

ALGEBRĂ

CULEGERE DE EXERCIȚII ȘI PROBLEME

Clasa a 8-a

▪ TIPURI DE PROBLEME

- repere teoretice
- probleme rezolvate
- probleme propuse — rezolvări complete

▪ PERFORMANȚĂ

- olimpiade și concursuri școlare



I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R}	3
I.1. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor	3
Probleme rezolvate	4
Probleme propuse	9
Olimpiade și concursuri	10
I.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor, intersecția și reuniunea intervalelor	12
Probleme rezolvate	14
Probleme propuse	18
I.3. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$, (\leq , $>$, $<$), $a, b \in \mathbb{R}$	20
Probleme rezolvate	22
Probleme propuse	29
Olimpiade și concursuri	31
II. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}	33
II.1. Operații cu numere reale reprezentate prin litere (adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea, ridicarea la putere, reducerea termenilor asemenea)	33
Probleme rezolvate	36
Probleme propuse	41
Olimpiade și concursuri	43
II.2. Formule de calcul prescurtat	45
Extindere I	46
Probleme rezolvate	47
Probleme propuse	53
Extindere II. Probleme rezolvate folosind formula radicalilor dubli (compuși)	54
Probleme propuse	61
Olimpiade și concursuri	62
II.3. Descompunerea în factori utilizând reguli de calcul în \mathbb{R} (factorul comun, formule de calcul prescurtat, gruparea termenilor)	65
Extindere (Raționalizarea numitorilor de forma $a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}$)	71
Probleme rezolvate	74
Probleme propuse	81
Olimpiade și concursuri	82

II.4. Ecuații algebrice. Operații (adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere)	85
Probleme rezolvate	91
Probleme propuse	96
Olimpiade și concursuri	98
II.5. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$	101
A. Formele incomplete ale ecuației de gradul al doilea	101
Probleme rezolvate	101
B. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ (forma completă)	102
Formula de rezolvare a ecuației $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$	104
Probleme rezolvate	107
Probleme propuse	110
Olimpiade și concursuri	111
III. FUNCȚII	113
III.1. Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule. Graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unei funcții	113
Probleme rezolvate	119
Probleme propuse	127
Olimpiade și concursuri	128
III.2. Funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, unde D este mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică, lecturi grafice	130
Probleme rezolvate	140
Probleme propuse	149
Olimpiade și concursuri	150
III.3. Elemente de statistică. Indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană, mod și amplitudine)	152
Elemente de limbaj de statistică matematică	152
Probleme rezolvate	155
Probleme propuse	160
REZOLVĂRI	164

I.1. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor

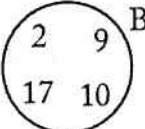
Încă din clasa a VI-a am primit noțiuni legate de mulțimi. Reamintim câteva dintre ele.

O mulțime M poate fi dată (definită) în trei moduri:

1. enumerând elementele ei;
2. folosind diagrame Venn-Euler;
3. dând o proprietate comună a elementelor.

De exemplu:

1. $A = \{3, 7, 13, 15\}$. Am enumerat elementele mulțimii A .

2.  Am folosit o **diagramă** Venn-Euler.

3. $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x = 2n, \forall n \in \mathbb{N}\}$.

Proprietatea comună este că **elementele din C** sunt numere naturale pare.

Este nevoie să cunoaștem și **relațiile dintre mulțimi** precum și operațiile cu mulțimi.

Două mulțimi A și B pot fi:

- 1) egale, $A = B$, dacă mulțimile au **aceleași elemente**;
- 2) una inclusă în cealaltă, de exemplu $A \subset B$, dacă orice elemente al mulțimii A este element și al mulțimii B . În **acest caz mulțimea A** se numește submulțime a mulțimii B .

Operațiile care pot fi efectuate cu **mulțimi sunt**:

- 1) reuniunea (\cup);
- 2) intersecția (\cap);
- 3) diferența (\setminus).

