MANUAL PENTRU CLASA A V-A

CORINT

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Radu Gologan (coordonator)
Camelia Elena Neța
Corina Mianda Mîinescu
Ciprian Constantin Neța
Ion Cătălin Mîinescu

MATEMATICĂ

CUPRINS

FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

1 NUMERE NATURALE

Cu mâine zilele-ți adaogi,
Cu ieri viața ta o scazi
Și ai cu toate astea-n față
De-a pururi ziua cea de azi

MIHAI EMINESCU,
„Cu mâine zilele-ți adaogi...”

Șirul lui Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

(fiecare termen este diferența dintre cei doi termeni care îl încadrează)

mâine – ieri = azi

OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

„Numărul este esența lucrurilor!"
Pitagora (580 î.H. – 495 î.H.)

Scrierea și citirea numerelor naturale

SĂ NE AMINTIM!

✓ *Șirul numerelor naturale* este următorul: 0, 1, 2, 3 și așa mai departe. Se pun următoarele întrebări: Câte numere naturale există? Cum se formează șirul lor?

✓ Dacă afirmăm că un număr natural este ultimul, adică este cel mai mare, atunci putem aduna la acesta pe 1 și îl obținem pe următorul. Continuând procedeul, se constată că șirul numerelor naturale este fără sfârșit (adică, în matematică, „infinit").

✓ Numerele naturale sunt formate din una sau mai multe cifre. Cifrele sunt cele de pe tastatura telefonului, adică: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 și 9. Dacă vorbim despre telefon, este evident că putem forma cu aceste cifre orice număr.

✓ Când scriem și când citim un număr avem în vedere ***poziția*** pe care fiecare cifră o are în numărul respectiv. Astfel, ele sunt grupate în *clase* și *ordine*. Poziția cifrelor în număr ne dă și denumirea lor.

Numele clasei	Clasa milioanelor			Clasa miilor			Clasa unităților		
Numele ordinului	Sute de milioane	Zeci de milioane	Unități de milioane	Sute de mii	Zeci de mii	Unități de mii	Sute	Zeci	Unități
Numărul ordinului	9	8	7	6	5	4	3	2	1

SĂ ÎNVĂȚĂM!

Am văzut că șirul numerelor naturale este infinit. Cel mai mic număr natural este 0 și nu există cel mai mare număr natural.

Spunem că 5 este *succesorul* lui 4 și că 8 este *predecesorul* lui 9. *Succesorul* numărului natural n este $n + 1$ (următorul număr din șir). *Predecesorul* numărului natural nenul n este $n - 1$ (numărul anterior din șir).

Două ***numere naturale consecutive*** se notează n și $n + 1$. Trei numere naturale consecutive se notează n, $n + 1$ și $n + 2$.

Numerele naturale 12, 39, 71 sunt numere naturale de două cifre. În general, un număr natural de două cifre se poate scrie, simbolic, sub forma $\overline{ab}$, unde a și b sunt cifre și $a \neq 0$. Descompus, acest număr se poate scrie $\overline{ab} = 10 \cdot a + b$. Un număr natural de trei cifre se scrie sub forma $\overline{abc}$, unde a, b și c sunt cifre și $a \neq 0$. Descompus, acest număr se poate scrie $\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$. În mod analog, există scriere pentru un număr natural format din oricâte cifre.

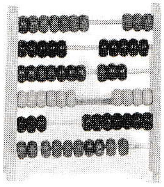
Să exersăm:

➢ Citiți și scrieți numerele din tabel. Numiți clasa și ordinul pentru fiecare cifră din numerele date. Care este succesorul și predecesorul fiecărui număr?

Clasa milioanelor			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U
	8	7	6	5	4	3	2	1
		1	2	4	3	8	1	0
			5	4	5	0	0	1
					3	1	2	0
							2	2

➢ Citiți și scrieți în cuvinte numărul 782015. Despărțiți, de la dreapta spre stânga, numărul în clase. El se citește ”șapte sute optzeci și două de mii cincisprezece”.

➢ Să scriem cu cifre numărul ”cincizeci și șase de mii opt”: 56008.



➢ Să scriem toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ care au cifra zecilor 3 și cifra unităților mai mică decât cea a zecilor: 32, 31 și 30.

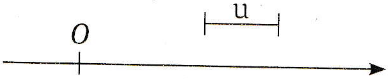
➢ Pe numărătoarea din imagine, pornind de jos în sus, fiecare linie reprezintă: unitățile, zecile, sutele, unitățile de mii... Citiți numărul format de bilele din partea dreaptă.

