

MATEMATICĂ

PENTRU CLASA A V-A

*

CULEGERE DE EXERCIȚII ȘI PROBLEME

Ediția a II-a, revizuită 2020



Editura Ars Libri



I. NUMERE NATURALE	
I.1 Operații cu numere naturale	6
I.1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale; reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări	6
I.1.1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale	7
I.1.1.2 Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor; compara- re, ordonarea, aproximarea și estimarea numerelor naturale	10
I.1.2 Adunarea numerelor naturale, proprietăți; scăderea numerelor na- turale	13
I.1.2.1 Adunarea numerelor naturale, proprietăți	13
I.1.2.2 Scăderea numerelor naturale	17
I.1.3 Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți; factorul comun	21
I.1.4 Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale; împărțirea cu rest a num- erelor naturale	24
I.1.5 Puterea cu exponent natural a unui număr natural; pătratul unui număr natural; reguli de calcul cu puteri; compararea puterilor; scrierea în baza 10; scrierea în baza 2 (fără operații)	
I.1.5.1 Puterea cu exponent natural a unui număr natural	27
I.1.5.2 Pătratul unui număr natural	30
I.1.5.3 Reguli de calcul cu puteri	33
I.1.5.4 Compararea puterilor	35
I.1.5.5 Scrierea în baza 10	36
I.1.5.6 Scrierea în baza 2	37
I.1.6 Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade	39
I.1.7 Metode aritmetice de rezolvare a problemelor: metoda reducerii la uni- tate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers, metoda falsei ipoteze	
I.1.7.1 Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	42
I.1.7.2 Metoda reducerii la unitate	43
I.1.7.3 Metoda comparației	45
I.1.7.4 Metoda figurativă	47
I.1.7.5 Metoda mersului invers	49
I.1.7.6 Metoda falsei ipoteze	52
I.2 Divizibilitatea numerelor naturale	54
I.2.1 Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni	54
I.2.2 Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 10 ⁿ	56
I.2.3 Criterii de divizibilitate cu 3 și cu 9	58
I.2.4 Numere prime; numere compuse	59
Teste recapitulative (evaluare)	62





II. FRACTII ORDINARE. FRACTII ZECIMALE	66
II.1 Fracții ordinare	66
II.1.1 Fracții ordinare; fracții subunitare, echivalentare, supraunitare; procente; fracții echivalente (prin reprezentări)	68
II.1.1.1 Fracții ordinare	68
II.1.1.2 Fracții subunitare, echivalentare, supraunitare	72
II.1.1.3 Procente	75
II.1.1.4 Fracții echivalente	80
II.1.2 Compararea fracțiilor cu același numitor/ numărător; reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare	84
II.1.3 Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție	88
II.1.4 Cel mai mare divizor comun a două numere naturale (fără algoritm); amplificarea și simplificarea fracțiilor; fracții ireductibile	91
II.1.4.1 Cel mai mare divizor comun a două numere naturale	91
II.1.4.2 Amplificarea și simplificarea fracțiilor; fracții ireductibile	92
II.1.5 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale (fără algoritm); aducerea fracțiilor la un numitor comun	96
II.1.5.1 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale	96
II.1.5.2 Aducerea fracțiilor la un numitor comun	98
II.1.6 Operații cu fracții ordinare	99
II.1.6.1 Adunarea fracțiilor ordinare	101
II.1.6.2 Scăderea fracțiilor ordinare	105
II.1.6.3 Probleme cu adunarea și scăderea fracțiilor ordinare	109
II.1.6.4 Înmulțirea fracțiilor ordinare	112
II.1.6.5 Ridicarea la putere	116
II.1.6.6 Împărțirea fracțiilor ordinare	118
II.1.6.7 Ordinea efectuării operațiilor	122
II.1.7 Fracții/ procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinată	124
Teste recapitulative (evaluare)	132
II.2 Fracții zecimale	137
II.2.1 Fracții zecimale; scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale; transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinată	138
II.2.2 Aproximări; compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	144
II.2.2.1 Aproximări; Reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	145
II.2.2.2 Compararea și ordonarea unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	147
II.2.3 Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	150
II.2.4 Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	158
II.2.5 Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală; aplicație:	



