

Marius Perianu
Cătălin Stănică
Ștefan Smărândoiu

matematică
clasa a V-a

Unitatea I – Operații cu numere naturale	9
Lecția 1 – Scrierea și citirea numerelor naturale	10
Lecția 2 – Reprezentarea pe axa numerelor, Compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări	14
Lecția 3 – Adunarea numerelor naturale	18
Lecția 4 – Scăderea numerelor naturale	23
Lecția 5 – Înmulțirea numerelor naturale	27
Lecția 6 – Factor comun	32
Evaluare	34
Lecția 7 – Împărțirea cu rest 0 a numerelor naturale	35
Lecția 8 – Împărțirea cu rest a numerelor naturale	39
Lecția 9 – Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural	42
Lecția 10 – Reguli de calcul cu puteri	46
Lecția 11 – Compararea puterilor	49
Lecția 12 – Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2	51
Lecția 13 – Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor; rotunde, pătrate și acolade	54
Evaluare	57
Unitatea II – Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	59
Lecția 1 – Metoda reducerii la unitate	60
Lecția 2 – Metoda comparației	63
Lecția 3 – Metoda figurativă	67
Lecția 4 – Metoda mersului invers	72
Lecția 5 – Metoda falsei ipoteze	76
Evaluare	79
Unitatea III – Divizibilitatea numerelor naturale	81
Lecția 1 – Divizibilitatea numerelor naturale	82
Lecția 2 – Criterii de divizibilitate	86
Lecția 3 – Numere prime. Numere compuse	90
Evaluare	93
Unitatea IV – Frații ordinare	95
Lecția 1 – Frații ordinare. Frații echivalente. Procente	96
Lecția 2 – Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor	100
Lecția 3 – Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție	103
Lecția 4 – Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile	105
Lecția 5 – Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun	110
Lecția 6 – Adunarea și scăderea fracțiilor	113
Lecția 7 – Înmulțirea fracțiilor	117
Lecția 8 – Împărțirea fracțiilor ordinare	120
Lecția 9 – Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare	123
Lecția 10 – Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	126
Evaluare	130
Unitatea V – Frații zecimale	133
Lecția 1 – Frații zecimale; scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale; transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară	134
Lecția 2 – Aproximări; compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale	137
Lecția 3 – Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	140
Lecția 4 – Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	143
Lecția 5 – Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală; aplicație: media aritmetică a două sau mai multor numere naturale; transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală; periodicitate	146

Lecția 6 – Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul; împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară	151
Lecția 7 – Număr rațional pozitiv; ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive.	154
Lecția 8 – Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare	157
Lecția 9 – Probleme de organizare a datelor. Frecvență. Grafice cu bare. Grafice cu linii. Media unui set de date statistice	162
Evaluare	167

Unitatea VI – Elemente de geometrie

Lecția 1 – Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment de dreaptă	170
Lecția 2 – Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare „Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una”. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele	174
Lecția 3 – Lungimea unui segment. Distanța dintre două puncte. Segmente congruente	178
Lecția 4 – Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct	182
Lecția 5 – Unghi: definiție, notații, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi. Măsurarea unui unghi. Operații cu măsuri de unghiuri. Unghiuri congruente. Clasificări.	186
Lecția 6 – Figuri congruente. Axa de simetrie	191
Evaluare	196

Unitatea VII – Unități de măsură.

Lecția 1 – Unități de măsură pentru lungime. Perimetrul	200
Lecția 2 – Unități de măsură pentru arie. Aplicații: aria pătratului/dreptunghiului	204
Lecția 3 – Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic	209
Evaluare	214
Soluții	215

Competențe

COMPETENȚE GENERALE

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar.
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale.
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice.
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată.
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date.
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii.

COMPETENȚE SPECIFICE

- 1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate.
- 1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate.
- 1.3. Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte.
- 2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale, folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora.
- 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice.
- 2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice.
- 3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate.
- 3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale.
- 3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare.
- 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale.
- 4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date.
- 4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetru, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură.
- 5.1. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale, pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule.
- 5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule.
- 5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configurații geometrice dintr-o problemă dată.
- 6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului.
- 6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra- și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.).
- 6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor.