Rezolvare: Pe linia unităților nu avem în dreapta nicio bilă, deci 0, pe linia zecilor avem în dreapta 7 bile, deci 7. Continuăm explicațiile și obținem numărul 353470.

♦ Reprezentarea pe axa numerelor

SĂ ÎNVĂȚĂM!

Să desenăm o dreaptă. Se ia un punct pe dreaptă, pe care îl notăm cu O și căruia îi corespunde numărul zero. Tot ceea ce vom face mai departe se va întâmpla de la punctul O spre dreapta și vom marca acest lucru punând o săgeată spre dreapta. Pentru a reprezenta numerele avem nevoie de o unitate de măsură pe care o vom alege convenabil.



Așadar, ansamblul format din: o dreaptă numită *direcție*, un punct pe dreaptă (notat cu O) numit *origine*, un *sens* (spre dreapta), o *unitate de măsură,* formează *axa numerelor naturale.* Orice număr natural poate fi reprezentat pe axă, folosind unitatea de măsură cu care măsurăm, începând de la origine. Lui îi va corespunde un punct notat cu o literă mare. Se spune că numărul este *coordonata* punctului respectiv. De exemplu, dacă punctului A îi corespunde numărul 1, vom nota $A(1)$ și vom citi „A de coordonată 1”.

Să exersăm:

➢ Să reprezentăm pe axă punctele care au coordonatele 1, 2 și 4:

PROBLEME PROPUSE:

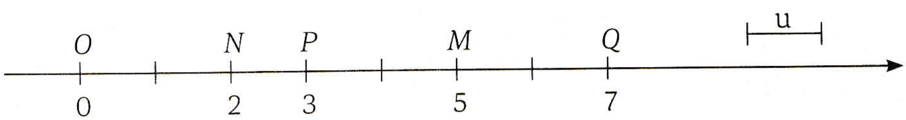
1. Citiți numerele 32, 801, 12345, 2005, 1698420, apoi scrieți succesorul și predecesorul fiecăruia dintre ele.

2. Scrieți, cu ajutorul cifrelor, numerele: a) patru sute optzeci și doi; b) șapte mii unu; c) două milioane trei sute optzeci și patru de mii.

3. Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ care au cifra unităților 7, iar cifra zecilor să fie mai mică decât cea a unităților.

4. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ care au toate cifrele egale.

5. Citiți punctele și coordonatele lor de pe axa de mai jos:



6. Explicați cum utilizați unitatea de măsură în reprezentarea numerelor naturale pe axă.

7. Reprezentați pe axă numerele 3, 5 și 9. Alegeți unitatea de măsură convenabil.

8. Cum trebuie aleasă unitatea de măsură pentru a reprezenta pe aceeași dreaptă numerele 40, 60 și 100?

PROBLEME PENTRU MICII CAMPIONI

1. Scrieți un număr natural de: a) șapte cifre diferite; b) zece cifre diferite.

2. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{2b3}$ și de forma $\overline{b5}$.

3. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ cu toate cifrele identice.

4. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{ab00}$ care au suma cifrelor egală cu 3.

5. Reprezentați pe axă numerele 3 și 8. Câte unități sunt între ele?

6. Găsiți o regulă prin care puteți calcula numărul de unități dintre două puncte reprezentate pe axă.

7. Câte numere naturale sunt de la 1 la 15? Dar de la 1 la 99?

8. Sunt reprezentate pe axă numerele de la 5 la 90. Câte numere sunt?

Compararea și ordonarea numerelor naturale

Călin și mama sa au cumpărat de la „lactate” produse de 25 lei, produsele de la „cosmetice” au costat 112 lei, iar de la „patiserie” au cumpărat de 19 lei. Unde au cheltuit cel mai puțin? Dar cel mai mult? Puneți sumele în ordine crescătoare.

Rezolvare: Cel mai puțin s-a cheltuit la patiserie, 19 lei. Cei mai mulți bani au fost cheltuiți la cosmetice. Ordonate crescător, avem: $19 < 25 < 112$.

SĂ NE AMINTIM!

✓ Considerăm, la întâmplare, două numere naturale. Există trei posibilități:
- primul număr este mai mare decât al doilea (>);
- primul număr este mai mic decât al doilea (<);
- cele două numere sunt egale (=).

