

Marius PERIANU
Ioan BALICA
Paula BALICA

ESENȚIAL

Matematică

clasa a VII-a

II

ALGEBRĂ

Cap. 1 – Calculul algebric

1.1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	7
1.2. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	11
1.3. Ridicarea la putere cu exponent întreg a numerelor reale reprezentate prin litere	16
<i>Teste de evaluare</i>	21
1.4. Formule de calcul prescurtat	25
1.5. Metode de descompunere în factori	32
<i>Teste de evaluare</i>	42
1.6. Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{Q}$	45
<i>Test de evaluare</i>	48
1.7. Probleme cu caracter aplicativ	51

Cap. 2 – Ecuații și inecuații

2.1. Relația de egalitate în mulțimea numerelor reale. Proprietăți	55
2.2. Ecuații de gradul I cu o necunoscută. Ecuații reducibile la ecuații de gradul I cu o necunoscută	58
<i>Teste de evaluare</i>	64
2.3. Relația de inegalitate \leq pe mulțimea numerelor reale. Proprietăți ale relației de inegalitate. Inegalități algebrice	67
2.4. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($<$, \geq , \leq) cu $a, b \in \mathbb{R}$ și $x \in \mathbb{Z}$	71
<i>Teste de evaluare</i>	75
2.5. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor	79
<i>Teste de evaluare</i>	82
2.6. Probleme cu caracter aplicativ	85

Cap. 3 – Elemente de organizare a datelor

3.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan	89
3.2. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	93
<i>Teste de evaluare</i>	97
3.3. Probabilitatea realizării unor evenimente	101
<i>Teste de evaluare</i>	104
3.4. Probleme cu caracter aplicativ	107

Cap. 4 – Relații metrice în triunghiul dreptunghic

4.1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii.....	111
4.2. Teorema catetei.....	114
4.3. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora.....	117
<i>Teste de evaluare</i>	122
4.4. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic.....	125
4.5. Ariile poligoanelor studiate.....	130
<i>Teste de evaluare</i>	137
4.6. Probleme cu caracter aplicativ	141

Cap. 5 – Cercul

5.1. Elemente în cerc. Coardă, arc, unghi la centru.....	145
5.2. Unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc.....	149
5.3. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc	154
<i>Teste de evaluare</i>	158
5.4. Poligoane regulate	161
5.5. Lungimi și arii în cerc	164
<i>Teste de evaluare</i>	166
5.6. Probleme cu caracter aplicativ	169

Cap. 6 – Subiecte pentru evaluările finale

6.1. Variante de subiecte pentru teză.....	173
6.2. Variante de subiecte pentru evaluarea finală.....	176

Soluții	183
----------------------	------------

CAPITOLUL 1

Calcul algebric

- 1.1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere
- 1.2. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere
- 1.3. Ridicarea la putere cu exponent întreg a numerelor reale reprezentate prin litere

Teste de evaluare

- 1.4. Formule de calcul prescurtat
- 1.5. Metode de descompunere în factori
 - 1.5.1. Metoda factorului comun
 - 1.5.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat
 - 1.5.3. Metode combinate de descompunere în factori

Teste de evaluare

- 1.6. Ecuația de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$

Teste de evaluare

- 1.7. Probleme cu caracter aplicativ

Proprietățile adunării numerelor reale

1. Asociativitatea: $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}$.
2. Comutativitatea: $a + b = b + a$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.
3. 0 (zero) este elementul neutru: $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
4. Suma oricărui două numere opuse a și $-a$ este egală cu 0: $a + (-a) = -a + a = 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

Observație. Suma dintre două numere reale a și opusul numărului real b se numește diferența numerelor reale a și b și se notează cu $a - b$. Așadar, $a + (-b) = a - b$.

Tema 1.1.

Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere

Știm că $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = (2+7)\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$. În general, $2a + 7a = (2+7)a = 9a$ unde a este un număr real. Numerele $2a$ și $7a$ se numesc *termenii* sumei $2a + 7a$, iar numerele 2 și 7 poartă numele de *coeficienții* lui a . În suma $3x + 2y$ numerele reale 3 și 2 se numesc *coeficienți*, iar x și y reprezintă *partea literală*.

O *sumă algebrică* este o sumă în care unele numere reale sunt reprezentate prin litere. Termenii *asemenea* ai unei sume algebrice sunt acei termeni în care apar aceleași litere ridicate la aceleași puteri.