media aritmetică a două sau mai multor numere naturale; transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală; periodicitate	165
II.2.6 Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul; împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	173
II.2.7 Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinată	179
II.2.8 Numere raționale pozitive; ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive	
II.2.8.1 Numere raționale pozitive	184
II.2.8.2 Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive	187
II.2.9 Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare	190
II.2.10 Probleme de organizare a datelor; frecvență; date statistice organizate în tabele, grafice cu bare și/sau cu linii; media unui set de date statistice	194
Teste recapitulative (evaluare)	204
III. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ	211
III.1 Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment (descriere, reprezentare, notății)	212
III.2 Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă; puncte coliniare; „prin două puncte distințe trece o dreaptă și numai una”; pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele	216
III.3 Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment; segmente congruente (construcție); mijlocul unui segment; simetricul unui punct față de un punct	220
III.4 Unghi: definiție, notății, elemente; interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi. Măsura unui unghi, unghiuri congruente (măsurarea și construcția cu raportorul); clasificări de unghiuri: unghi drept, unghi ascuțit, unghi obtuz; unghi nul, unghi alungit. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale	221
III.5 Figuri congruente (prin suprapunere); axa de simetrie (prin suprapunere)	228
III.6 Unități de măsură pentru lungime: perimetre; unități de măsură pentru arie: aria pătratului/dreptunghiului; unități de măsură pentru volum: volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic; Transformări ale unităților de măsură	231
III.6.1 Unități de măsură pentru lungime: perimetre	231
III.6.2 Unități de măsură pentru arie: aria pătratului/dreptunghiului	235
III.6.3 Unități de măsură pentru volum: volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic (capacitatea vaselor)	239
Teste recapitulative (evaluare)	243
Soluții	247



În acest capitol veți învăța despre:

I.1 OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

- Scrierea și citirea numerelor naturale; reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări
- Adunarea numerelor naturale, proprietăți; scăderea numerelor naturale
- Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți; factor comun
- Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale; împărțirea cu rest a numerelor naturale
- Puterea cu exponent natural a unui număr natural; pătratul unui număr natural; reguli de calcul cu puteri; compararea puterilor; scrierea în baza 10; scrierea în baza 2 (fără operații)
- Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade
- Metode aritmetice de rezolvare a problemelor: metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers, metoda falsei ipoteze

I.2 DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

- Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni
- Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 10^n
- Criterii de divizibilitate cu 3 și cu 9
- Numere prime; numere compuse



I.1.1.1 SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE

FII ATENT!

1. Numerele naturale se scriu cu cifre arabe, în baza 10.
 $\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c, \quad a, b, c \text{ cifre}$

2. Sirul numerelor naturale este: 0, 1, 2, ..., 100, ...

 **ȘTIAI CĂ?** 

Sistemul zecimal de numerație, numit și sistem pozițional zecimal, a fost inventat de indieni (hindi, India) și preluat de europeni datorită arabilor.

În sistemul zecimal, zece unități formează o nouă grupă (de zece), zece grupe a zecilor formează o nouă unitate, numită sută, zece sute formează o nouă unitate, numită mie, și așa mai departe. Fiecare grupă nou formată, scrisă într-un număr, va fi diferită de alte grupe datorită poziției în scrierea acelui număr.

APLICĂ!

1. Scrie cu ajutorul cifrelor arabe următoarele numere:
 - două sute șapte mii;
 - opt mii șase sute trei;
 - douăzeci de mii o sută treizeci și doi;
 - cinci milioane patru sute de mii nouăzeci.
2. Scrie cel mai mare și cel mai mic număr de trei cifre distințe.
3. Câte numere de trei cifre poți scrie cu cifrele 5, 6, 7?
4. Scrie succesorul și predecesorul numărului:
 - 78;
 - 607;
 - 4 273;
 - 9 009.



5. Câte numere de trei cifre pot fi formate cu cifrele 0, 2, 3?

6. Descompune următoarele numere, după modelul:

$$2\ 379 = 2 \cdot 1\ 000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9$$

- a) 5 456; b) 84 325; c) 2 003; d) 27 007

7. Scrie cel mai mare și cel mai mic număr de forma: $\overline{a7a}$.

8. Scrie numărul minim și maxim de forma: $\overline{aa1ab}$, $a \neq b$.

9. Scrie răsturnatele următoarelor numere naturale:

- a) 817; b) 65; c) 707; d) \overline{abcd} ; e) \overline{abba} .

