LIBRIS We know books

Gheorghe IUREA
Adrian ZANOSCHI
Gabriel POPA
Gabriela ZANOSCHI
Ioana ANTON

matematică

aritmetică
geometrie

clasa a V-a

ediția a II-a

mate 2000 – standard

Editura Paralela 45

CUPRINS

LIBRIS We know books

Cuvânt-înainte 5
TESTE INIȚIALE 7

NUMERE NATURALE

CAPITOLUL I. OPERAȚII CU NUMERE NATURALE
I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale 9
I.2. Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări 12
I.3. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți 15
I.4. Scăderea numerelor naturale 17
I.5. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii. Factor comun 19
I.6. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale 21
I.7. Împărțirea cu rest a numerelor naturale 23
Recapitulare și sistematizare prin teste 27
I.8. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural 28
I.9. Reguli de calcul cu puteri 30
I.10. Compararea puterilor 35
I.11. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2 38
I.12. Ordinea efectuării operațiilor cu numere naturale. Utilizarea parantezelor rotunde, pătrate, acolade 41
Recapitulare și sistematizare prin teste 44

CAPITOLUL II. METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR
II.1. Metoda reducerii la unitate 46
II.2. Metoda comparației 48
II.3. Metoda figurativă 51
II.4. Metoda mersului invers 54
II.5. Metoda falsei ipoteze 56
Recapitulare și sistematizare prin teste 58

CAPITOLUL III. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE
III.1. Divizor. Multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni 60
III.2. Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 10^n 64
III.3. Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9 66
III.4. Numere prime. Numere compuse 68
III.5. Aplicații ale divizibilității numerelor naturale 71
Recapitulare și sistematizare prin teste 74

LIBRIS We know books

FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

CAPITOLUL IV. FRACȚII ORDINARE

IV.1. Fracții ordinare. Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente 76
IV.2. Fracții echivalente. Compararea fracțiilor cu același numitor sau același numărător. Reprezentarea pe axă a unei fracții ordinare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție 79
IV.3. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile. Fracții reductibile. Șir de fracții egale 84
IV.4. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun 87
Recapitulare și sistematizare prin teste 90
IV.5. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare 92
IV.6. Înmulțirea fracțiilor ordinare. Puteri 95
IV.7. Împărțirea fracțiilor ordinare 97
IV.8. Fracții sau procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară 100
IV.9. Ordinea efectuării operațiilor 104
IV.10. Probleme recapitulative 106
Recapitulare și sistematizare prin teste 110

CAPITOLUL V. FRACȚII ZECIMALE

V.1. Fracții zecimale finite 113
V.2. Reprezentarea pe axă, compararea și ordonarea fracțiilor zecimale finite. Aproximări 116
V.3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale finite 120
V.4. Înmulțirea fracțiilor zecimale finite 124
V.5. Împărțirea fracțiilor zecimale finite. Media aritmetică 127
Recapitulare și sistematizare prin teste 131
V.6. Fracții zecimale periodice 132
V.7. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale 137
V.8. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții 139
V.9. Elemente de organizare a datelor 144
Recapitulare și sistematizare prin teste 149

ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI. PUNCTE. DREPTE. PLANE

VI.1. Punct. Dreaptă. Plan 151
VI.2. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte 155
VI.3. Lungimea unui segment. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de alt punct 158
Recapitulare și sistematizare prin teste 163

CAPITOLUL VII. UNGHIURI
VII.1. Unghi: definiție, notații, elemente 165
VII.2. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor 168
VII.3. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale 171
VII.4. Figuri congruente. Axă de simetrie 172
Recapitulare și sistematizare prin teste 174

CAPITOLUL VIII. UNITĂȚI DE MĂSURĂ
VIII.1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre 177
VIII.2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și aria dreptunghiului 180
VIII.3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic 183
Recapitulare și sistematizare prin teste 185

RECAPITULARE FINALĂ
TESTE DE EVALUARE 187
PROBLEME RECAPITULATIVE 193
TESTE RECAPITULATIVE 201

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI 204

LIBRIS We know books

TESTE INIȚIALE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

(2p) **1.** Calculați: $100 + 36 : 9 \cdot 4 - 108$.

(2p) **2.** Zece caiete de același fel costă 40 de lei. Aflați câți lei costă cinci dintre aceste caiete.