Exemplu. În suma algebrică $7a - 2xy^2 - 4a + \sqrt{5} + 0,9xy^2 + 11\sqrt{5} + 5a$ sunt asemenea următorii termeni:

- $7a$ cu $-4a$ și cu $5a$, a căror sumă este $a(7 - 4 + 5) = 8a$;
- $-2xy^2$ cu $0,9xy^2$, a căror sumă este $xy^2(-2 + 0,9) = -1,1xy^2$;
- $\sqrt{5}$ cu $11\sqrt{5}$, a căror sumă este $\sqrt{5}(1+11) = 12\sqrt{5}$.

Adunând termenii asemenea, se spune că *se reduc termenii asemenea*, iar suma inițială este egală cu $8a - 1,1xy^2 + 12\sqrt{5}$.

Exerciții. Reduceți termenii asemenea din următoarele sume algebrice:

- a) $-7x + 12z^2 - 6xy + 9z^2 + 20x + 6xy + z^2$;
 b) $14x - 14y + 12z^2 - 14x + 6y - 8z^2 + 8y - 3z^2$;

Rezolvare. Folosind proprietățile de asociativitate și comutativitate, avem:

- a) $-7x + 20x + 12z^2 + 9z^2 + z^2 - 6xy + 6xy = (-7 + 20)x + (12 + 9 + 1)z^2 + (-6 + 6)xy = 13x + 22z^2$.
 b) $14x - 14y + 12z^2 - 14x + 6y - 8z^2 - 10x + 8y - 3z^2 = 14x - 14x + (-14 + 6 + 8)y + (12 - 8 - 3)z^2 = z^2$.

Proprietățile adunării numerelor reale

1. Asociativitatea: $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}$.
2. Comutativitatea: $a + b = b + a$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.
3. 0 (zero) este element neutru: $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
4. Suma oricăror două numere opuse a și $-a$ este egală cu 0: $a + (-a) = -a + a = 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

Observație. Suma dintre numărul real a și opusul numărului real b se numește *diferența* numerelor reale a și b și se notează cu $a - b$. Așadar, $a + (-b) = a - b$.

CUNOAȘTERE ȘI EXERSARE

1. În următoarele sume algebrice, subliniați termenii asemenea, conform modelului:

a) $\underline{2x} + \underline{3y} + \underline{6x} - \underline{3y}$;	b) $4x - 2y + y + 3x$;	c) $3a - 4b + 4b - a$;
d) $6m + 6p + m + 7p$;	e) $3c + 4x + 5c - x + 6c$;	f) $7b - z + 3b - 4z + b$.

2. Completați următorul tabel:

Suma algebrică	$2x + 4y$	$7x - y$	$5y + x$	$17x$	$-2,5y + 0, (3)y$
Coefficientul lui x			1		
Coefficientul lui y		-1		0	

3. Completați următorul tabel:

Termenul	$6x$	$-4a$	$3,5b$	$\frac{3}{4}y$	$7xy$	$-3xy^2$	$-a^2b^2$	$3x^3$
Opusul termenului								

4. Reduceți termenii asemenea:

a) $8x - 6x =$	b) $5x + 3x - 6x =$	c) $5x + 2x - 4x =$
d) $6x - x = 5x$	e) $8x + 9x + 10x =$	f) $11x - x - 10x =$

5. Reduceți termenii asemenea:

a) $7a - 2a + 3a + 12a =$	b) $8b + 4b - b + 2b + b =$
c) $11c + 2c + 30c - 19c =$	d) $16d + 13d + 25d - 18d =$

6. Efectuați:

a) $(5x + 2x) - (3x + 4x) =$									
b) $7a - (2a + 3a) + (4a - a) =$									
c) $13y + (3y - 2y) - 2y =$									
d) $(16b - b) - (20b - 10b) =$									

7. Efectuați:

a) $4x - 5x + 8x - 11x - 20x =$									
b) $3x - (x + 4x) + 12x - 15x =$									
c) $12y + (4y - 7y) - (-2y) =$									
d) $(22a - 30a) + (18a - 20a) + 10a =$									

8. Efectuați:

a) $25x^2 + 10x^2 - 3x^2 + 8x^2 =$									
b) $(14x^2 - 6x^2) - (2x^2 + 4x^2) + 12x^2 =$									
c) $x^2 + 2x^2 + (3x^2 + 4x^2 - 5x^2) + 6x^2 =$									

ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

9. Efectuați:

a) $x + 3y + 4x - 2y + x$;

b) $4x - x + 5y + 3x - 4y$;

c) $7a + 3b + a - 6b + b - 2a$;

d) $15a + 3c - 6c + 5a + 3c - 2a$.

