



CUPRINS

Partea I. Elemente de algebră	4
Capitolul 1. Grupuri	4
1. Lege de compoziție internă, tabla operației	4
1.1. Noțiuni recapitulative	4
1.2. Definiție. Exemple	6
1.2.1. Notații pentru o lege de compoziție	6
1.2.2. Parte stabilă. Lege de compoziție indușă	8
1.2.3. Lege de compoziție internă	9
1.3. Tabla unei legi de compoziție (tabla lui Cayley)	11
1.4. Proprietăți ale operațiilor algebrice	13
1.4.1. Asociativitatea	14
1.4.2. Elementul neutru	17
1.4.3. Elementele simetrizabile	20
1.4.4. Comutativitatea	23
2. Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, \mathbb{Z}_n	26
2.1. Definiții și exemple	26
2.1.1. Grupuri numerice	26
2.1.2. Grupuri de funcții	27
2.2. Reguli de calcul într-un grup	29
2.2.1. Simplificarea la stânga și la dreapta într-un grup	29
2.3. Grupuri de permutări	30
2.4. Grupuri de resturi modulo n (\mathbb{Z}_n)	31
2.5. Grupuri de matrice	32
3. Morfisme și izomorfisme de grupuri	35
Teste pentru verificarea cunoștințelor	39
CAPITOLUL 2. Inele și corpuri	40
1. Inel, exemple: inele numerice ($\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_n , inele de matrice, inele de funcții reale	40
1.1. Exemple de inele de numerice	41
1.2. Exemple de inele de matrice	43
1.3. Inelul claselor de resturi modulo n	45
1.4. Exemple de inele de funcții	45
2. Corp, exemple: corpuri numerice ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_p (p prim)	47
Teste pentru verificarea cunoștințelor	51
CAPITOLUL 3. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p, p$ prim)	52
1. Forma algebraică a unui polinom; operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar)	52
1.1. Definiții și exemple	52
1.2. Egalitatea a două polinoame	52
1.3. Gradul unui polinom	53
1.4. Operații cu polinoame	54
1.4.1. Adunarea polinoamelor	54
1.4.2. Scăderea polinoamelor	55
1.4.3. Înmulțirea polinoamelor	56

2. Teorema împărțirii cu rest; împărțirea cu $X - a$; schema lui Horner	59
2.1. Teorema împărțirii cu rest a polinoamelor	59
2.2. Valoarea unui polinom	62
2.3. Valoarea sumei a două polinoame și valoarea produsului a două polinoame	63
2.4. Funcția polinomială asociată unui polinom	63
2.5. Rădăcina unui polinom	64
2.6. Împărțirea cu $X - a$, unde $a \in \mathbb{C}$, teorema restului	64
2.7. Schema lui Horner	65
3. Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout, c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unui polinom în factori ireductibili	68
3.1. Divizibilitatea polinoamelor	68
3.2. Teorema lui Bézout	69
3.3. Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.) și cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) al polinoamelor	70
3.3.1. Noțiuni pregătitoare	70
3.3.2. Cel mai mare divizor comun a două polinoame (c.m.m.d.c.)	71
3.3.3. Cel mai mic multiplu comun a două polinoame (c.m.m.m.c.)	73
3.4. Descompunerea unui polinom în factori ireductibili	74
4. Rădăcini ale polinoamelor; relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 4	78
4.1. Rădăcini complexe ale polinoamelor	78
4.2. Relațiile între rădăcinile și coeficienții unui polinom sau relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 4	79
4.2.1. Relațiile lui Viète pentru polinoame de grad 2	79
4.2.2. Relațiile lui Viète pentru polinoame de grad 3	81
4.2.3. Relațiile lui Viète pentru polinoame de grad 4	84
5. Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate	86
5.1. Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$	86
5.1.1. Ecuații cu coeficienți în inelul întregilor \mathbb{Z}	86
5.1.2. Ecuații cu coeficienți în inelul numerelor raționale \mathbb{Q}	89
5.1.3. Ecuații cu coeficienți în inelul numerelor reale \mathbb{R}	90
5.1.4. Ecuații cu coeficienți în inelul numerelor complexe \mathbb{C}	91
5.2. Ecuații binome	92
5.3. Ecuații bipătrate	95
5.4. Ecuații reciproce	97
Teste pentru verificarea cunoștințelor	100

Partea a II-a. Elemente de analiză matematică

Capitolul 1. Probleme care conduc la noțiunea de integrală	102
1. Noțiuni introductive	102
2. Aria triunghiului	103
3. Aria segmentului de parabolă	104
Capitolul 2. Primitive (antiderivate)	106
1. Continuitatea și derivabilitatea funcțiilor (recapitulare)	106
1.1. Definiții și exemple	106

1.2. Operații cu funcții continue. Suma sau diferența a două funcții derivabile	112
2. Primitiva unei funcții: definiții și exemple	114
2.1. Definiția primitivei și exemple	114
3. Integrala nedefinită a unei funcții continue; definiții, exemple	117
4. Primitive uzuale	118
5. Proprietăți ale integralelor nedefinite; proprietatea de liniaritate	120
<i>Teste pentru verificarea cunoștințelor</i>	123
Capitolul 3. Integrala definită	124
1. Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz-Newton	124
1.1. Definirea integralei Riemann a unei funcții continue	124
1.2. Formula Leibniz-Newton	125
2. Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare	127
3. Metode de calcul ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă	128
3.1. Integrarea prin părți	129
3.1.1. Integrarea prin părți a primitivelor	129
3.1.2. Integrarea prin părți a integralelor definite	132
3.2. Integrarea prin schimbare de variabilă a funcțiilor compuse	133
3.3. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, grad $Q \leq 4$, prin metoda descompunerii în fracții simple	141
<i>Teste pentru verificarea cunoștințelor</i>	149
Capitolul 4. Aplicații ale integralei definite	150
1. Subgrafic, definiție. Interpretarea geometrică a integralei definite a unei funcții pozitive	150
2. Aria unei suprafețe plane (mărginită de curbe)	152
3. Volumul unui corp de rotație	154
<i>Teste pentru verificarea cunoștințelor</i>	158
Partea a III-a. Pregătire pentru examenul de bacalaureat	159
1. Teme de sinteză	160
<i>Tema 1: Grupuri</i>	160
<i>Tema 2: Inele și corpuși</i>	166
<i>Tema 3: Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ</i> ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p$, p prim)	168
<i>Tema 4: Primitive (antiderivate)</i>	172
<i>Tema 5: Integrala definită</i>	176
<i>Tema 6: Aplicații ale integralei definite</i>	180
2. Teste pregătitoare pentru examenul de bacalaureat	184
Indicații și răspunsuri	201