Brahmagupta (aprox. 598 – 665 d.H.) a fost un matematician și astronom indian. Lucrarea sa *Brahmasphuta-siddhanta* (*Deschiderea Universului*), scrisă în anul 628, este considerată o bornă în dezvoltarea matematicii, întrucât este primul text în care se introduce numărul 0 și se explică sistemul numeric zecimal indo-arab. În anul 770, matematicienii islamici au cunoscut acest sistem dintr-o traducere a textului original, transformându-l în ceea ce numim astăzi *numere arabe*.



Leonardo Pisano Bogollo (1170 – 1250), cunoscut și sub numele de **Leonardo Fibonacci**, a fost un matematician italian considerat de unii drept *cel mai talentat matematician european din Evul Mediu*.

În cartea sa *Liber Abaci* (*Cartea abacului*), scrisă în 1202 și actualizată în 1254, Fibonacci a dat importanță cifrei *zero*, a introdus cifrele indo-arabe în Europa și a arătat importanța practică a sistemului de numărare pozițional, în care numerele sunt scrise cu cifre de la 0 la 9.

Operații cu numere naturale

Lecția 1	Scrierea și citirea numerelor naturale
Lecția 2	Reprezentarea pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări
Lecția 3	Adunarea numerelor naturale
Lecția 4	Scăderea numerelor naturale
Lecția 5	Înmulțirea numerelor naturale
Lecția 6	Factor comun
Evaluare	Exerciții și probleme recapitulative
Lecția 7	Împărțirea cu rest 0 a numerelor naturale
Lecția 8	Împărțirea cu rest a numerelor naturale
Lecția 9	Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural
Lecția 10	Reguli de calcul cu puteri
Lecția 11	Compararea puterilor
Lecția 12	Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2
Lecția 13	Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade
Evaluare	Exerciții și probleme recapitulative

Domeniul de conținut:
NUMERE NATURALE

Lecția 1 Scrierea și citirea numerelor naturale

Mate
practică

În vizită la Muzeul de Istorie, ghidul le prezintă elevilor mai multe manuscrise ce conțin scrieri vechi, ca în imaginile date.

El le precizează elevilor că semnele: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 se numesc cifre arabe,

iar semnele: I II III IV V VI VII VIII IX se numesc cifre romane.

Cifrele arabe provin din cultura indiană și au fost preluate de arabi. La început, arabii utilizau pentru cifrele de la 0 la 9 semnele:

iar matematicienii indieni utilizau semnele:

În prezent, cel mai des se utilizează cifrele arabe.

De reținut

Numerele naturale au apărut din necesități practice de numărare și ordonare a unor lucruri, obiecte, ființe. Pentru scrierea unui număr natural, se folosesc unul sau mai multe din următoarele zece simboluri, numite **cifre arabe**:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Fiecare număr natural se scrie ca o succesiune de cifre, care se pot repeta, prima cifră a unui număr natural de cel puțin două cifre fiind diferită de 0. De asemenea, fiecare succesiune de cifre reprezintă un număr natural.

Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în sistem zecimal** sau **scriere în baza zece**, **pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat mai mare**.

Ne reamintim și din clasa a IV-a:



În scrierea oricărui număr natural, poziția ocupată de fiecare cifră reprezintă un anumit ordin:

- ordinul 1 este ordinul unităților (prima cifră din dreapta);
- ordinul 2 este ordinul zecilor (a doua cifră din dreapta);
- ordinul 3 este ordinul sutelor (a treia cifră din dreapta);
- ordinul 4 este ordinul unităților de mii (a patra cifră din dreapta) etc.

Pentru a citi un număr natural, grupăm cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc clase. Fiecare clasă se compune din trei ordine consecutive: unități, zeci și sute. Zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

În ordine, de la dreapta la stânga avem: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanei, clasa miliardelor etc.

Din acest motiv, scrierea numerelor în baza zece este o scriere **pozițională**, deoarece fiecare cifră are o anumită valoare după locul unde este scrisă.