(1p) **3.** Calculați perimetrul unui dreptunghi, știind că lățimea sa este de 10 cm, iar lungimea sa este de două ori mai mare decât lățimea.

(1p) **4.** Calculați suma tuturor numerelor naturale de două cifre care au cifra zecilor cu 7 mai mică decât cifra unităților.

(1p) **5.** În fiecare zi dintr-o săptămână, temperatura medie a crescut cu 2°C față de ziua precedentă, iar luni temperatura medie a fost de 6°C. Aflați temperatura medie în ziua de duminică a respectivei săptămâni.

(1p) **6.** Ioana are două cutii, fiecare cu câte 12 biscuiți. Ea împarte, în mod egal, toți biscuiții cu cele două surori ale sale. Cu câți biscuiți rămâne ea?

(1p) **7.** Un vas plin cu zahăr cântărește 450 de grame. Dacă se scoate jumătate din cantitatea de zahăr, vasul și zahărul rămas cântăresc 250 de grame. Aflați câte grame cântărește vasul gol.

TESTUL 2

(2p) **1.** Calculați: $250 - 20 : (13 \cdot 9 + 3 - 118)$.

(2p) **2.** Sfertul jumătății unui număr natural este 74. Aflați numărul.

(1p) **3.** Găsiți cel mai mic număr natural cu suma cifrelor egală cu 10.

(1p) **4.** Bunica lui Mihai a început un tratament în care trebuie să ia, în total, 18 pastile, câte una la fiecare 8 ore. Mihai a socotit că tratamentul va dura exact 6 zile. A calculat el corect durata tratamentului?

(1p) **5.** Andrei avea, la un moment dat, 100 de timbre în colecția lui. Aflați câte timbre va avea el, după ce primește de la mama sa 25 de timbre și de la tatăl său triplul numărului de timbre pe care i le-a dat mama.

(1p) **6.** Aflați câți lei costă 1 kilogram de pere, știind că 2 kilograme de mere și 1 kilogram de pere costă împreună 15 lei, iar 3 kilograme de mere și 2 kilograme de pere costă, în total, 26 de lei.

(1p) 7. Maria a cumpărat 53 de flori: lalele, garoafe şi trandafiri. Dacă 33 dintre florile cumpărate nu sunt lalele, iar garoafele sunt cu trei mai multe decât trandafirii, aflaţi câte flori de fiecare fel a cumpărat Maria.

LIBRIS | We know books

TESTUL 3

(2p) 1. Determinaţi numărul natural x pentru care $70 - (1 + 4 \cdot x - 5) : 2 = 62$.

(2p) 2. Andrei are cu 50 de lei mai mult decât Bogdan. Calculaţi diferenţa dintre sumele de bani ale celor doi băieţi după ce Andrei îi dă lui Bogdan 10 lei.

(1p) 3. Pe o latură a grădinii, tata a plantat 25 de trandafiri, la distanţe egale unul de altul. Între primul şi al treilea trandafir sunt 6 metri. Aflaţi câţi metri sunt între primul şi ultimul trandafir.

(1p) 4. Trei numere naturale consecutive sunt scrise în ordine crescătoare. Determinaţi numărul din mijloc, ştiind că suma lor este egală cu 123.

(1p) 5. Calculaţi suma tuturor numerelor naturale de forma $\overline{abc}$ cu proprietatea că $a \cdot b \cdot c = 4$.

(1p) 6. Un pepene cântăreşte cât cinci banane, două banane cântăresc cât trei mere, iar un măr cât patru caise. Aflaţi câte caise cântăresc cât un pepene.

(1p) 7. Doi copii aveau împreună 34 de nuci. După ce al doilea a mâncat de două ori mai multe nuci decât primul, fiecare a rămas cu câte cinci nuci. Aflaţi câte nuci a avut fiecare dintre cei doi copii la început.

LIBRIS Welcome books

CAPITOLUL I
OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

1.1. SCRIEREA ŞI CITIREA NUMERELOR NATURALE

• Numerele naturale **se scriu** ca o succesiune de unul sau mai multe simboluri numite **cifre arabe**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O cifră se poate repeta în scrierea unui număr natural, iar prima cifră a oricărui număr natural de cel puțin două cifre este întotdeauna nenulă.

• Acest mod de scriere a unui număr natural se numeşte **sistem zecimal** (sau **scriere în baza zece**), deoarece sunt folosite 10 cifre, iar 10 unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

• Scrierea numerelor naturale în baza zece este una poziţională, întrucât valoarea unei cifre depinde de poziția ocupată de aceasta.

