) $(2a + 3b)(2a - 3b)$;

5p b) $(9x^2 + 4y^2)(3x - 2y)(3x + 2y)$.

4. Folosind formulele de calcul prescurtat, calculați:

5p a) $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 - 2(x + 1)(x - 1)$;

5p b) $(2m + n)^2 + 4(m - 2n)^2 + 4(2m + n)(m - 2n)$.

10p 5. Arătați că $(x + 2020)^2 + (x - 2020)^2 + 2(x - 2020)(x + 2020) \geq 0$, pentru orice număr real x .

10p 6. Arătați că $(a + b)^2 + (5a + b)^2 + (6a + b)^2 = (2a + b)^2 + (3a + b)^2 + (7a + b)^2$, pentru orice numere reale a și b .

7. Considerăm expresia $E(x) = (x^2 + x - 1)^2 - (x^2 - 3)^2 - 2x(x - 1)(x + 1) + 8$ pentru x număr real.

5p a) Arătați că $E(x) = 5x^2$, pentru orice număr real x .

5p b) Calculați: $E(2 - \sqrt{5}) + E(2 + \sqrt{5})$.

10p 8. Calculați: $\sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$.

9. Calculați :

3p a) $x^2 + y^2$ și $x^4 + y^4$ știind că $x + y = 2$ și $x \cdot y = -1$.

3p b) $|a + b| - |a - b|$ știind că $a^2 + b^2 = 52$ și $a \cdot b = 24$.

4p c) produsul a două numere dacă diferența lor este 16, iar suma pătratelor lor este 706.

TEST 4

Expresii algebrice

Țimp de lucru 50 de minute, 10 puncte din oficiu

1. Calculați:

5p a) $(x - 5)^2 + 2(x^2\sqrt{3} + x\sqrt{2})(x^2\sqrt{3} - x\sqrt{2}) - (x + 5)^2$;

5p b) $(3\sqrt{3} - 5\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 - (\sqrt{11} - \sqrt{3})(11 + \sqrt{33} + 3)$.

2. Descompuneți în factori:

5p a) $49m^2 - 64p^2$;

5p b) $25n^2(n + 3) - 10n(n + 3) + (n + 3)$.

3. Calculați:

5p a) $(3x - 5y)^2 : (9x^2 - 30xy + 25y^2)$;

- 5p b) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2} - \sqrt{(\sqrt{3} + 4)^2} + \sqrt{(-4)^2}$.
4. Determinați x din egalitățile:
- 5p a) $(2\sqrt{4 - \sqrt{15}})^2 - x = (\sqrt{6} - \sqrt{10})^2$;
- 5p b) $x + 3 = (\sqrt{1 + \sqrt{5}} + \sqrt{\sqrt{5} - 1})^2$.
- 10p 5. Demonstrați că $E(a, b) = \sqrt{9b^2 - 8b + 4a} + 3\sqrt{b^2 + 10a + 15}$ este un număr natural pentru $1 < b < 5$, $a + b - 1 = 0$.
- 10p 6. Fie $E(x) = (x + \sqrt{3})(x^2 - x\sqrt{3} + 3)$. Calculați $E(\sqrt{3})$.
- 10p 7. Dacă $x + \frac{1}{x} = 5$, calculați $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x^4 + \frac{1}{x^4}$.
8. Se consideră raportul $R(x) = \frac{13(x-1)}{x^2-1}$.
- 2p a) Aflați valorile reale ale lui x pentru care $R(x)$ nu este bine definită.
- 2p b) Simplificați expresia $R(x)$ prin $(x-1)$.
- 2p c) Amplificați expresia $R(x)$ cu x .
- 4p d) Calculați $R(\sqrt{3} - 1)$
- 10p 9. Fie expresia algebrică $E(x) = \frac{2x^2 + 16x - 18}{x^2 + 5x - 6}$. Simplificați expresia și determinați numărul întreg x pentru care $E(x)$ este un număr întreg.

TEST 5

Funcții

Timp de lucru 50 de minute, 10 puncte din oficiu

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$.
- 5p 1. Aflați punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele Ox și Oy .
- 5p 2. Reprezentați grafic funcția f .
- 5p 3. Determinați un punct de pe graficul funcției f care are ordonata egală cu triplul abscisei.
- 5p 4. Calculați distanța de la punctul $M(0, -2)$ la graficul funcției.
- 5p 5. Găsiți coordonatele a trei puncte coliniare de pe graficul funcției.
- 5p 6. Aflați aria triunghiului format de graficul funcției și axele Ox și Oy .
- 5p 7. Arătați că dacă $x, y \in \mathbb{Z}$ și $x \neq y$, atunci $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} \in \mathbb{Z}$.
- 5p 8. Rezolvați ecuația $f(x^2) = 14$ în mulțimea numerelor reale.
- 5p 9. Arătați că $\forall x \in \mathbb{R}$, $f[(x+1)^2] \geq x^2 - 6$.

- 5p** 10. Determinați mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{f(x+1)}{f(x)} \in \mathbb{Z} \right\}$.
- II.** Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite astfel: $f(x) = 2x + a + 1$,
 $g(x) = 3x + 2b - 5$.
- 10p** a) Aflați valorile a și b pentru care punctul $A(1, 4)$ este punct comun graficelor f și g .
- 10p** b) Aflați aria triunghiului determinat de graficele f, g și axa Oy .
- III.** În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 8), B(-2, -1), C(3, m)$.
- 10p** a) Determinați parametrul m astfel încât punctele A, B, C să fie coliniare.
- 10p** b) Dacă O reprezintă originea axelor de coordonate, calculați perimetrul $\triangle OAB$.

TEST 6

Funcții

Timp de lucru 50 de minute, 10 puncte din oficiu

- I.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x + 1)^2 - 4x^2 + m$, cu $m \in \mathbb{R}$.
- 5p** 1. Aflați valoarea m pentru care $A(1, 4)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 2. Pentru $m = 3$, aflați coordonatele punctului de intersecție a graficului f cu axa Ox .
- 5p** 3. Pentru $m = -5$, rezolvați inecuația $f(x) \leq 0$.
- 5p** 4. Pentru $m = 0$, reprezentați grafic funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x - 1)$.
- 5p** 5. Pentru $m = 0$, rezolvați ecuația $f[(x + 3)^2] = 5$.
- 5p** 6. Pentru $m = 0$, calculați suma $S = f(1) + f(2) + \dots + f(100)$.
- 5p** 7. Pentru $m = 3$, aflați tangenta unghiului format de funcția f cu axa Ox .
- 5p** 8. Pentru $m = 4$, aflați coordonatele a două puncte ce aparțin graficului funcției f și a două puncte ce nu aparțin acestui grafic.
- 5p** 9. Pentru $m = -1$, aflați media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{5} + 2)$,
 $b = f(\sqrt{5} - 2)$.
- 5p** 10. Pentru $m = 1$, aflați punctul de pe graficul funcției f cu valoarea ordonatei egală cu triplul abscisei.
- II.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea $f(2x + 1) = 4x + 1 + 2f(3)$.
- 10p** 1. Calculați $f(3)$.
- 10p** 2. Reprezentați grafic funcția f în sistemul de coordonate xOy .
- 10p** 3. Aflați $a, b \in \mathbb{Q}$ pentru care $A(a + \sqrt{2}, 1 + b\sqrt{2})$ aparține graficului funcției.
- 10p** 4. Dacă $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 7$ aflați aria cuprinsă între graficul funcțiilor f, g și axa Oy .