Editor: Luminița Bratu
Copertă: Flory Preda
Tehnoredactare: Florența Sava

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
ANGHEL, TRAIAN
Mărul lui Newton sau Despre cum gândim fizica / Traian Anghel. - Bucureşti : Prestige, 2020
ISBN 978-606-9651-56-8

53

ISBN: 978-606-9651-56-8

Tel.: 0732.55.88.33
www.edituraprestige.ro
www.facebook.com/edituraprestigeoficial

TRAIAN ANGHEL

MĂRUL LUI NEWTON

SAU

DESPRE CUM GÂNDIM FIZICA

PRESTIGE
București – 2021

Fiicei mele, Elena!

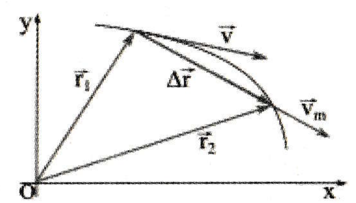
Cuprins

1.2 Distanță, viteză și accelerație

Corpurile se pot afla în mişcare sau în repaus. Un corp este în mişcare atunci când îşi schimbă poziţia faţă de alte corpuri şi în repaus dacă nu se întâmplă acest lucru. Rezultă că un corp poate fi în mişcare faţă de unele corpuri şi în repaus faţă de altele. Acest lucru înseamnă că mişcarea şi repausul sunt *relative* (adică nu sunt absolute, ceea ce ar însemna că dacă un corp se mişcă faţă de unele corpuri, ar trebui să se mişte faţă de toate, şi invers, dacă un corp ar fi în repaus faţă de anumite corpuri, ar trebui să fie în repaus faţă de toate).

În general, pentru studiul mişcării corpurilor se folosesc modele, aşa cum sunt punctul material, modelul solidului rigid şi cel al solidului deformabil. În continuare îl vom defini pe primul: se numeşte punct material un corp ale cărui dimensiuni sunt mult mai mici decât distanţele până la corpurile înconjurătoare. Este clar că acelaşi corp poate fi considerat sau nu punct material în funcţie de context: un vapor poate fi analizat ca un punct material dacă se află în mijlocul oceanului; în schimb, într-un port, acesta nu poate fi considerat punct material.

Un corp aflat în mişcare poartă numele de mobil. În continuare – atunci când nu vom preciza explicit altfel – vom considera corpurile puncte materiale, ceea ce înseamnă că prin mobil vom înţelege un punct material aflat în mişcare.

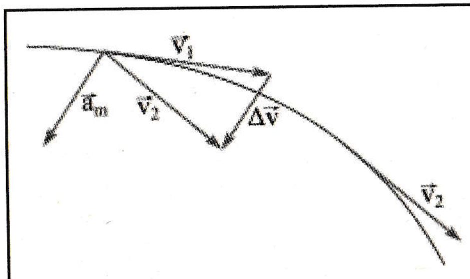


Vectorul viteză

Curba descrisă de un mobil poartă numele de traiectorie. Aceasta poate fi rectilinie sau curbilinie, ultima putându-se desfăşura atât în plan (aşa cum este cercul) cât şi în spaţiu (de exemplu spirala).

Un mobil se mişcă în raport cu un punct care poate fi considerat origine a mişcării, în care se află la un moment de timp dat căruia îi spunem moment iniţial. Poziţia mobilului este descrisă în raport cu originea unui sistem de coordonate prin intermediul vectorului de poziţie, $\vec{r}$. Rapiditatea cu care mobilul se mişcă este caraterizată de o mărime fizică vectorială cunoscută ca viteză; aceasta poate fi medie şi momentană:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\ ;\ \vec{v} = \left.\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|_{\Delta t\to 0} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



Vectorul accelerație medie

În relaţia de mai sus, $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ este variaţia vectorului de poziţie pe durata Δt. Operaţia prin care această durată se face foarte mică şi, în consecinţă, se micşorează şi $\Delta\vec{r}$, poartă numele de derivare (a vectorului de poziţie în raport cu timpul). Vectorul viteză momentană este tangent la traiectorie.