• Pentru un număr de două cifre folosim notația $\overline{ab}$, unde a şi b reprezintă cifre în sistem zecimal, cu $a \neq 0$. Descompunerea numărului $\overline{ab}$ în baza 10 este:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b.$$

• Pentru un număr de trei cifre folosim notația $\overline{abc}$, unde a, b şi c reprezintă cifre în sistem zecimal, cu $a \neq 0$. Descompunerea numărului $\overline{abc}$ în baza 10 este:

$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c.$$

Similar se procedează cu numere de patru sau mai multe cifre.

• Pentru a **citi** un număr natural scris în baza zece, grupăm cifrele numărului respectiv câte trei, de la dreapta la stânga; grupele formate se numesc **clase**. Fiecare clasă este compusă din unități, zeci şi sute (de la dreapta la stânga). Denumirile claselor, de la dreapta la stânga, sunt: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanelor, clasa miliardelor etc. De exemplu, numărul 257 340 198 se citeşte „două sute cincizeci şi şapte de milioane trei sute patruzeci de mii o sută nouăzeci şi opt", iar tabelul de mai jos evidențiază poziția şi denumirea fiecărei cifre.

clasa milioanelor			clasa miilor			clasa unităților		
sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
2	5	7	3	4	0	1	9	8

Probleme rezolvate

LIBRIS

1. Răsturnatul numărului natural $\overline{abcd}$, cu $d \neq 0$, este numărul natural $\overline{dcba}$. Aflați toate numerele naturale de patru cifre, știind că fiecare număr este egal cu răsturnatul său și suma cifrelor sale este egală cu 6.

Soluție: Căutăm numerele naturale $\overline{abcd}$ cu $\overline{abcd} = \overline{dcba}$, de unde $a = d$ și $b = c$. În plus, numerele $\overline{abba}$ au proprietatea că $a + b + b + a = 6$, deci $a + b = 3$. Soluțiile problemei sunt: 1221, 2112 și 3003.

2. Aflați toate numerele naturale de cinci cifre, scrise în baza zece, care au:
   - cifra unităților cu 3 mai mare decât cifra zecilor;
   - cifra miilor egală cu cea mai mare cifră pară;
   - cifra sutelor cu 2 mai mică decât cifra unităților;
   - produsul cifrelor egal cu 0;
   - toate cifrele diferite între ele.

Soluție: Căutăm numerele naturale de forma $\overline{a8bcd}$, cu $d = c + 3$, $b = d - 2$, și $a \cdot 8 \cdot b \cdot c \cdot d = 0$. Cum $b = c + 1$ și $d = c + 3$, deducem că $b \neq 0$ și $d \neq 0$. De asemenea, $a \neq 0$ (cifra de pe prima poziție), deci este necesar ca $c = 0$, de unde $b = 1$, $d = 3$, iar a poate lua oricare dintre valorile 2, 4, 5, 6, 7, 9. Numerele căutate sunt: 28103, 48103, 58103, 68103, 78103 și 98103.

Probleme propuse

1. Scrieți, în baza zece, numerele următoare:
   a) douăzeci și patru; b) nouăsprezece;
   c) patru sute cinci; d) opt sute șaisprezece;
   e) trei sute treizeci și trei; f) o mie patru;
   g) cinci mii opt sute zece; h) șapte mii trei sute patruzeci și opt.

2. Scrieți, în baza zece, numerele următoare:
   a) treizeci de mii patru sute treisprezece;
   b) cincisprezece mii două sute patruzeci și trei;
   c) șase sute opt mii opt sute șase;
   d) patru milioane șase sute șapte mii;
   e) treisprezece milioane nouă sute șase mii o sută doi;
   f) nouă sute de milioane nouă sute nouă.

3. Citiți numerele naturale de mai jos:
   a) 7; b) 19; c) 43; d) 109; e) 310; f) 925.

4. Citiți următoarele numere naturale:
   a) 1307; b) 93 002; c) 27 413; d) 123 321; e) 4 309 005; f) 28 008 200.

5. Aflați toate numerele naturale de două cifre, având cifra unităților egală cu dublul cifrei zecilor.

LIBRIS | We know books

6. Scrieți cinci numere naturale, având suma cifrelor egală cu 2.

7. Scrieți cinci numere naturale impare, diferite de 21, având suma cifrelor egală cu 3.

8. Descompuneți, în baza 10, numerele naturale:
a) 27; b) 135; c) 9148; d) 12043.

9. Descompuneți, în baza 10, numerele naturale de mai jos și efectuați calculele, acolo unde este posibil:
a) $\overline{aa}$; b) $\overline{abab}$; c) $\overline{x0yx}$; d) $\overline{xyyx}$; e) $\overline{2a3a1}$; f) $\overline{1bb20}$.