Rezolvare. b) $\underline{4x} - \underline{x} + \underline{5y} + \underline{3x} - \underline{4y} = (4x - x + 3x) + (5y - 4y) = 6x + y$.

10. Calculați:

a) $(2x - y) + (3x + 4y) - x$;

b) $(7x + 2a) - (3a - x) + (-x + a)$;

c) $(a + 2b) - (a - 2b) - 4b$;

d) $(15c - 14d) + (15d - 14c) - (c + d)$.

Rezolvare. b) $(7x + 2a) - (3a - x) + (-x + a) = 7x + 2a - 3a + x - x + a = 7x$.

11. Calculați:

a) $3a + b + 2c - 2a + 2b - c + a$;

b) $4x - 2a + 2x + 3b + x + 4a + 5b$;

c) $6a + 5m - 3n + 5m - 6a + 3n$;

d) $12x - 3z + 4y + 2x + z - y + 2z - 3y$.

12. Calculați:

a) $4x^2 - 3a^2 + 6x^2 + a^2 - 2x^2$;

b) $6x^2 - 4y^2 - x^2 + 3y^2 + x^2 + y^2$;

c) $-3a^2 + 2b^2 + a^2 - b^2 + 4a^2$;

d) $m^2 + 2m^2 + 6n^2 + m^2 - 3n^2$.

Rezolvare. a) $\underline{4x^2} - \underline{3a^2} + \underline{6x^2} + \underline{a^2} - \underline{2x^2} = 8x^2 - 2a^2$.

13. Efectuați:

a) $2,5x + 3,7y - 1,6x + 0,3y + 0,1x$;

b) $2,6a + 3b - 1,7a - 0,3b + 0,1a$;

c) $1,2x - 0,4b + b + 0,8x - 0,6b$;

d) $0,25x - 1,1y + 0,25x + y + 0,5x$.

14. Efectuați:

a) $\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6}\right) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x\right)$;

b) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}x + \frac{7}{12}x + \frac{1}{2}x$;

c) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{5} - \frac{4x}{10} + \frac{7x}{3} - x + \frac{x}{3}$;

d) $\frac{26}{5}x - \frac{1}{2}x + \frac{7}{3}x - \frac{7}{6}x + \frac{18}{10}x$.

Indicație. a) $\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x, \frac{x}{3} = \frac{1}{3}x, \dots$

15. Calculați:

a) $4\frac{1}{4}x + 2\frac{1}{5}a + 6\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}a - \frac{7}{10}a - 8\frac{1}{3}x - \frac{5}{12}x$;

b) $2\frac{5}{6}x - \left(-\frac{1}{5}x\right) - 3\frac{1}{8}y + 5x + \left(-2\frac{1}{5}y + \frac{3}{4}y\right) - \left(\frac{1}{30}x - \frac{13}{40}y\right)$;

c) $\left(-4\frac{1}{6}x^2 + 1\frac{1}{2}x^2\right) + \left(2\frac{1}{3}x^2 + 3\frac{3}{4}x^2\right) + \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x^2\right);$

d) $1\frac{5}{18}a^2 - \left[\left(\frac{23}{54}a^2 - \frac{4}{27}a^2\right) - \left(\frac{11}{36}a^2 - \frac{1}{9}a^2\right)\right] - \frac{7}{36}a^2.$

16. Calculați:

a) $3\sqrt{2x} + 4\sqrt{2x} - 5\sqrt{2x} + 7\sqrt{2x};$

b) $\sqrt{50x} + \sqrt{32x} - \sqrt{72x} + \sqrt{128x};$

c) $\sqrt{12x} + \sqrt{27x} - \sqrt{75x} + \sqrt{108x} + \sqrt{48x};$

d) $\sqrt{20x} + \sqrt{125x} + \sqrt{45x} - \sqrt{180x} + \sqrt{320x}.$

17. Calculați:

a) $3\sqrt{6x} + 4\sqrt{5x} - 5\sqrt{6x} + 7\sqrt{5x};$

b) $\sqrt{28x} + \sqrt{63x} - \sqrt{20x} + \sqrt{45x};$

c) $(2\sqrt{24} + \sqrt{54})a - \sqrt{44a} + (2\sqrt{6} + \sqrt{96})a + \sqrt{99a};$

d) $3\sqrt{6a} + (2\sqrt{150} - \sqrt{54})a + (\sqrt{192} - 2\sqrt{75})b + 7\sqrt{3b} - 10\sqrt{6a}.$