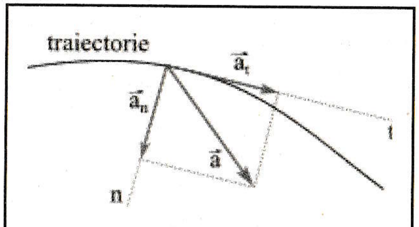
Pentru a carateriza rapiditatea cu care se modifică în timp vectorul viteză momentană se definesc vectorii acceleraţie medie şi acceleraţie momentană:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\ ;\ \vec{a} = \left.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|_{\Delta t\to 0} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ambii vectori acceleraţie sunt orientaţi că partea concavă (interioară) a traiectoriei. Vectorul acceleraţie momentană are două componente, una tangentă la traiectorie ($\vec{a}_t$, acceleraţia tangenţială, datorată modificării modulului vectorului viteză momentană) şi alta normală la aceasta ($\vec{a}_n$, accelerația normală, datorată schimbării orientării vectorului viteză momentană):

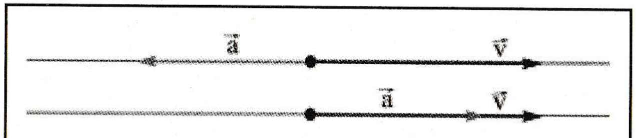
$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Atunci când viteza rămâne constantă în modul, accelerația tangențială este nulă. În schimb, accelerația normală nu se poate anula niciodată în mișcarea curbilinie. În cazuri particulare, modulul său poate fi constant, de exemplu în cazul mișcării circulare uniforme în care accelerația mobilului – numită centripetă – este orientată permanent către centrul traiectorie circulare.



Componentele accelerației

Dacă traiectoria mobilului este rectilinie, vectorii accelerație și viteză momentană pot avea același sens, situație în care mișcarea se numește accelerată sau sensuri opuse, caz în care mobilul se mișcă frânat. Dacă în cazul traiectoriei amintite, modulul accelerației este constant, mișcarea este denumită rectilinie uniform variată; aceasta poate fi uniform accelerată și uniform frânată, în situațiile în care modulul vectorului viteză momentană crește și, respectiv scade în timp.



Mișcarea rectilinie uniform variată

Calculul distanței

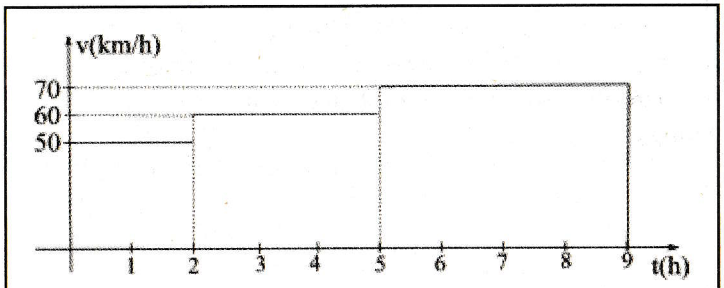
Imaginați-vă că mergeți cu un automobil pe o șosea rectilinie timp de nouă ore, astfel: primele două ore cu viteza constantă de $50\,\mathrm{km/h}$, următoarele trei ore cu viteza de $60\,\mathrm{km/h}$, iar ultimele patru cu $70\,\mathrm{km/h}$. Ne întrebăm care este distanța pe care ați parcurs-o în timpul celor nouă ore de mers neîntrerupt? Este ușor de înțeles că distanța cerută este egală suma distanțelor parcurse în cele trei intervale de timp, iar fiecare dintre distanțe se obține înmulțind viteza cu care se deplasează automobilul cu timpul în care își păstrează această viteză:

$$d = d_1 + d_2 + d_3,\; d_1 = v_1 t_1,\; d_2 = v_2 t_2,\; d_3 = v_3 t_3$$

Înlocuim valorile celor șase mărimi și obținem distanța totală:

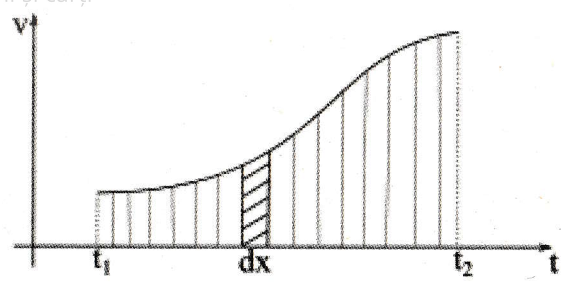
$$d = 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 2\,\mathrm{h} + 60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 3\,\mathrm{h} + 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 4\,\mathrm{h} = 560\,\mathrm{km}$$