10. Scrieți numerele naturale care au următoarea descompunere în baza 10:
a) $3 \cdot 10 + 5$; b) $4 \cdot 100 + 7$;
c) $9 \cdot 100 + 3 \cdot 10$; d) $5 \cdot 10000 + 7 \cdot 100 + 1$;
e) $4 \cdot 10000 + 5 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$; f) $17 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 9$.

11. Scrieți toate numerele naturale de două cifre, formate din cifre pare distincte.

12. a) Scrieți toate numerele naturale de două cifre, care se pot forma cu cifrele 1, 2 și 3.
b) Scrieți toate numerele naturale de două cifre distincte, care se pot forma cu cifrele 7, 8 și 9.

13. Scrieți toate numerele naturale de trei cifre, cu exact două cifre egale, care se pot forma cu cifrele 0, 1 și 2.

14. Determinați numerele naturale de trei cifre, formate din trei cifre distincte, având diferența dintre cifra sutelor și cifra unităților egală cu 8.

15. Aflați toate numerele de forma $\overline{abcd}$ care îndeplinesc simultan condițiile:
a) cifra sutelor este cea mai mică cifră pară;
b) cifra unităților este cea mai mare cifră impară;
c) cifra miilor este de două ori mai mică decât cifra zecilor.

16. Determinați numerele naturale de patru cifre, care au cifra miilor egală cu 6, cifra sutelor egală cu suma dintre cifra zecilor și cifra unităților, iar cifra zecilor depășește cifra miilor.

17. Scrieți răsturnatul fiecăruia dintre numerele naturale: 12, 371, 1238, 20104, 111333, 710017.

18. Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ cu proprietatea că $\overline{abc} = \overline{cba}$ și $a + b + c = 4$.

19. Găsiți corespondența dintre cele două coloane de mai jos.

1. Număr natural cu cifra sutelor minimă, nenulă.	A. 98010
2. Număr natural cu cifra zecilor de mii egală cu cifra zecilor.	B. 98170
3. Număr natural cu suma cifrelor minimă.	C. 99018
4. Număr natural cu toate cifrele nenule.	D. 96009
5. Număr natural cu cifra miilor cu 6 mai mare decât cifra sutelor.	E. 97093
6. Număr natural cu cifra unităților maximă, pară.	F. 97217

20. Aflați câte numere naturale cuprinse între 432 și 531 conțin, în scrierea lor, cifra 3.

1.2. Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Compararea şi ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări

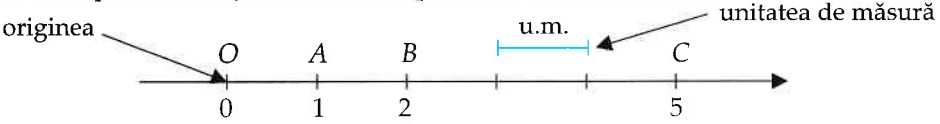
LIBRIS We know books

• **Şirul numerelor naturale** este format din numerele 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... Dacă îl excludem pe 0, obţinem şirul numerelor naturale **nenule**: 1, 2, 3, 4, 5, ...

• **Axa numerelor** este o dreaptă pe care au fost fixate: un punct O numit **origine**, un **sens de parcurgere** indicat de o săgeată (de la origine spre dreapta) şi un segment numit **unitate de măsură**.

Fiecărui număr natural n îi corespunde un punct pe axa numerelor, care se obţine măsurând exact n unităţi de măsură, de la origine spre dreapta; numărul natural n se numeşte **coordonata** punctului respectiv. Dacă punctul nou desenat pe axa numerelor este notat cu P, atunci scriem $P(n)$ şi citim „punctul P de coordonată n". Originea are coordonata 0 şi notăm $O(0)$.

În exemplul de mai jos am desenat punctele $A(1)$, $B(2)$ şi $C(5)$.



Unitatea de măsură se alege în mod convenabil, în acord cu ordinul de mărime al numerelor pe care trebuie să le reprezentăm pe axă.