Să ne reamintim mulțimile de numere.

Mulțimea numerelor naturale este $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ și

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.

Avem $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$, $\mathbb{N}^* \cup \{0\} = \mathbb{N}$, $\mathbb{N} \setminus \{0\} = \mathbb{N}^*$.

Mulțimea numerelor întregi este $\mathbf{Z} = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$.

$$\mathbf{Z}^* = \mathbf{Z} \setminus \{0\}, \mathbf{Z}^* \cup \{0\} = \mathbf{Z}, \mathbf{Z} \setminus \mathbf{Z}^* = \{0\}, \mathbf{Z} = \mathbf{Z}_- \cup \mathbf{Z}_+ \cup \{0\}.$$

Mulțimea numerelor raționale este $\mathbf{Q} = \left\{x \mid x = \frac{y}{z}, y, z \in \mathbf{Z}, z \neq 0\right\}$.

$$\text{Avem } \mathbf{Q}^* = \mathbf{Q} \setminus \{0\}, \mathbf{Q}^* \cup \{0\} = \mathbf{Q}, \mathbf{Q} \setminus \mathbf{Q}^* = \{0\}.$$

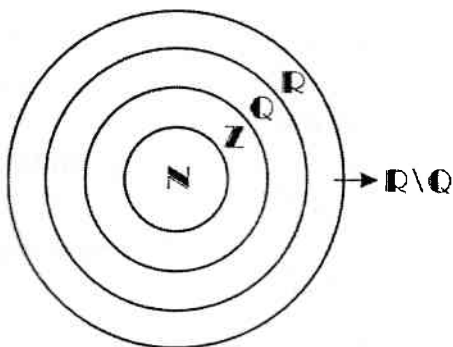
Mulțimea numerelor iraționale, $\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, este mulțimea numerelor reale care au o infinitate de zecimale care nu se repetă periodic.

Mulțimea \mathbf{R} a numerelor reale este reuniunea dintre mulțimea numerelor iraționale și mulțimea numerelor raționale, $\mathbf{R} = (\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}) \cup \mathbf{Q}$.

$$\text{Avem } \mathbf{R}^* = \mathbf{R} \setminus \{0\}, \mathbf{R}^* \cup \{0\} = \mathbf{R}.$$

Se cunosc incluziunile:

$$\mathbf{N}^* \subset \mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}.$$



PROBLEME REZOLVATE

1. Se dă mulțimea:

$$A = \left\{ \sqrt{\frac{2020}{505}}; \frac{2020}{-5}; \sqrt{2020}; \sqrt{2020} \frac{1}{2}; -\frac{2020}{101}; \sqrt{\frac{2020}{101}}; 20, (20) \right\}.$$

Aflați: a) $A \cap \mathbf{Z}$; b) $A \cap \mathbf{N}$; c) $A \cap (\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q})$.

Rezolvare

Mulțimea A se mai scrie:

$$A = \left\{ 2; -404; 2\sqrt{505}; \sqrt{\frac{4041}{2}}; -20; 2\sqrt{5}; 20, (20) \right\}.$$

Avem:

$$\text{a) } A \cap \mathbf{Z} = \left\{ \sqrt{\frac{2020}{505}}, \frac{2020}{-5}, -\frac{2020}{101} \right\}; \quad \text{b) } A \cap \mathbf{N} = \left\{ \sqrt{\frac{2020}{505}} \right\};$$

$$\text{c) } A \cap (\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}) = \left\{ \sqrt{2020}, \sqrt{2020} \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{2020}{101}} \right\}.$$

2. Determinați numerele naturale n pentru care:

a) $\frac{2020}{2n-1} \in \mathbb{N}$; b) $\frac{2017}{4n-3} \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{2019}{2n-3} \in \mathbb{N}$.