Clasa milioanei			Clasa miilor			Clasa unităților		
Ordinul sutelor de milioane	Ordinul zecilor de milioane	Ordinul unităților de milioane	Ordinul sutelor de mii	Ordinul zecilor de mii	Ordinul unităților de mii	Ordinul sutelor	Ordinul zecilor	Ordinul unităților
9	8	7	6	5	4	3	2	1



Exemplu:

În numărul 23 472 508 216, cifra 2 apare de trei ori, de la dreapta spre stânga, și are următoarele valori: sute, milioane, respectiv zeci de miliarde.

sute de miliarde	zeci de miliarde	unități de miliarde
	2	3
clasa miliardelor		

sute de milioane	zeci de milioane	unități de milioane
4	7	2
clasa milioanei		

sute de mii	zeci de mii	unități de mii
5	0	8
clasa miilor		

sute	zeci	unități
2	1	6
clasa unităților		

Numărul se citește de la stânga la dreapta, citind mai întâi cifrele fiecărei clase, apoi numele clasei, astfel: două zeci și trei de miliarde patru sute șapte zeci și două de milioane cinci sute opt mii două sute șaisprezece.

Observații

- Descompunerea zecimală.** Orice număr natural de două sau mai multe cifre se scrie în mod unic sub forma unei sume de produse între fiecare cifră din scrierea numărului și numărul ce indică ordinul cifrei respective (1, 10, 100, 1000 etc.).

Exemple:

$$1. 37 = 3 \cdot 10 + 7; \quad \overline{ab} = 10 \cdot a + b.$$

$$2. 275 = 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5; \quad \overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c.$$

$$3. 8086 = 8 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6; \quad \overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d.$$

- Numere pare, numere impare.** Numerele naturale în scrierea cărora ultima cifră (cifra unităților) este 0, 2, 4, 6 sau 8 se numesc numere naturale pare, iar cele în scrierea cărora ultima cifră este 1, 3, 5, 7 sau 9 se numesc numere naturale impare.

Exemple:

- Numerele 21, 35, 129 și 3457 sunt impare, deoarece au ultima cifră 1, 5, 9, respectiv 7.
- Numerele 54, 128, 3526, 1372 sunt pare, deoarece au ultima cifră 4, 8, 6, respectiv 2.

- Șirul numerelor naturale.** Scrierea 0, 1, 2, 3, ..., 23, 24, 25, ..., n , $n+1$, $n+2$, ... se numește **șirul numerelor naturale**. Orice două sau mai multe numere alăturate din șirul numerelor naturale se numesc numere naturale consecutive.

Exemple:

- 17 și 18 sunt două numere naturale consecutive.
- 45, 46, 47 sunt trei numere naturale consecutive.
- Dacă n este un număr natural oarecare, atunci numerele n , $n+1$ și $n+2$ sunt numere naturale consecutive.

Exerciții și probleme rezolvate. Idei, metode, tehnici aplicative

- Determinați cifrele a , b și c , știind că $789 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

Rezolvare:

$$a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = \overline{abc} \text{ și obținem } 789 = \overline{abc}.$$

În concluzie, $a = 7$, $b = 8$ și $c = 9$.

- Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea unei cărți cu 80 de pagini?
 - Pentru numerotarea paginilor unui manual de matematică s-au folosit 468 de cifre. Câte pagini are manualul?

Rezolvare:

a) De la 1 la 9 s-au folosit 9 cifre.

De la 10 la 80 sunt $80 - 10 + 1 = 71$ de numere de două cifre, deci s-au folosit $71 \cdot 2 = 142$ de cifre.

Pentru numerotarea cărții s-au folosit $9 + 142 = 151$ de cifre.

Respect pentru oameni și cărți.

b) De la 1 la 9 s-au folosit 9 cifre. Au mai rămas $468 - 9 = 459$ de cifre utilizate.

De la 10 la 99 s-au utilizat 180 de cifre. Au mai rămas $459 - 180 = 279$ de cifre utilizate. Cele 279 de cifre provin de la numere de trei cifre, adică de la primele $279 : 3 = 93$ de numere de trei cifre.

Manualul are $100 + 93 - 1 = 192$ de pagini.

3. Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$, știind că $a + 2b = 11$.

Rezolvare:

Vom studia cazuri după valorile lui b , deoarece observăm că pentru $b \geq 6$ avem $a + 2b > 11$.

Cazul I: Pentru $b = 5$, obținem $a = 1$.

Cazul II: Pentru $b = 4$, obținem $a = 3$.

Cazul III: Pentru $b = 3$, obținem $a = 5$.

Cazul IV: Pentru $b = 2$, obținem $a = 7$.

Cazul V: Pentru $b = 1$, obținem $a = 9$.

Cazul VI: Pentru $b = 0$, obținem $a = 11$ care nu este cifră.

Numerele cerute sunt 15, 34, 53, 72 și 91.