✓ *A compara două numere* înseamnă a vedea în care dintre cele trei situații de mai sus ne situăm. *A ordona crescător* un șir de numere înseamnă să scriem numerele „de la cel mai mic la cel mai mare”. *A ordona descrescător* un șir de numere înseamnă să scriem numerele „de la cel mai mare la cel mai mic”.

SĂ ÎNVĂȚĂM!

Când comparăm două numere naturale care au un număr diferit de cifre, este mai mare cel care are mai multe cifre. De exemplu, dintre 127 și 99, este mai mare 127. Scriem $127 > 99$.

Dacă numerele care trebuie comparate au același număr de cifre, le vom compara cifră cu cifră, începând de la stânga. Astfel, 23904 este mai mare decât 23875 pentru că: cifrele zecilor de mii sunt egale, cifrele miilor sunt egale, dar, la primul număr cifra sutelor este 9, în timp ce la al doilea număr cifra sutelor este 8. Cum $9 > 8$, urmează că $23904 > 23875$.

Fiecare număr natural este mai mare decât cel de dinaintea sa (*predecesorul* său) și este mai mic decât numărul de după el (*succesorul* său). De exemplu, $7 > 6$ (6 este predecesorul lui 7) și $7 < 8$ (8 este succesorul lui 7).

Dacă vrem să spunem că numerele nu sunt egale, scriem $13 \neq 9$ și citim „13 este diferit de 9”.

Se folosesc și simbolurile „≤” și „≥”, care se citesc „mai mic sau egal” și „mai mare sau egal”. Acestea sunt utilizate, mai ales, într-o scriere de forma $x \leq 5$. Dar, evident că putem scrie și $7 \leq 7$.

Să exersăm:

➢ Să comparăm 237 cu 273 și 45092 cu 9998. Numărul 237 este mai mic decât 273 și vom scrie: $237<273$. Evident că $45092>9998$, ceea ce se poate observa și după numărul de cifre al fiecărui număr.

➢ Să scriem numerele naturale mai mici sau egale cu 4: 0, 1, 2, 3 și 4.

➢ Să reprezentăm pe axă numerele 3 și 11. Știm că 3 < 11, dar ce observăm din punct de vedere al așezării lor pe axă? Numărul cel mai mic este așezat în stânga numărului mai mare.

➢ Să ordonăm crescător numerele: 52, 36, 14, 78, 99. Obținem: 14, 36, 52, 78, 99.

➢ Să ordonăm descrescător numerele: 512, 126, 146, 178, 199. Obținem: 512, 199, 178, 146, 126.

➢ Să aflăm cel mai mic și cel mai mare număr de trei cifre diferite: cel mai mic număr de trei cifre diferite este 102; cel mai mare număr de trei cifre diferite este 987.

♦ Aproximări. Probleme de estimare

Știați că...

... Un cal de dimensiuni medii poate avea 400-500 kg? Delfinul comun poate ajunge la dimensiuni de la 2 m până la 3 m și poate cântări până la 135 kg? O cămilă cântărește între 300 kg și 700 kg?

SĂ NE AMINTIM!

Dacă un obiect costă puțin peste 300 de lei, sau puțin sub această sumă, de multe ori spunem că el costă „circa 300 de lei" sau „vreo 300 de lei" sau „*aproximativ* 300 de lei". Deci, dacă nu este foarte important să spunem exact un număr, putem să folosim o *aproximare* a lui.

SĂ ÎNVĂȚĂM!

Putem *aproxima* un număr *prin lipsă* sau *prin adaos*:

- *Aproximarea prin lipsă* până la zeci (sute, mii) a unui număr natural este cel mai mare număr format numai din zeci (sute, mii), mai mic sau egal decât numărul dat.
- *Aproximarea prin adaos* până la zeci (sute, mii) a unui număr natural este cel mai mic număr format numai din zeci (sute, mii), mai mare decât numărul dat.
- *Rotunjirea* unui număr până la zeci (sute, mii) este aproximarea prin lipsă sau prin adaos mai „apropiată" de numărul respectiv. Dacă ambele aproximări sunt la fel de „apropiate" de numărul respectiv, atunci se ia aproximarea prin adaos.
- *Estimarea* este o aproximare a datelor, o apreciere a valorii pe baza unor date incomplete.

Să exersăm:

➤ Să se rotunjească numărul 3857.