10. Completează sirurile cu încă 5 numere:

- a) 1, 3, 5, 7, 9, _____, _____, _____.
 b) 2, 4, 6, 8, 10, _____, _____, _____.
 c) 2, 22, 222, 2222, _____, _____, _____.

11. Scrie numărul format din 4 cifre identice cu suma cifrelor 28.

12. Scrie numărul format din 4 cifre consecutive cu suma cifrelor 18.

13. Câte numere de forma \overline{ab} există? Dar de forma \overline{abc} ?

INDICIU!

Pentru a descoperi numărul numerelor solicitate, vei scădea din ultimul număr de forma dată predecesorul primului număr dat.

Exemplu: \overline{abcd} : $9\ 999 - 999 = 9\ 000$ numere

14. Câte numere pare și cîte impare se găsesc în sirul: 11, 16, 21, ..., 61.

15. Află numerele \overline{ab} care verifică relațiile:

$$\text{a)} \overline{a7} = \overline{3b}; \quad \text{b)} \overline{ab5} = \overline{9b5};$$

16. Câte numerele de forma $\overline{ab37}$, cu $a + b = 7$ există?



17. Află cifra a știind că: $\overline{aaa} + \overline{aa} + a = 615$.

18. Fie sirul de numere naturale $1, 5, 9, 13, \dots$.

- a) Completează sirul cu încă patru termeni.
b) Află al 2017 - lea termen al sirului (t_{2017})

Indicatie:

Oricare număr al sirului se poate scrie:

$$t_1 = 4 \cdot 0 + 1,$$

$$t_2 = 4 \cdot 1 + 1,$$

.....

$$t_{10} = 4 \cdot 9 + 1$$



1. Află numerele care verifică relația: $\overline{abbc} + \overline{bbd} = 3776$.
 2. Determină numărul numerelor naturale de forma $\overline{21ab}$ care să aibă suma cifrelor 11.
 3. Considerăm sirul de numere naturale 1, 3, 2, 6, 3, 9, 4, 12,
Află al 100-lea număr din sir.

Indicatie:

Între două numere consecutive s-a intercalat un număr de forma $3k$.

4. Află câte cifre de 1 are numărul:

$$A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots999}_{2017 \text{ cifre}}$$

Indiciu:

$$9 = 10 - 1, 99 = 100 - 1 \text{ s.a.m.d.}$$

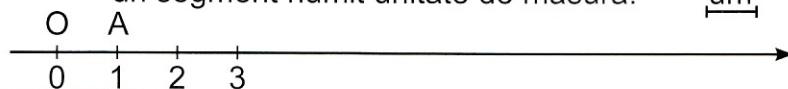
I.1.1.2 REPREZENTAREA NUMERELOR NATURALE PE AXA NUMERELOR. COMPARAREA, ORDONAREA, APROXIMAREA ȘI ESTIMAREA NUMERELOR NATURALE

FII ATENT!



Axa numerelor naturale este o dreaptă pe care:

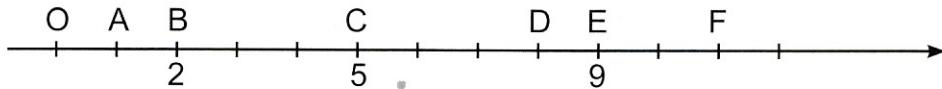
- fixăm un punct O numit origine;
- stabilim un sens de parcursare de la stânga la dreapta (sensul pozitiv)
- un segment numit unitate de măsură.



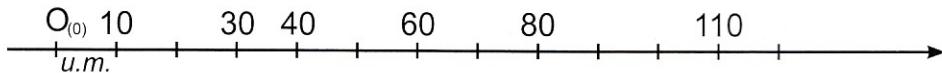
APLICĂ!



1. Reprezintă pe axă numerele: A(1); B(3); C(4); D(2); E(6).
2. Scrie coordonatele punctelor reprezentate pe axa din desen.



3. Reprezintă pe axă numerele: O(0); M(30); N(40); P(60); R(80); S(110).



4. Scrie în ordine crescătoare numerele: 479; 749; 947; 497; 794; 974; 747; 474.
5. Dacă $x < 3$, $x < y$ și $y < 6$, scrie în ordine crescătoare numerele de forma: $a = \overline{4x5y}$; $b = \overline{36xy}$; $c = \overline{xy56}$; $d = \overline{5x6y}$; $e = \overline{x97y}$.