Rezolvare

a) Avem $2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$. Pentru a avea $\frac{2020}{2n-1} \in \mathbb{N}$ înseamnă că

$$2n-1 \in \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 101, 202, 404, 505, 1010, 2020\}; \quad 2n-1=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n=1, \quad 2n-1=2 \Rightarrow 2n=3 \Rightarrow n=\frac{3}{2} \notin \mathbb{N}; \quad 2n-1 \text{ este număr impar, de aceea}$$

$$\text{trebuie să-l egalăm numai cu numere impare} \Rightarrow 2n-1=5 \Rightarrow 2n=6 \Rightarrow n=3,$$

$$2n-1=101 \Rightarrow 2n=102 \Rightarrow n=51, \quad 2n-1=505 \Rightarrow 2n=506 \Rightarrow n=253.$$

Am găsit $n \in \{1, 3, 51, 253\}$.

b) 2017 este număr prim, deci $4n-3 \in \{\pm 1, \pm 2017\}$; $4n-3=1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4n=4 \Leftrightarrow n=1; \quad 4n-3=-1 \Leftrightarrow 4n=2 \Leftrightarrow n=\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}; \quad 4n-3=2017 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n=2020 \Rightarrow n=505; \quad 4n-3=-2017 \Rightarrow 4n=-2014 \Rightarrow n=-\frac{1007}{2} \notin \mathbb{N}.$$

Deci, $n \in \{1, 505\}$.

c) $2019 = 3 \cdot 673 \Rightarrow 2n-3 \in \{1, 3, 673, 2019\} \Rightarrow 2n-3=1 \Leftrightarrow 2n=4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow n=2; \quad 2n-3=3 \Leftrightarrow 2n=6 \Leftrightarrow n=3; \quad 2n-3=673 \Leftrightarrow 2n=676 \Leftrightarrow n=338;$$

$$2n-3=2019 \Leftrightarrow 2n=2022 \Leftrightarrow n=1011. \text{ Deci, } n \in \{2, 3, 338, 1011\}.$$

3. Se dau mulțimile:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{N} \setminus \{8\} \mid \frac{6}{x-8} \in \mathbb{N} \right\} \text{ și } B = \left\{ x \in \mathbb{N} \setminus \{6\} \mid \frac{8}{x-6} \in \mathbb{N} \right\}.$$

Găsiți valoarea de adevăr a propoziției $A \cap B = \{10, 14\}$.

Rezolvare

$$D_6 = \{1, 2, 3, 6\} \Rightarrow x-8 \in \{1, 2, 3, 6\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-8=1 \Rightarrow x=9 \\ x-8=2 \Rightarrow x=10 \\ x-8=3 \Rightarrow x=11 \\ x-8=6 \Rightarrow x=14 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \{9, 10, 11, 14\}.$$

$$D_8 = \{1, 2, 4, 8\} \Rightarrow x-6 \in \{1, 2, 4, 8\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-6=1 \Rightarrow x=7 \\ x-6=2 \Rightarrow x=8 \\ x-6=4 \Rightarrow x=10 \\ x-6=8 \Rightarrow x=14 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \{7, 8, 10, 14\}.$$

Deducem că $A \cap B = \{10, 14\}$, prin urmare propoziția este adevărată.