Probleme propuse

1. Scrieți cu litere numerele naturale:

a) 843 027;

b) 500 002;

c) 5 017;

d) 11 111;

e) 21 005;

f) 403 067;

g) 120 004;

h) 20305 023.

2. Copiați tabelul de mai jos pe caiet și completați spațiile punctate:

Numărul natural	Cifra numărului natural	Ordinul cifrei	Clasa cifrei
1 234 567	3	zeci	mii
54 678	7	...	...
23 456 981	9	sute	...
1 234 567	2	...	...
23 456 981	4	...	mii

3. Scrieți cu cifre, într-un tabel după modelul dat, numerele naturale de mai jos:

a) douăzeci și șapte;

b) trei sute cincizeci și opt de mii;

c) cinci mii opt;

d) nouă mii șapte sute cinci;

e) două milioane opt sute treizeci și șapte de mii doi;

f) șapte milioane trei mii șase sute cinci.

Clasa milioanei			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U

4. Câte numere cuprinse între 30 și 60 conțin:

a) cifra 4;

b) două cifre identice;

c) cifrele 1 sau 8?

5.a) Determinați numerele de forma $\overline{abc}$, știind că $\overline{abc} = 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9$.

b) Determinați cifrele a, b, c , știind că $324 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

c) Determinați cifrele a, b, c, d , știind că $\overline{a3c4} = 5 \cdot 1000 + b \cdot 100 + 7 \cdot 10 + d$.

6. a) Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea unei cărți cu 320 de pagini?

b) Pentru numerotarea paginilor unei cărți s-au folosit 612 cifre. Câte pagini are cartea?

Respect pentru oameni și cărți

7. Copiați tabelul următor pe caiet și completați spațiile punctate:

Numărul natural	Cifra unităților	Cifra zecilor	Cifra sutelor	Cifra unităților de mii	Cifra zecilor de mii	Cifra sutelor de mii	Cifra unităților de milioane
2045632	...	3	...	...	4	...	...
...	2	8	1	1	9	4	7
9305467	7	...	...	5	...	...	9

8. Pentru fiecare dintre șirurile de mai jos, observați regula de alcătuire și scrieți încă trei numere:

- a) 10, 16, 22, ...; b) 10, 21, 32, ...; c) 2, 6, 18, ...;
d) 5, 11, 23, ...; e) 4, 11, 32, ...; f) 12, 23, 34, ...

9. a) Scrieți trei numere impare cu produsul cifrelor 6.

b) Scrieți patru numere pare cu suma cifrelor 10.

10. a) Câte numere naturale de forma $\overline{aba}$ au produsul cifrelor egal cu 4?

b) Câte numere naturale de forma $\overline{abcabc}$ au suma cifrelor egală cu 6?

11. a) Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$, știind că $a + b = 3$.

b) Determinați numerele naturale de forma $\overline{abc}$, știind că $a + 2b + c = 6$.

c) Determinați numărul de forma $\overline{ab}$, știind că numerele naturale $\overline{ab3}$, $\overline{aba}$ și $\overline{a25}$ sunt consecutive.

Activitate
pe grupe

Vizită la Muzeul de Istorie

Elevii, împărțiți în trei grupe, primesc următoarele sarcini de lucru:

Grupa 1. Elevii unei clase descoperă că autorizația de funcționare a muzeului a fost dată prin Decret Regal, emis de regele Carol I, la data de 23 august, anul $\overline{abba}$. Determinați anul în care a fost emisă autorizația de funcționare a muzeului, știind că suma cifrelor anului este 18.



Grupa 2. Maria a transmis un e-mail de mulțumire pe adresa muzeului și a primit răspuns o invitație la o expoziție de afișe hazlii. La expoziție vor fi prezente $\overline{ab}$ afișe realizate de elevi din clasele I-IV și $\overline{ba}$ afișe realizate de elevi din clasele V-VIII. Dacă numărul total al afișelor este de 33, iar elevii din clasele I-IV vor realiza mai multe afișe decât elevii din clasele V-VIII, atunci determinați câte afișe trebuie să realizeze fiecare echipă.

Grupa 3. Elevii participă la concursul *Obiectul meu preferat din muzeu*, urmând să realizeze și o prezentare a obiectului ales. Obiectul ales de Vlad a fost o carte. El a precizat că pentru paginarea cărții s-au utilizat 1086 de cifre. Determinați numărul paginilor cărții alese de Vlad.