Se poate observa ușor că distanța totală poate fi obținută prin calculul ariei pe care o delimitează reprezentarea grafică a valorii vitezei în funcție de timp și axa timpului, adică prin însumarea ariilor celor trei dreptunghiuri din figură. Această constatare este cunoscută sub numele de *interpretarea geometrică a distanței*. Desigur că în cazul simplu prezentat, interpretarea amintită nu este utilă în mare măsură, dar ea este indispensabilă în situația în care viteza se schimbă



Interpretarea geometrică a distanței

permanent în timp. Dacă legea vitezei este $v(t)$, din $v(t)=dx/dt$ (ceea ce înseamnă că viteza este egală cu derivata întâi a coordonatei) se obţine deplasarea elementară $dx=v(t)dt$.



Generalizarea interpretării geometrice

Distanţa totală pe care se va deplasa automobilul se obţine însumând un număr foarte mare (infinit) de deplasări elementare având forma prezentată mai sus. Suma de care vorbim se numeşte – în limbajul matematicii – integrală[1] şi se scrie sub forma următoare:

$$d=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

În această formulă, t_1 şi t_2 sunt limitele de integrare inferioară şi, respectiv superioară.

Dacă presupunem că viteza automobilului creşte liniar de la $v_1=50\,\mathrm{km/h}$ la $v_2=70\,\mathrm{km/h}$ în timp de nouă ore, pentru a calcula distanţa parcursă se procedează ca în continuare. Pentru început, se scrie legea vitezei sub forma unei funcţii de gradul întâi:

$$v(t)=v_1+a\cdot t$$

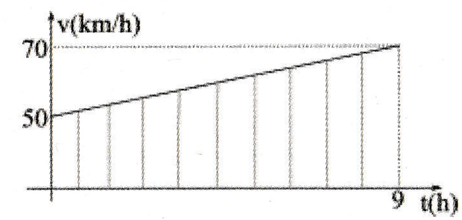
în care acceleraţia a se determină punând condiţia ca la momentul $t_2=9\,\mathrm{h}$ viteza să fie egală cu v_2. Se obţine

[1] Noţiunea de derivată este studiată în clasa a XI-a de liceu, iar cea de integrală în clasa a XII-a, în cadrul disciplinei denumită *Analiză matematică*.

$a=(v_2-v_1)/t_2=20/9\,\mathrm{km/h^2}$ (am presupus că momentul iniţial al mişcării – în care viteza are valoarea v_1 – este $t_1=0$). Distanţa totală parcursă de automobil în timpul celor nouă ore de mers va fi:

$$d=\int_0^{t_2}(v_1+a\cdot t)dt=v_1t_2+\frac{a}{2}t_2^2$$

Se înlocuiesc valorile numerice şi se obţine $d=540\,\mathrm{km}$. Valoarea rezultată este egală cu aria delimitată de reprezentarea grafică a legii vitezei (o dreaptă) şi axa timpului. Aceasta este aria unui trapez, care, după cum ştim din gimnaziu, se poate determina astfel:



Viteza variază liniar cu timpul

$$A=\frac{(b+B)\cdot h}{2}$$

adică baza mare plus baza mică, suma lor fiind înmulţită cu înălţimea şi rezultatul împărţit la doi. Folosind notaţiile specifice fizicii, obţinem:

$$d=\frac{(v_1+v_2)\cdot t_2}{2}=\frac{120}{2}\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\cdot 9\,\mathrm{h}=540\,\mathrm{km}$$

Observăm că rezultatul este acelaşi cu cel determinat prin folosirea calculul integral. În concluzie, în situaţiile în care aria poate fi calculată utilizând metode geometrice (adică prin determinarea ariilor unor figuri regulate cunsocute), se poate evita folosirea calculului integral.