4. Să se găsească numerele naturale \overline{ab} pentru care $\frac{\overline{ab}}{a+b+6} = 3$.

Rezolvare

Pentru a lucra numai cu cifrele a și b îl scriem pe \overline{ab} explicit în baza 10 și avem $\overline{ab} = 10a + b$. După înlocuire avem $\frac{10a+b}{a+b+6} = 3 \Rightarrow 10a+b = 3(a+b+6)$ sau încă $10a+b = 3a+3b+18 \Leftrightarrow 10a = 3a+3b+18-b \Leftrightarrow 10a = 3a+2b+18 \Rightarrow \Rightarrow 2b+18 = 10a-3a \Leftrightarrow 2b+18 = 7a$ de unde deducem că $2b+18$ trebuie să fie multiplu al lui 7. Descoperim că $2b+18$ este par, deci $7a$ este multiplu de 7, par. Multiplii pari ai lui 7 sunt 14, 28, 42, 56, 70, Este clar că $2b+18 \neq 14$. Pentru $2b+18 = 28 \Rightarrow 2b = 10 \Rightarrow b = 5$ și $2 \cdot 5 + 18 = 7a \Rightarrow 7a = 28 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \Rightarrow \overline{ab} = 45$. Pentru $2b+18 = 42 \Rightarrow 2b = 42 - 18 \Rightarrow 2b = 24 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow$ Nu convine, cu atât mai mult ceilalți multipli nu convin.

Am găsit $\overline{ab} = 45$.

5. Se dau mulțimile de numere naturale $A = \{x, 2x-1, x+4, 3x\}$ și $B = \{3x-6, x+2, 3x-2, 2x+3\}$.

Determinați x astfel încât $A = B$.

Rezolvare

Soluția 1. Luăm din mulțimea A elementul $3x$ și verificăm cu cine ar putea fi egal din mulțimea B . Îl egalăm pe $3x$ cu toate elementele din B :

$$3x = 3x - 6 \Rightarrow 0 = -6 \text{ (F)} \Rightarrow \text{Nu convine.}$$

$3x = x + 2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$. Pentru $x = 1$ mulțimile devin $A = \{1, 1, 5, 3\}$, dar nu convine (sunt două elemente egale).

Încercăm mai departe: $3x = 3x - 2 \Rightarrow 0 = -2 \text{ (F)} \Rightarrow \text{Nu convine.}$

Pentru $3x = 2x + 3 \Rightarrow x = 3$. Pentru $x = 3$ cele două mulțimi sunt $A = \{3, 5, 7, 9\}$ și $B = \{3, 5, 7, 9\}$, deci într-adevăr sunt egale.

Soluția 2. Mai scurtă este soluția următoare: Dacă cele două mulțimi sunt egale, înseamnă că au aceleași elemente, deci suma elementelor din A trebuie să fie egală cu suma elementelor din B.

Avem $S_A = x + 2x - 1 + x + 4 + 3x = 7x + 3$ și $S_B = 3x - 6 + x + 2 + 3x - 2 + 2x + 3 = 9x - 3$. Din $S_A = S_B$ obținem $7x + 3 = 9x - 3 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ și deci $A = \{3, 5, 7, 9\}$ și $B = \{3, 5, 7, 9\}$.

6. Arătați că fracția $\frac{3^{n+2} \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^{n+2} - 15^n}{abcabc}$ este reductibilă.

Rezolvare

Aducem la forma cea mai simplă numărătorul, respectiv numitorul:

$$3^{n+2} \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^{n+2} - 15^n = 3^n \cdot 9 \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^n \cdot 25 - 3^n \cdot 5^n = 3^n \cdot 5^n (9 + 25 - 1) = 3^n \cdot 5^n \cdot 33 = 3^n \cdot 5^n \cdot 3 \cdot 11;$$

$$\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 10^3 + \overline{abc} = \overline{abc} (1000 + 1) = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13.$$

Avem $\frac{3^{n+2} \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^{n+2} - 15^n}{abcabc} = \frac{3^n \cdot 5^n \cdot 3 \cdot 11}{\overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{3^n \cdot 5^n \cdot 3}{\overline{abc} \cdot 7 \cdot 13}$, fracția se simplifică cu 11, deci fracția este reductibilă.