• Două numere naturale se numesc **numere consecutive** dacă urmează unul după celălalt în şirul numerelor naturale; vom nota, în general, numerele consecutive cu n şi $n + 1$. În acest caz, $n + 1$ se numeşte **succesorul** lui n, iar n se numeşte **predecesorul** lui $n + 1$.

• **Compararea numerelor naturale**. A compara două numere naturale înseamnă a stabili dacă ele sunt egale sau, în caz contrar, care dintre ele este mai mare. Semnele folosite în compararea numerelor naturale sunt: $=, <, >, \leq, \geq$.

Reguli pentru compararea numerelor naturale:

1. Dacă două numere naturale au număr diferit de cifre, este mai mare numărul cu mai multe cifre.

2. Dacă două numere naturale au acelaşi număr de cifre, atunci comparăm cifrele de acelaşi ordin, de la stânga la dreapta; în acest caz, este mai mare numărul la care întâlnim prima cifră mai mare; dacă toate cifrele de acelaşi ordin sunt egale, atunci şi numerele sunt egale.

Dintre două numere naturale reprezentate pe axă, numărul mai mare este cel reprezentat în dreapta celuilalt.

Pentru numerele naturale a, b şi c, sunt utile următoarele proprietăţi:

- Dacă $a \leq b$ şi $b \leq a$, atunci $a = b$.
- Dacă $a \leq b$ şi $b \leq c$, atunci $a \leq c$.
- Dacă $a \neq b$, atunci $a < b$ sau $a > b$.
- Dacă $a < b$, atunci $a + 1 \leq b$.

LIBRIS We know books

Ordonarea crescătoare (sau **descrescătoare**) a unui şir de numere naturale înseamnă scrierea numerelor din şirul respectiv de la cel mai mic la cel mai mare (sau de la cel mai mare la cel mai mic).

• Uneori nu este necesar să utilizăm toate cifrele unui număr natural. În practică apare nevoia de a **aproxima** numerele naturale, adică folosirea în locul numărului natural dat, a unui alt număr „apropiat" de el. Există trei tipuri de **aproximări** ale numerelor naturale: **prin lipsă**, **prin adaos** sau **prin rotunjire**; pentru fiecare dintre ele trebuie precizat ordinul la care se face aproximarea (zeci, sute, mii etc.).

Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.), mai mic sau egal cu numărul respectiv.

Aproximarea prin adaos a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.), mai mare decât numărul respectiv.

Rotunjirea unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este aproximarea la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.), prin lipsă sau prin adaos, cea mai apropiată de numărul dat. În cazul în care cele două aproximări sunt la fel de apropiate de număr, rotunjirea se consideră a fi aproximarea prin adaos.

Exemplu. Aproximări ale numărului natural 427 536:

	prin lipsă	prin adaos	prin rotunjire
la ordinul zecilor	427 530	427 540	427 540
la ordinul sutelor	427 500	427 600	427 500
la ordinul miilor	427 000	428 000	428 000
la ordinul zecilor de mii	420 000	430 000	430 000

Probleme rezolvate

1. Considerăm punctele $A(42)$, $B(24)$, $C(40)$, $D(31)$, $E(50)$, reprezentate pe axa numerelor.

a) Stabiliți ordinea punctelor date pe axa numerelor.

b) Justificați cu ajutorul reprezentării pe axa numerelor care este rotunjirea la zeci a numărului 42.

Soluție: a) Ordinea punctelor pe axa numerelor este dată de ordinea crescătoare a coordonatelor lor. Astfel, de la stânga la dreapta, punctele reprezentate sunt: B, D, C, A, E.

b) Observăm din reprezentarea punctelor C, A şi E pe axa numerelor că punctul $A(42)$ este mai aproape de punctul $C(40)$ decât de punctul $E(50)$. Întrucât numerele 40 şi 50 sunt formate numai din zeci, decidem că 40 este rotunjirea la zeci a numărului 42.

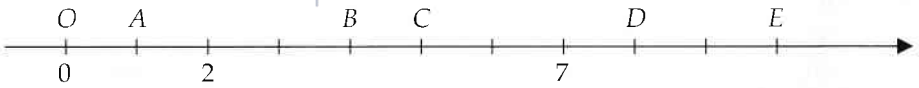
2. Aflați numerele naturale de trei cifre a căror aproximare prin lipsă la sute este egală cu 200 şi care sunt mai mari decât răsturnatele lor.