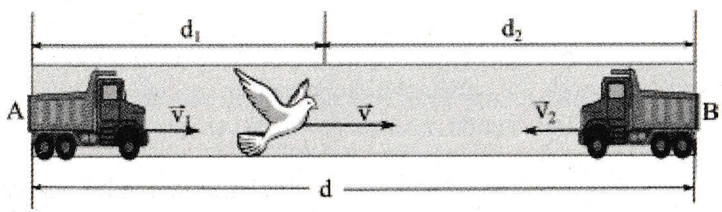
Porumbelul şi camioanele

O problemă care la prima vedere pune dificultăţi în rezolvare, dar care după o analiză rapidă se dovedeşte a fi uşor de soluţionat, este cea cunoscută sub numele de "Porumbelul şi camioanele", enunţată în rândurile de mai jos.

Porumbel

Două camioane – fie acestea 1 şi 2 – pleacă simultan unul către celălalt pe o şosea rectilinie din oraşele A şi B, situate la distanţa d unul de celălalt, cu vitezele v_1 şi v_2. În momentul plecării camioanelor, dintr-unul (fie acesta 1) îşi ia zborul către celălalt (2) un porumbel, cu viteza v. Când întâlneşte camionul 2, porumbelul se întoarce către 1. Zborul păsării va continua între cele două camioane, de la unul către altul, până la întâlnirea acestora[1]. Se cere să se determine durata zborului proumbelului şi distanţa străbătută de acesta.

Soluţia problemei ar putea fi găsită determinând pe rând timpii şi distanţele necesare până la întâlnirea camionului 2, apoi a camionului



Porumbelul şi camioanele

[1] Menţionăm că la întâlnirea camioanelor, porumbelul va fi viu şi nevătămat.

1 ş.a.m.d. Se poate observa că această metodă de rezolvare are o complexitate mai mare decât cea a problemei în sine. O altă metodă – mult mai simplă – pleacă de la observaţia că timpul de zbor al porumbelului este egal cu timpul care trece de la plecarea camioanelor până la întâlnirea lor. Odată ce am făcut această observaţie, calculul distanţei totale se poate face foarte simplu, însumând distanţele parcurse dus-întors între camioane. Suma rezultată va fi egală cu distanţa străbătută de porumbel în linie dreaptă, atunci când zboară într-un sens.

Plecând de la observaţiile anterioare, putem calcula timpul de zbor al porumbelului, t_z, folosind relaţia $d_1 + d_2 = d$, în care d_1 şi d_2 sunt distanţele străbătute de camioane din momentul plecării până la întâlnirea lor. Cum $d_1 = v_1 t_z$ şi $d_2 = v_2 t_z$, se obţine $t_z(v_1 + v_2) = d$, din care se determină timpul de zbor:

$$t_z = \frac{d}{v_1 + v_2}$$

Distanţa străbătută de porumbel, du-te-vino între cele două camioane până la întâlnirea acestora este dată de relaţia $d = vt_z$. Se obţine:

$$D = d \cdot \frac{v}{v_1 + v_2}$$

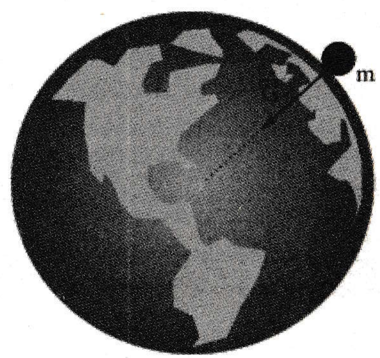
În continuare este prezentat un exemplu numeric. Dacă vitezele camioanelor sunt $v_1 = 48\,\mathrm{km/h}$ şi, respectiv $v_2 = 52\,\mathrm{km/h}$, viteza porumbelului are valoarea[1] $v = 58\,\mathrm{km/h}$, iar distanţa dintre oraşele A şi B este $d = 100\,\mathrm{km}$, timpul de zbor al porumbelului va avea valoarea $t_z = 100\,\mathrm{km}/(48\,\mathrm{km/h} + 52\,\mathrm{km/h}) = 1\,\mathrm{h}$ (o oră), iar distanţa străbătută de acesta va fi $D = 58\,\mathrm{km/h} \cdot 1\,\mathrm{h} = 58\,\mathrm{km}$.