7. Demonstrați că $\sqrt{2018} + \sqrt{2019} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Rezolvare

Demonstrația o realizăm prin reducere la absurd. Presupunem prin reducere la absurd că $\sqrt{2018} + \sqrt{2019} \in \mathbb{Q}$. Ridicând la pătrat rezultă $(\sqrt{2018} + \sqrt{2019})^2 = (\sqrt{2018} + \sqrt{2019}) \cdot (\sqrt{2018} + \sqrt{2019}) = (\sqrt{2018} \cdot \sqrt{2019}) \cdot \sqrt{2018} + (\sqrt{2018} + \sqrt{2019}) \cdot \sqrt{2019} = 2018 + \sqrt{2018} \cdot \sqrt{2019} + \sqrt{2018} \cdot \sqrt{2019} + 2019 = 4037 + 2\sqrt{2018 \cdot 2019}$. (Am folosit distributivitatea înmulțirii față de adunare ținând cont de $a^2 = a \cdot a$.) Am găsit că $4037 + 2\sqrt{2018 \cdot 2019} \in \mathbb{Q}$, deci rezultă că $2 \cdot \sqrt{2018 \cdot 2019} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{2018 \cdot 2019} \in \mathbb{Q}$, dar $2018 \cdot 2019 \neq$ pătrat perfect, contradicție \Rightarrow Presupunerea făcută nu este adevărată. $\Rightarrow \sqrt{2018} + \sqrt{2019} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, adică este număr irațional.

8. Găsiți valoarea de adevăr a propoziției:

Numărul $\sqrt{2 \cdot \{310 + 5 \cdot [10 + 10 \cdot (12 + 12 : 12)]\}}$ este număr irațional.

Rezolvare

Ținând cont de ordinea desfacerii parantezelor și de ordinea efectuării operațiilor avem:

$$2 \cdot \{310 + 5 \cdot [10 + 10 \cdot (12 + 1)]\} = 2 \cdot [310 + 5 \cdot (10 + 10 \cdot 13)] =$$

$$= 2 \cdot [310 + 5 \cdot (10 + 130)] = 2 \cdot (310 + 5 \cdot 140) = 2 \cdot (310 + 700) = 2 \cdot 1010 = 2020,$$

deci obținem $\sqrt{2020} = \sqrt{4 \cdot 505} = 2\sqrt{505}$, adică numărul este irațional și propoziția este adevărată.

9. Fie $A = \{[(2015 + 2) : 2017 + 2017] : 2018 + 2018\} : 2019 + 2024$. Ce fel de număr este numărul \sqrt{A} , rațional sau irațional?

Rezolvare

Ținând cont de ordinea desfacerii parantezelor și de ordinea efectuării operațiilor avem $A = [(2017 : 2017 + 2017) : 2018 + 2018] : 2019 + 2024 =$

$$= (2018 : 2018 + 2018) : 2019 + 2024 = 2019 : 2019 + 2024 = 2025.$$

Deci, $A = 2025 \Rightarrow \sqrt{A} = \sqrt{2025} = 45$, adică este număr rațional.

P.S. VII. 267, Revista Alpha, Nicolae Ivășchescu

10. Arătați că soluția ecuației $\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}}}} = 3$ este un număr natural.

Rezolvare

Ridicând la pătrat obținem $1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}}} = 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}}} = 8 \mid : 2 \Rightarrow \sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}}} = 4, \text{ deci}$$

$$1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}} = 16 \Rightarrow 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}} = 15 \mid : 3 \Rightarrow \sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5x}} = 5.$$

Ridicând din nou la pătrat obținem $1 + 4\sqrt{1 + 5x} = 25 \Rightarrow 4\sqrt{1 + 5x} =$

$$= 24 \mid : 4 \Rightarrow \sqrt{1 + 5x} = 6. \text{ Ridicând la pătrat găsim } 1 + 5x = 36 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 7, \text{ deci } S = \{7\}.$$

(Verificarea este imediată, adică $\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5 \cdot 7}}}} =$

$$= \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{36}}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 24}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{25}}} =$$

$$= \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3 \cdot 5}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{16}} = \sqrt{1 + 2 \cdot 4} = \sqrt{1 + 8} = \sqrt{9} = 3.)$$

1. Fie mulțimile de numere naturale $A = \{x, x+3, 2x+3, 3x+1, 4x-2\}$ și $B = \{2x-4, 2x-1, 3x-1, 4x-3, 3x+2\}$.

Aflați pentru ce valori ale lui x avem $A = B$.