Numărul	Aproximarea până la zeci		Rotunjirea până la zeci	Aproximarea până la sute		Rotunjirea până la sute	Aproximarea până la mii		Rotunjirea până la mii
	prin lipsă	prin adaos		prin lipsă	prin adaos		prin lipsă	prin adaos	
3857	3850	3860	3860	3800	3900	3900	3000	4000	4000

➤ Numărul 342, fiind mai aproape de 340 decât de 350, îl rotunjim la 340 (aproximare prin lipsă). Numărul 2858 se rotunjește la 2860 (aproximare prin adaos).

➤ Cristina dorește să-și cumpere o bicicletă care costă 584 de lei, dar dispune doar de bancnote de 100 de lei. Câte bancnote îi sunt necesare?

Răspuns: 6 bancnote.

➤ **Estimează lungimea clasei, înălțimea colegilor, lungimea băncii.**

Răspuns: lungimea unei săli de clasă este cam 7-8 m, înălțimea colegilor este între 1m și 2 m, lungimea băncii este de aproximativ 1 m.

PROBLEME PROPUSE:

1. Comparați un număr de două cifre cu un număr de trei cifre. Ce puteți spune? Este nevoie să cunoaștem numerele?

2. Care este predecesorul și care este succesorul lui 17?

3. Ordonați descrescător numerele de două cifre identice.

4. Aproximați convenabil numerele: 59, 81, 226, 950, 569425.

5. Aproximați prin lipsă până la sute numerele: 6930, 71950, 563290.

6. Andra dorește să-și cumpere o minge care costă 35 de lei. Aflați numărul minim de bancnote de 10 lei necesar cumpărării mingii.

7. La magazin prețurile sunt următoarele: un ceas – 325 de lei, o geantă – 436 de lei, un stilou – 45 de lei, un serviciu de cafea – 105 lei, un pachet de cafea – 14 lei, o carte – 37 de lei, o bluză – 103 lei, o jucărie – 75 de lei. Estimați câte obiecte pot să cumpăr dacă am 1000 de lei? Verificați apoi prin calcul estimările făcute.

8. La un concurs de matematică se acordă 5 puncte pentru o problema rezolvată corect și se scad 2 puncte pentru o problemă rezolvată greșit. Ionuț a trimis 20 de probleme rezolvate și a primit 72 de puncte. Câte probleme a rezolvat bine și câte a greșit?

9. În tabelul următor avem o listă ordonată alfabetic cu câteva râuri din România:

Râu	Argeș	Bistrița	Dâmbovița	Jiu	Mureș	Olt	Someș
Lungime (km)	350	283	283	339	761	615	376

Rearanjați-le în ordinea crescătoare a lungimilor lor.

Adunarea numerelor naturale

În bibliotecă sunt 15632 de cărți. În luna mai s-au cumpărat 354 de cărți, iar în iunie încă 545 de cărți. Câte cărți sunt acum în bibliotecă?

Rezolvare: 15632 + 354 + 545 = 16531 (cărți).

SĂ NE AMINTIM!

Prin adunarea unor numere naturale se obține un număr natural, $a + b = c$. Numerele care se adună se numesc ***termeni***. Rezultatul adunării se numește ***sumă***.

SĂ OBSERVĂM:

✓ Calculați sumele: 301 + 102 și 102 + 301. Veți vedea că rezultatul se păstrează, indiferent de ordinea termenilor.

✓ Calculați 15 + 350 + 50.

Rezolvare: Putem calcula (15 + 350) + 50 = 365 + 50 = 415 sau 15 + (350 + 50) = =15 + 400 = 415. Așadar, grupând termenii unei sume în diverse moduri, rezultatul nu se schimbă.

✓ Făcând o grupare convenabilă a termenilor unei sume, putem calcula mai ușor: 11 + 22 + 78 + 89 = (11 + 89) + (22 + 78) = 100 + 100 = 200.

SĂ ÎNVĂȚĂM!

Suma a oricare două sau mai multe numere nu se schimă dacă:

- schimbăm ordinea termenilor, $a + b = b + a$ (adunarea este ***comutativă***).
- grupăm termenii în moduri diferite, $a + (b + c) = (a + b) + c$ (adunarea este ***asociativă***).

Numărul 0 este element neutru la adunare, $a + 0 = a$, oricare ar fi numărul natural a.

Să exersăm:

➢ Numărul cu 12 mai mare decât 18 este $12+18=30$.

➢ Copiați tabelul pe caiete și completați-l după model:

a	b	c	$a+b$	$c+b$	$a+(b+c)$	$(a+b)+c$	$a+b+c$
29	31	56	60	87	116	116	116
368	159	753					
7264	1472	301					