Minitest

1. Scrieți cu cifre numerele:

- a) trei sute de mii șaptezeci și nouă;
b) un milion patru mii cinci;
c) treizeci și opt de mii nouă.

2. Scrieți cu litere numerele:

- a) 12006023; b) 204509; c) 10078.

3. Determinați câte cifre se utilizează pentru scrierea numerelor cuprinse între 125 și 312.

4. Determinați toate numerele de forma $\overline{ab}$, știind că $a + b \leq 4$.



3 puncte

3 puncte

2 puncte

1 puncte

Din oficiu: 1 punct

Lecția 2

Reprezentarea pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări

2.1. Reprezentarea pe axa numerelor

Situații problemă

1. Dimineața, Dina observă că termometrul indică 22 de grade. La întoarcerea de la școală, la ora 14, termometrul indică 28 de grade. Este mai cald la ora 14 decât dimineața?

Răspuns: Este mai cald, deoarece pe scara termometrului $28 > 22$.

2. Vlad și Dina se antrenează pe o pistă de 50 de metri. După plecarea din punctul O, marcat pe pistă cu 0 metri, la un moment dat, Vlad se află în punctul T al pistei, la marcajul de 25 de metri, iar Dina în punctul Q al pistei, la marcajul de 16 metri. Cine este mai aproape de START și cine este mai aproape de FINISH?



Răspuns: $16 < 25$, deci Vlad este mai aproape de FINISH.

$25 > 16$, deci Dina este mai aproape de START.



De reținut

O dreaptă pe care se fixează un punct numit *origine*, un sens de parcurgere de la stânga la dreapta, indicat de o săgeată, numit *sens pozitiv*, și un segment numit *unitate de măsură* se numește *axa numerelor*.

Fiecărui număr natural îi corespunde, pe axa numerelor, un punct. Numărul respectiv se numește *coordonata punctului*. Originea are coordonata 0 (zero).

Exemplu



Pe axa numerelor de mai sus sunt reprezentate punctele O(0), A(1), B(2), C(3), D(4) și E(5).

Citim: „punctul O de coordonată 0”, „punctul A de coordonată 1”, „punctul D de coordonată 4” etc.

2.2. Compararea și ordonarea numerelor naturale

De reținut

Dintre două numere naturale care au un număr diferit de cifre, este mai mare numărul care are mai multe cifre. Dintre două numere naturale care au același număr de cifre, numărul mai mare este cel la care întâlnim prima cifră mai mare când comparăm cifrele de același ordin de la stânga la dreapta. Semnele folosite în compararea numerelor sunt: $=$, $<$, $>$, $\leq$.

Exemple

- $546 < 1\,234$, deoarece 1 234 are 4 cifre, iar 546 are 3 cifre.
- $9\,999 < 10\,001$, deoarece 10 001 are 5 cifre, iar 9 999 are 4 cifre.
- $123 < 193$, deoarece numerele au același număr de cifre și $2 < 9$.
- $540 > 440$, deoarece numerele au același număr de cifre și $5 > 4$.
- $1\,234 < 1\,237$, deoarece au același număr de cifre și $4 < 7$.



Observații

Dintre două numere naturale reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel aflat în dreapta celui alt.



3 este mai mic decât 4, deoarece punctul D(4) se află poziționat pe axa numerelor în dreapta punctului C(3).

Respect pentru oameni și cărți

2.3. Aproximări, rotunjiri, estimări

Situație problemă

Aflați într-o tabără internațională, Dina și Vlad trebuie să prezinte câteva date despre țara noastră. Ei știu că în 2011, la ultimul recensământ oficial, populația României era de 20 121 641 de locuitori.

Dina: Având în vedere modificările intervenite între timp în evoluția populației, este posibil ca acest număr să se fi schimbat.

Vlad: Ai dreptate, pentru a forma o imagine cât mai apropiată de realitate și a oferi un număr ușor de reținut, vom spune că populația României este de aproximativ 20 de milioane de locuitori.



De reținut

Atunci când, în locul unui număr natural dat, utilizăm un alt număr apropiat de el, se spune că am folosit o aproximare a numărului respectiv. Există trei tipuri de aproximări: prin lipsă, prin adaos și prin rotunjire.

Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.) mai mic sau egal cu numărul respectiv.

Aproximarea prin adaos a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.) strict mai mare decât numărul respectiv.