18. Fie numerele: $A = 2x - 3$, $B = 4x - 7$ și $C = 6x - 5$. Calculați:

a) $A + B;$

b) $A - B;$

c) $A + B + C;$

d) $A + (B - C);$

e) $-A + B - C;$

f) $(A - B) + (B - C) + (C - A).$

19. Considerăm numărul $N = (3x^2 + y^2) - (x^2 + 1) + (1 - y^2).$

a) Calculați N , dacă $x = 2$ și $y = -4$;

b) Arătați că $N \geq 0$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}.$

20. Fie $A = (5 + 0,25x^2) - (2,5x^2 + 2,75) - (2,25 - 3,25x^2).$ Arătați că A este pătrat perfect, pentru orice valori ale numărului natural $x.$



APROFUNDARE ȘI DEZVOLTARE

21. Dacă $x + 2y = 5$ și $2x + y = 3$, calculați:

a) $3x + 3y;$

b) $y - x;$

c) $4x + 5y;$

d) $7x + 5y.$

22. Efectuați:

a) $x + 2x + 3x + \dots + 9x;$

b) $x + 2x + 3x + \dots + 25x;$

c) $x^2 + 2x^2 + 3x^2 + \dots + 100x^2.$

23. Dacă $x + 2y - 5 = 0$, calculați $(3x + 6y - 14)^{1000}.$

24. Scrieți numărul $N = (4a^2 + 3b^2) - (3a^2 + 2b^2 + 8) + (12 - b^2)$ ca sumă de două pătrate.

Testul 1

(3p) 1. Calculați: **a)** $x + 2x - 5x + 8x$; **b)** $x^3 : x^2 + 3x$; **c)** $(x+1)(x+3)$.

(2p) 2. Efectuați, respectând ordinea efectuării operațiilor:

$$(x+1)(x^2-2) - 2x^2(x-1) + x(x+1).$$

(1p) 3. Dacă $x + y = 3$, calculați valoarea numărului:

$$a = 2(x+y) + 3(x+y)^2 + 4(x+y)^3.$$

(1p) 4. Arătați că $a = 2$, oricare ar fi numărul real x , unde

$$a = 2(x^2 - 3x + 1) - (2x+1)(x-1) + 5x - 1.$$

(1p) 5. Calculați $a \cdot b$, unde

$$a = 0,25x \cdot 2x + 2x^2 \cdot 1,75 - 4x \cdot 1,25x \text{ și}$$

$$b = 2,4x^3 : (2x) - 0,6x^4 : (3x^2) + 3x : (0,5x).$$

(1p) 6. Aflați aria unui pătrat care are perimetrul egal cu $8x$, unde $x \in \mathbb{N}^*$.

NOTĂ: Timp de lucru 50 minute. Se acordă un punct din oficiu.

Testul 2

(3p) 1. Calculați: **a)** $2x - x + 8x - 6x$; **b)** $4x^5 : (2x^3) - 2x \cdot x$; **c)** $(x+1)(x-2)$.

(2p) 2. Efectuați, respectând ordinea efectuării operațiilor:

$$(x-3)(x^2+1) - x(x^2+2x) + x^2(x-2).$$

(1p) 3. Dacă $x - y = 2$, calculați valoarea numărului:

$$a = 3(x-y) + 5(x-y)^2 - 2(x-y)^3.$$

(1p) 4. Arătați că $b = 3$, oricare ar fi numărul real x , unde

$$b = 3(x^3 - x^2 + 2x) - (x^2+1)(3x-1) + 2x(x-1) - x + 2.$$

(1p) 5. Calculați $a \cdot b$, unde

$$a = 1,5x^2 \cdot 2x - 3x^3 \cdot 1,25 + 6x^4 : (4x) + (0,5x)^2 \cdot x \text{ și}$$

$$b = (0,1x)^2 \cdot (10x) : x^2 + 0,3x \cdot 3.$$

(1p) 6. Aflați aria unui pătrat care are perimetrul egal cu $12xy$, unde $x, y \in \mathbb{N}^*$.

NOTĂ: Timp de lucru 50 minute. Se acordă un punct din oficiu.