Soluție: Numerele sunt de forma $\overline{2xy}$ cu $\overline{2xy} > \overline{yx2}$, de unde $y = 1$ şi x poate lua orice valoare de la 0 la 9. Soluțiile problemei sunt: 201, 211, 221, ..., 291.

Probleme propuse

LIBRIS Wolters books

1. Care sunt numerele naturale care corespund punctelor A, B, C, D şi E reprezentate pe axa numerelor de mai jos.



2. În figura următoare sunt reprezentate, pe axa numerelor, punctele $V(15)$ şi $W(45)$. Reprezentaţi pe această axă punctele $S(10)$, $T(30)$, $U(50)$ şi $R(25)$.



3. Scrieţi în ordine descrescătoare numerele naturale 440, 404, 444, 441, 405 şi 445.

4. Stabiliţi care dintre următoarele afirmaţii sunt adevărate:
   a) $37 < 37$; b) $49 = 49$; c) $93 \geq 90$;
   d) $127 \leq 127$; e) $400 < 401$; f) $1024 > 1042$.

5. Comparaţi numerele naturale a şi b în fiecare din următoarele cazuri:
   a) $a = 1234$, $b = 1243$; b) $a = 10011$, $b = 1011$; c) $a = 1003$, $b = 1003$;
   d) $a = 21735$, $b = 27135$; e) $a = 57734$, $b = 5774$; f) $a = 2021$, $b = 2012$.

6. Folosind fiecare dintre cifrele 0, 2 şi 3 cel puţin o dată şi nicio altă cifră, scrieţi:
   a) cel mai mic număr natural de trei cifre;
   b) cel mai mic număr natural de patru cifre;
   c) cel mai mare număr natural de cinci cifre;
   d) cel mai mic număr impar, mai mare decât 3200;
   e) cel mai mare număr par, mai mic decât 3200.

7. a) Scrieţi cel mai mic număr natural de forma $\overline{abac}$, având cifrele a, b şi c distincte.
   b) Scrieţi cel mai mare număr natural de forma $\overline{abca}$, având cifrele a, b şi c distincte.

8. Scrieţi în ordine crescătoare toate numerele pare cuprinse între $\overline{1a21}$ şi $\overline{1a38}$.

9. Determinaţi:
   a) aproximarea prin lipsă la sute a numărului 3407;
   b) aproximarea prin adaos la zeci a numărului 8522;
   c) rotunjirea la sute a numărului 7748;
   d) aproximarea prin adaos la mii a numărului 9325;
   e) aproximarea prin lipsă la zeci de mii a numărului 271573;
   f) rotunjirea la zeci a numărului 51815.

10. Aflaţi câte numere naturale cuprinse între 51436 şi 51546 au rotunjirea la sute egală cu 51500.

11. a) Determinaţi cel mai mic număr natural de forma $\overline{abc}$, a cărui rotunjire la zeci este 320.

LIBRIS We know books

b) Determinați numerele naturale de forma $\overline{abcd}$, a căror aproximare prin adaos la sute este 4700 și care au suma cifrelor succesorului lor mai mică decât suma cifrelor lor.

12. Aflați toate valorile posibile ale sumei a patru numere naturale consecutive, știind că unul dintre termeni este 29.

13. Pe o parte a străzii pe care a locuit Gauss, casele sunt numerotate cu numere pare consecutive. Dincolo de casa lui Gauss, până la capătul străzii, sunt 37 de case, iar penultima casă are numărul 126. Aflați ce număr are prima casă de lângă cea a lui Gauss, dintre cele 37.

14. Elevii de la școala Hogwarts locuiesc în camere de o persoană numerotate astfel: 29, 34, 39, 44, 49, ... Fiind ultimul sosit, Harry primește ultima cameră, al cărei număr coincide cu cel mai mare număr impar de trei cifre, care nu depășește 200. Aflați câți colegi are Harry.

15. Predecesorul numărului natural $\overline{1xx}$ are suma cifrelor egală cu 12. Aflați valoarea cifrei x.

16. Aflați valorile cifrei a pentru care $\overline{a493} < 4499$.

17. Comparați numerele naturale $\overline{2ab1}$ și $\overline{235b}$.

18. Ordonați crescător numerele $a = \overline{1x35}$, $b = \overline{x130}$, $c = \overline{1xx5}$ și $d = \overline{5x3x}$.