Rotunjirea unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este aproximarea, prin lipsă sau prin adaos, la ordinul considerat cel mai apropiat de numărul respectiv. În cazul în care cele două aproximări sunt la fel de apropiate de număr, pentru rotunjire se ia în considerare aproximarea prin adaos.

Exemple

Numărul	Aproximarea la ordinul zecilor prin ...			Aproximarea la ordinul sutelor prin ...		
	lipsă	adaos	rotunjire	lipsă	adaos	rotunjire
2537	2530	2540	2540	2500	2600	2500
782	780	790	780	700	800	800
263005	263000	263010	263010	263000	263100	263000

Observații

1. Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor se obține înlocuind ultima cifră a numărului (cifra unităților) cu zero, aproximarea prin lipsă la ordinul sutelor se face înlocuind ultimele două cifre ale numărului cu 0 (zero) etc.

2. Un număr natural este mai mare sau egal cu orice aproximare a sa prin lipsă (de orice ordin) și strict mai mic decât orice aproximare prin adaos.

3. Diferența dintre aproximarea prin adaos la ordinul zecilor (respectiv ordinul sutelor, miilor etc.) și aproximarea prin lipsă la același ordin este egală cu 10 (respectiv 100, 1000 etc.).

Situație problemă

Prețul unui kilogram de mere în luna iulie este de 7 lei. Având în vedere că în toamnă intră pe piață noua recoltă, o firmă de băuturi răcoritoare estimează că în luna septembrie prețul unui kilogram de mere va fi mai mic cu 2 lei. În toamnă, prețul unui kilogram de mere a fost de 4 lei. A fost utilă estimarea?

Răspuns: Estimarea a fost utilă, cu toate că ea nu a coincis întocmai realității. În dorința de a avea un buget pentru achiziționarea unei cantități mari de mere, estimarea a ajutat, apropiindu-se de preț corect.

De reținut

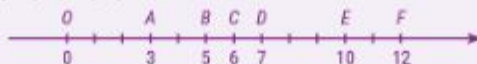
A estima înseamnă a evalua cu aproximație, a aprecia mărimea, valoarea, pe baza unor date incomplete. Estimarea are un rol informativ și este utilizată în planificarea diferitelor activități curente realizate de oameni, dar nu corespunde întotdeauna adevărului matematic. O estimare bună este cea care se apropie, în timp, de realitate.

Probleme reprezentative. Idei, metode, tehnici de rezolvare

1. Reprezentați pe axa numerelor: 3, 5, 6, 7, 10, 12.

Rezolvare:

Se scrie $A(3)$, $B(5)$, $C(6)$, $D(7)$, $E(10)$, $F(12)$.



2. Scrieți toate numerele naturale de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 6, 1 și 3, apoi ordonați-le crescător.

Rezolvare:

Numerele care se pot forma sunt următoarele: 613, 631, 136, 163, 316, 361.

Ordinea crescătoare a numerelor este: 136, 163, 316, 361, 613, 631.

3. Alegeți cifrele a și b astfel încât numărul $A = \overline{353a17}$ să fie mai mare decât numărul $B = \overline{3b4739}$.

Câte soluții are problema?

Rezolvare:

Dacă $b > 5$, atunci $A < B$, indiferent de alegerea lui a .

Dacă $b = 5$, atunci $B = 354739$. Primele două cifre ale numerelor A și B sunt egale. A treia cifră a numărului B este 4, mai mare decât a treia cifră a lui A , care este 3. În acest caz, $A < B$.

Dacă $b \leq 4$, atunci $A > B$, indiferent de valorile pe care le ia cifra a . Cifra b poate lua 5 valori (0, 1, 2, 3 sau 4), iar cifra a poate lua 10 valori (0, 1, 2, ..., 9). Oricare dintre cele 5 valori ale lui b se poate asocia cu oricare dintre cele 10 valori ale lui a , deci sunt $5 \cdot 10 = 50$ de posibilități diferite de alegere a cifrelor a și b .

4. Fie numărul 269317. Plasati cifra 5 între două cifre ale numărului pentru a obține cel mai mare și, respectiv, cel mai mic număr posibil.

Rezolvare:

Plasând cifra 5 între două cifre ale numărului 269317, obținem numerele: 2569317, 2659317, 2695317, 2693517, 2693157.

Cel mai mare număr posibil este: 2695317.

Cel mai mic număr posibil este: 2569317.

Probleme propuse

1. Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor: 0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 12.