[1] Viteza porumbelului adult este cuprinsă între 24 km/h şi 59 km/h. Pentru exemplificare, am ales o valoare apropiată de cea maximă.

Toate corpurile cad la fel

Lăsăm să cadă simultan două sau mai multe corpuri de la aceeaşi înălţime, să spunem de la etajul trei al blocului în care locuim. Ne punem întrebarea dacă aceste corpuri ajung simultan la suprafaţa Pământului (cad cu aceeaşi "viteză") sau ajung la momente diferite? Altfel spus, corpurile cad la fel sau cad cad "diferit"?

Mai demult, mai exact în antichitate, Aristotel (devenit ulterior filosof oficial al bisericii catolice), afirma că mişcarea în jos a oricărui corp înzestrat cu greutate are o iuţeală proporţională cu dimensiunile sale. La prima vedere ar trebui să-i dăm dreptate filosofului grec, deoarece am putea să constatăm că dacă lăsam să cadă liber simultan o mică bucată de hârtie şi o cărămidă (atenţie!: nu efectuaţi acest experiment), corpul care ajunge primul la sol este cărămida. Totuşi, dacă lăsăm să cadă simultan o bucată de hârtie (de exemplu o coală A4) şi o bilă de oţel, corpul care va ajunge primul la sol este bila, cu toate că dimensiunile sale sunt mult mai mici decât cele ale colii de hârtie, ceea ce înseamnă că afirmaţia lui Aristotel nu este corectă în acest caz. Şi dacă nu este corectă într-un caz, nu este corectă în general (desigur, pot exista situaţii particulare în care afirmaţia amintită se "potriveşte" cu constatările experimentale), dar ea nu este corectă din punct de vedere ştiinţific.



Greutatea

Pentru a răspunde la întrebarea pusă la începutul aceste secţiuni, se cuvine să precizăm pentru început care este cauza căderii corpurilor. Ştim, desigur, încă din gimnaziu că aceasta este reprezentată de

atracţia gravitaţională exercitată de Pământ asupra corpurilor. Fenomenului îi este asociată o mărime fizică vectorială denumită *greutate* ($\vec{G}$). Altfel spus, un corp cade către Pământ deoarece planeta noastră exercită asupra acestuia o forţă de atracţie căreia îi spunem greutate. Aceasta este orientată vertical în jos, către centrul Pământului (presupus ca având o formă sferică) şi se calculează folosind formula:

$$\vec{G} = m\vec{g}$$

în care m este masa corpului, iar $\vec{g}$ este o mărime fizică vectorială denumită acceleraţie gravitaţională, aceeaşi pentru toate corpurile, care depinde de altitudine (scade odată cu creşterea acesteia) şi de latitudine (dacă se ţine cont de rotaţia Pământului în jurul axei sale). La suprafaţa Pământului (adică la nivelul mării) şi la paralela de 45^0, această mărime are valoarea $g_0 = 9{,}80665\ \mathrm{m/s^2}$ (numită *acceleraţie gravitaţională normală*), rotunjită adesea la $9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ sau, de multe ori, la $10\ \mathrm{m/s^2}$. La altitudini mici, valoarea acceleraţiei gravitaţionale rămâne practic egală cu cea de la nivelul mării. Se poate arăta ca la altitudinea de 32 km (la care zboară baloanele meteorologice), valoarea acestei mărimi scade cu numai 1% din cea normală. Aşadar, se poate presupune cu o foarte bună aproximaţie că acceleraţia gravitaţională este practic constantă la altitudini mergând de la zero (nivelul mării) până la câteva zeci de kilometri. Pentru a sublinia acest lucru se spune despre câmpul gravitaţional al Pământului că este practic uniform în această zonă.

Acceleraţia $\vec{a}$ a unui corp aflat sub acţiunea unor forţe a căror rezultantă (sumă vectorială) este $\vec{R}$, se obţine utilizând ecuaţia principiului al doilea al mecanicii newtoniene, $\vec{R} = m\vec{a}$. Dacă lăsăm un corp să cadă sub acţiunea greutăţii şi presupunem că asupra acestuia nu acţionează alte forţe (deci $\vec{R} = \vec{G}$), ecuaţia anterioară se