6. Dacă $y \leq 6$ și $x > y$, scrie în ordine descrescătoare formele de numere: $a = \overline{x5y6}$; $b = \overline{y84x}$; $c = \overline{xxxx}$; $d = \overline{x6y5}$; $e = \overline{xxx5}$; $f = \overline{yyyx}$.



Respectăm documentați-vă și ordonați crescător anii lansării versiunilor telefoanelor mobile ale unei firme renumite din Statele Unite.

8. Compară următoarele numerele naturale:

a) $2\ 734 \square 2\ 374$; c) $561\ 679 \square 516\ 679$;

b) $14\ 973 \square 14\ 873$; d) $5\ 703 \square 5\ 730$.

e) Viteza sunetului \square viteza luminii;

f) Anul bătăliei de la Mărășești \square anul luptei de la Posada;

g) Compară viteza traficului de internet de la doi furnizori de servicii internet (provideri) din județul tău.

9. Folosind cifrele 1, 3, 5, 7, 9 scrie:

a) cel mai mare număr de 4 cifre distințe;

b) cel mai mare număr de 4 cifre;

c) cel mai mic număr de 4 cifre distințe;

d) cel mai mic număr de forma $\overline{7ab7c}$, $a \neq b \neq c$.

EXEMPLU

Numărul 38 573 poate fi :

aproximat prin lipsă la zeci este 38 570

prin lipsă la sute este 38 500

prin lipsă la mii este 38 000

aproximat prin adaos la zeci este 38 580

prin adaos la sute este 38 600

prin adaos la mii este 39 000

EXEMPLU

Numărul 42 792 rotunjit la zeci este 42 790

rotunjit la sute este 42 800

10. Aproximează prin lipsă, apoi prin adaos la zeci, la sute, la mii următoarele numere: 3 056; 3 945; 7 384; 8 506; 5 072; 6 538.

11. Rotundește la zeci, la sute, la mii numărul 2 643 925.



Distanța de la Pământ la Lună variază datorită faptului că mișcarea Lunii în jurul Pământului nu are formă de cerc în mijlocul căruia se află planeta noastră, ci are formă eliptică. Atunci când se află cel mai aproape de Pământ, Luna se află la o distanță de 356 400 de kilometri, iar atunci când se află cel mai departe de Pământ, Luna se găsește la o distanță de 406 700 de kilometri. În medie, distanța Pământ - Lună este de 384 400 de kilometri.

• LUCREAZĂ ÎN PERECHE!

Rotunjiți la mii, apoi la zeci de mii următoarele distanțe:

- distanța minimă Pământ – Lună;
- distanța maximă Pământ – Lună;
- distanța medie Pământ – Lună.

ESTIMEAZĂ

12. Ioana a efectuat o adunare, dar nu a fost suficient de atentă. A obținut următorul rezultat: $24\ 571 + 58\ 394 = 96\ 865$. Verifică, fără a calcula, dacă a obținut rezultatul corect.

Indicație: folosește-te de aproximări.

13. Andreea își propune să rezolve 7 probleme în 50 de minute. Rezolvă o problemă în 9 minute. Îi va ajunge timpul?

14. Maria dorește să-și cumpere o pereche de role care costă 456 lei și constată că a primit de la bunici 5 bancnote de 100 de lei. Consideri că îi sunt îndeajuns cele 5 bancnote? Justifică răspunsul.

FII ISTETI!

1. Pe axa numerelor sunt reprezentate punctele M(3) și N(9). Calculează coordonata mijlocului segmentului MN.

2. Compară numerele următoare: $\overline{37a97}$ cu $\overline{3749b}$.

3. Într-un județ sunt 12 comune și oricare două sunt legate printr-un drum. Câte drumuri sunt între cele 12 comune?



FII ATENT!

Definiție. Oricare ar fi două numere naturale a și b , există un unic număr natural s , numit **suma numerelor a și b, notat $s = a + b$** , iar a și b se numesc *termenii sumei*.

Operația prin care se obține suma a două numere naturale se numește **adunarea numerelor naturale**.

Proprietăți ale adunării numerelor naturale

- (A) Adunarea numerelor naturale este **asociativă**:
 $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi a, b, c numere naturale;
- (C) Adunarea numerelor naturale este **comutativă**:
 $a + b = b + a$, oricare ar fi a, b numere naturale;
- (N) **Elementul neutru** la adunare este 0:
 $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi a număr natural.