2. Ce fel de număr este numărul $A = \sqrt{9k+6}$, $k \in \mathbb{N}$, rațional sau irațional?

3. Se dă mulțimea:

$$M = \left\{ (-2)^2; 5; (-1)^3; \sqrt{\frac{16}{25}}; \sqrt{40}; \sqrt{0}, (4); 1, 1(3); \sqrt{27}; \left(\frac{1}{3}\right)^3; -0, 7 \right\}.$$

Calculați:

$$M \setminus \mathbb{Q}, M \cap \mathbb{Z}, M - \mathbb{Z}, M \cap \mathbb{Q}, M \cap \mathbb{N}, M \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}), M \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}).$$

4. Determinați x și y pentru care $\sqrt{0, xx(y) - 0, yy(x)} = 0, 9(3)$.

5. Calculați \sqrt{A} , unde $A = 5 + 5 \cdot 4 + 5^2 \cdot 4 + 5^3 \cdot 4 + \dots + 5^{2019} \cdot 4$.

6. Aflați numărul natural x pentru care:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + x(x+1)(x+2) = 756.$$

7. Fie $A = \sqrt{(2+4+6+\dots+4034) \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2018} \right)}$.

Ce fel de număr este A , rațional sau irațional?

8. Calculați $A = \sqrt{\left\{ \left[(2022-4) : 2018 + 2018 \right] : 2019 + 2019 \right\} : 2020}$.

9. Ce fel de număr este numărul $A = \sqrt{9^n + 3^{2n+1}}$, $n \in \mathbb{N}$, rațional sau irațional?

10. Ce fel de număr este numărul $B = \sqrt{1+3+5+7+\dots+113}$, rațional sau irațional?

1. Demonstrați că dacă $8 \mid x + 3y$, atunci $\frac{x+3y}{7x+5y}$ este reductibilă oricare ar fi $x, y \in \mathbb{N}^*$.

2. Se dă numărul $A = \sqrt{n(n+3)(n+4)(2n+1)(7n+2)+2}$, $n \in \mathbb{N}$.
Ce fel de număr este numărul A , rațional sau irațional?

3. Comparați numerele $A = \frac{1}{\sqrt{2013} + \sqrt{2014}}$ și $B = \frac{1}{\sqrt{2012} + \sqrt{2015}}$.
G.M. 343, R.M.V.J., Nicolae Ivășchescu

4. Aflați valorile naturale ale lui n , diferite de 5, pentru care $\sqrt{\frac{3n+9}{n-5}} \in \mathbb{N}$.
P.S. VII. 267, Revista „Alpha“, Nicolae Ivășchescu

5. Se dau mulțimile $A = \{2x-3, x-1, 3x+1, 4x-1\}$ și $B = \{3x-6, 2x-4, 4x-2, 3x+2\}$.

Determinați x pentru care $A = B$.

E: 14736, G.M., Nicolae Ivășchescu

6. Aflați numerele naturale a, b, c, d pentru care:

$$\sqrt{a^2 - 4a + 13} + \sqrt{b^2 - 6b + 25} + \sqrt{c^2 - 8c + 41} + \sqrt{d^2 - 10d + 61} = 18.$$

P.S. VII. 2368, Revista „Alpha“, Nicolae Ivășchescu

7. Comparați numerele A, B, C, D unde:

$$A = \sqrt{2+4+6+\dots+4028+2015};$$

$$B = \sqrt{2015+2(1+2+3+\dots+2014)};$$

$$C = \sqrt{1+3+5+\dots+4031};$$

$$D = \sqrt{1+2+3+\dots+2014+1008 \cdot 2015}.$$

P.S. VII. 2360, Revista „Alpha“, Nicolae Ivășchescu