2. Determinați coordonatele punctelor A , B , C și D din reprezentarea de mai jos.



3. Scrieți în ordine descrescătoare numerele: 1234, 1342, 2314, 2143, 4321.

4. Vlad a avut de reprezentat $A(6)$ și a realizat acest desen:



Eliza a avut de reprezentat $B(3)$ și a realizat acest desen:



Sunt corecte cele două reprezentări? Justificați răspunsul.

5. Scrieți în ordine crescătoare numerele naturale:

a) mai mici decât 12;

b) cuprinse între 17 și 25;

c) impare, cuprinse între 14 și 38.



Respect pentru oameni și cărți

6. Comparați numerele:

- a) 23 456 și 23 546; b) 236 780 și 236 800; c) 123 456 și 23 456.

7. a) Aproximați numărul 124 367, prin lipsă, la zeci, sute, mii și, respectiv, sute de mii.

- b) Aproximați numărul 892 524, prin adaos, la zeci, sute, mii și, respectiv, sute de mii.

- c) Aproximați numărul 587 321 la ordinul zecilor, sutelor, miilor și, respectiv, al sutelor de mii, prin lipsă și prin adaos.

- d) Rotunjiți numărul 89 276 la ordinul zecilor, sutelor, miilor și, respectiv, al sutelor de mii.

8. Rotunjiți, prin aproximare la ordinul sutelor, următoarele numere: 2367, 3129, 1087, 98109, 63987, 13817, 56257, 56275, 80978, 80789.

9. Determinați următoarele numere naturale:

- a) cel mai mic număr natural de trei cifre nenule distincte;

- b) cel mai mare număr natural format cu patru cifre distincte;

- c) cel mai mare număr care se scrie cu trei cifre pare și două impare, toate distincte;

- d) cel mai mic număr de forma $a2b3c4$, cu toate cifrele distincte.

10. a) Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor pare cuprinse între 7 și 19. Câte puncte ați obținut?

- b) Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor impare cuprinse între 0 și 14. Câte puncte ați obținut?

11. Scrieți câte patru numere naturale cuprinse între 13025 și 13983, care, rotunjite la ordinul sutelor, ar fi egale cu:

- a) 13000;

- b) 13500;

- c) 14000.

12. a) Fie numărul 658 234. Plasati cifra 7 între cifrele sale, astfel încât numărul obținut să fie cel mai mic posibil.

- b) Fie numărul 852 374. Ștergeți o cifră a acestui număr, astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil.

13. Scrieți 6 numere naturale cuprinse între 23 427 și 23 482, care se pot rotunji la:

- a) 23 500;

- b) 23 400;

- c) 23 480.

14. Câte numere naturale de trei cifre se pot rotunji la ordinul sutelor, astfel încât să se obțină numărul 400?

15. Determinați perechile (b, d) care lipsesc din spațiile punctate din tabelul dat, pentru care $a < b \leq c \leq d < e$:

a	b	c	d	e
12	...	19	...	22

16. Determinați cel mai mic număr natural de cinci cifre diferite care este mai mare decât 30 000 și are suma cifrelor sale mai mare decât 21.

17. Asociați fiecare cifră din coloana A cu o literă din coloana B, pentru a obține predecesorul sau succesorul numărului din coloana A.

18. Ordonați descrescător numerele naturale a, b, c, d, e, știind că: $c > e$, $c < a$, $d > a$ și $b > d$.

19. a) Scrieți numerele pare cuprinse între $\overline{ab2}$ și $\overline{ab8}$.

- b) Scrieți numerele impare cuprinse între $a13$ și $a28$.

20. a) De câte ori se folosește cifra 3 în scrierea numerelor naturale de la 1 la 100?

- b) De câte ori se folosește cifra 1 în scrierea numerelor naturale de la 1 la 1000?



Minitest

1. Comparați numerele: a) 12 435 și 12 345; b) 20 099 și 2999.

2 puncte

2. a) Aproximați numărul 324 567, prin lipsă, la zeci, sute, mii și, respectiv, sute de mii.

- b) Aproximați numărul 182 323, prin adaos, la zeci, sute, mii și, respectiv, sute de mii.

2 puncte

3. Determinați toate numerele $\overline{ab}$, știind că $\overline{a4b} > 846$.

3 puncte

4. Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$, știind că $200 < \overline{abc} < 400$ și $c = a + b + 3$.

2 puncte

Din oficiu: 1 punct