Indicație: A - asociativitate; C - comutativitate; N - element neutru

REZOLVAT

Determină suma primelor n numere naturale nenule consecutive, $n \geq 1$, cunoscută și sub numele de **suma Gauss** (*după numele matematicianului de origine germană Carl Friedrich Gauss 1777-1855*).

$$\text{Fie } S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$$

$S = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 2 + 1$, adunăm membru cu membru relațiile

$$2S = \underbrace{(n + 1) + (n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1)}_{\text{de } n \text{ ori}} + (n + 1) = n(n + 1)$$

$$S = n(n + 1) : 2$$





Pe când avea 7 ani, micul Friedrich era foarte neastămpărat la școală. De aceea, învățătorul s-a supărat pe el și a hotărât să-l pedepsească. Pedeapsa trebuia să țină până când el va reuși să calculeze în gând suma numerelor de la 1 la 100. În timp ce mergea spre locul detenției și-a dat seama că cele 100 de numere se pot grupa câte 2 (prima cu ultima, a doua cu penultima, obținându-se 50 de grupe de câte 101. Știind că 50 este jumătatea lui 100, băiatul a înmulțit în gând 101 cu 100, adăugând două zerouri la sfârșit și cât ai clipi a înjumătățit rezultatul, obținând 5 050. Învățătorul, deși surprins, a fost nevoit să recunoască corectitudinea rezultatului, iar Friedrich a scăpat de pedeapsă.

APLICĂ!

1. Calculează:

a) $45 + 76 =$

e) $55\ 468 + 321 =$

b) $123 + 321 =$

f) $826 + 30\ 124 =$

c) $697 + 356 =$

g) $235 + 1\ 156 + 325 =$

d) $1\ 027 + 2\ 143 =$

h) $584 + 146 + 3\ 025 =$

i) $1\ 126 + 30\ 174 + 0 =$

2. Calculează sumele următoare, folosind comutativitatea și asociativitatea adunării:

a) $23 + 1\ 326 + 77 + 574 =$

c) $89 + 7\ 925 + 101 + 175 =$

b) $501 + 10\ 239 + 5\ 007 =$

d) $2\ 943 + 635 + 1\ 257 + 65 =$

Indicație:

Uită-te la ultima cifră a numerelor date. Dacă adunând două dintre acestea obții 10, le poți asocia astfel și calcula mai rapid.

3. Calculează:

a) $25 + 40 + 55 + 70 + 85 + 100 + 115 + 130 =$

b) $(2\ 316 + 4\ 594) + (6\ 392 + 3\ 528) =$

c) $(217 + 383 + 2\ 015) + 999 =$

4. Dacă $a + b = 286$ și $c = 502$, calculează: $a + (b + c)$ și $(a+b)+c$.

5. Dacă $a = 2\ 357$ și $b + c = 5\ 682$, calculează: $(a + b) + c$.



6. Dacă $a + b = 389$ și $c + d = 768$, calculează: $(a + d) + (b + c)$.

7. Află suma numerelor naturale de 2 cifre identice.

8. Scrie numărul 27 ca sumă de două numere de două cifre. Câte soluții are problema?

9. Alcătuiește cu cifrele 3, 5 și 8 toate numerele de 3 cifre posibile. Află suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr natural aflat.

10. Găsește numerele naturale de două cifre nenule, care adunate cu răsturnatul lor au suma egală cu 77.

11. Suma a două numere naturale este 174. Suma dintre răsturnatele celor două numere este 156. Află cele două numere.

12. Suma a cinci numere naturale consecutive este 50. Află numerele.

13. Află cu cât se modifică suma a două numere a și b dacă:

- a) unui termen i se adaugă 300;
- b) ambilor termeni i se adaugă 300;
- c) unui termen i se adaugă 300 și celuilalt i se adaugă 100.

14. Te afli într-o localitate din Franța aflată la 875 m altitudine. De acolo șoseaua urcă încă 230 m și ajungi la o telecabină. Cu telecabina mai urci încă 650 m. La ce altitudine ai ajuns acum?

INDICIU! altitudine = înălțimea față de nivelul mării a unei așezări, vârf muntos etc.

FII ISTETI!

1. Calculează sumele:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100 =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 2\,017 =$$

$$7 + 8 + 9 + \dots + 50 =$$