19. Aflați câte numere naturale de două cifre sunt mai mici decât răsturnatele lor.

20. Aflați câte numere naturale cuprinse între 601 și 678 au exact două cifre identice.

I.3. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți

1. Rezultatul adunării a două numere naturale se numește **sumă**, iar numerele care se adună se numesc **termenii adunării**:

$$\underbrace{12}_{\text{termen}} + \underbrace{232}_{\text{termen}} = \underbrace{244}_{\text{sumă}}.$$

2. Proprietățile adunării numerelor naturale.

P1. Adunarea este **comutativă**: $a + b = b + a$, oricare ar fi numerele naturale a și b.

P2. Adunarea este **asociativă**: $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi numerele naturale a, b și c.

P3. Numărul natural 0 este **element neutru** pentru adunare: $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi numărul natural a.

Probleme rezolvate

1. Folosind proprietățile adunării numerelor naturale, calculați $73 + 159 + 27 + 41$.

Soluție: Având în vedere că adunarea este comutativă și asociativă, putem să scriem: $73 + 159 + 27 + 41 = (73 + 27) + (159 + 41) = 100 + 200 = 300$.

2. Determinați numerele naturale a, b, c, d, e, f, g, h și i, din tabelul de mai jos, astfel încât suma numerelor din oricare trei căsuțe vecine să fie egală cu 18.

7	a	b	c	d	e	f	g	3	h	i

LIBRIS We know books

Soluție: Din relațiile $7 + a + b = a + b + c$, $c + d + e = d + e + f$ și $f + g + 3 = g + 3 + h$, rezultă că $7 = c = f = h$. Analog demonstrăm că $a = d = g = i$ și $b = e = 3$. De aici, având în vedere că $7 + a + b = 18$, rezultă că $a = 8$. Prin urmare, $a = d = g = i = 8$, $b = e = 3$ și $c = f = h = 7$.

Probleme propuse

1. Calculați:
   a) $8 + 7$; b) $16 + 4$; c) $25 + 85$; d) $130 + 74$; e) $231 + 769$; f) $1072 + 35428$.

2. Folosind proprietățile adunării numerelor naturale (comutativitatea și asociativitatea), calculați:
   a) $45 + 55 + 100$;
   b) $53 + 126 + 274$;
   c) $13 + 29 + 87$;
   d) $1149 + 23 + 51$;
   e) $72 + 123 + 28 + 77$;
   f) $19 + 15 + 124 + 41 + 76 + 35$.

3. Fie a, b și c trei numere naturale cu proprietățile $a + b = 128$ și $b + c = 432$. Calculați:
   a) $a + b + 27$;
   b) $62 + b + a$;
   c) $b + 1000 + c$;
   d) $a + 2b + c$.

4. Doi frați gemeni împlinesc anul acesta 12 ani. Determinați suma vârstelor celor doi frați peste opt ani.

5. Ilinca și-ar dori de ziua ei o carte și o rochie. Cartea costă 45 de lei, iar rochia costă cu 324 de lei mai mult decât cartea. Câți lei au plătit părinții pentru cadoul Ilincăi?

6. Tudor a văzut într-un magazin de jucării șapte mașini care îi plac foarte mult, având prețurile: 12 lei, 43 lei, 23 lei, 27 lei, 51 lei, 35 lei, respectiv 32 lei. Care este numărul maxim de mașini diferite pe care le poate cumpăra Tudor cu 100 de lei?

7. Andrei a citit o carte în șapte zile. În prima zi, el a citit 24 de pagini și în fiecare dintre următoarele șase zile a citit cu câte 12 pagini mai mult decât în ziua precedentă. Aflați câte pagini are cartea pe care a citit-o Andrei.

8. Determinați suma a cinci numere consecutive, știind că numărul din mijloc este 15.

9. a) Determinați toate numerele naturale de două cifre care au suma cifrelor egală cu 14.
   b) Determinați toate numerele naturale de trei cifre care au suma cifrelor egală cu 3.

10. Se consideră sumele: $a = 1 + 2 + 3 + \ldots + 19 + 20$ și $b = 20 + 19 + 18 + \ldots + 2 + 1$.
    a) Calculați $a + b$.
    b) Utilizând rezultatul de la punctul a) și faptul că $a = b$, aflați valoarea sumei a.

11. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, are loc egalitatea:
$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = n(n + 1) : 2.$$
(Puteți folosi metoda de la problema precedentă.)