



La mate nu este greu !

Strategii, metode și modele de rezolvare pentru concursul *Fii Intelligent la matematică*

În acest volum se prezentă o serie de strategii și metode de rezolvare a problemelor matematice, care sunt destinate elevilor din clasele I-XII. Aceste strategii și metode sunt înscrise în cadrul concursului național de matematică și fizică pentru elevi din clasele I-XII, organizat de Academia Română, în cadrul Institutului Național de Cercetări în Matematică și Informatică "Bolyai János".

1.2. Cinci pași în rezolvarea unui problema

Se pot identifica cinci pași în rezolvarea unui problema matematică: „*pățit*” și „*recunoaștere le cunoscute*”, „*formulare*”, „*rezolvare*” și „*verificare*”, ca indemanuri pentru elevi.

În ceea ce urmărește cinci pași, cinci etape ale rezolvării unui problema matematică, „*pățit*” și „*recunoaștere le cunoscute*” sunt etapele de mai sus, ca indemanuri pentru elevi.

„*Formulare*” și „*rezolvare*” sunt datele problemei matematice.

„*Formulare*” este etapa de rezolvare a problemei matematice.

„*Rezolvare*” este etapa de rezolvare a problemei matematice.

„*Verificare*” este etapa de verificare a rezolvării unei probleme matematice.

Câteva repere metodice

1. Cum gândim și rezolvăm o problemă matematică?.....	3
1.1. Ce semnificație are cuvântul problemă?.....	3
1.2. Care sunt pașii în rezolvarea unei probleme?	3
1.3. Care este cadrul organizat pentru rezolvarea problemelor matematice?.....	4
1.4. Care sunt tipurile de lecție preponderent utilizate în predarea matematicii?	4
1.5. Care este <i>calea</i> pentru rezolvarea unei probleme matematice?	6
1.6. Modalități de rezolvare a problemelor matematice.....	7
2. Ce trebuie să știm despre evaluare?.....	15
2.1. De ce este importantă evaluarea?	15
2.2. Care sunt formele de evaluare?	16
2.3. Care pot fi instrumentele de evaluare? Ce calități trebuie să îndeplinească?.....	17
3. Există o legătură între matematică și practică?	18
4. Ce trebuie să știe un elev?	19
4.1. Numere naturale	19
4.2. Adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea	20
4.3. Fracții	21
4.4. Noțiuni de geometrie	23
4.5. Unități de măsură	24

Rezolvări ale unor probleme propuse pentru concursul „Fii inteligenT... la matematică”

Clasa a II-a	25
I. Evaluare inițială (de diagnosticare).....	25
II. Numerele naturale de la 0 la 100	27
III. Adunarea și scăderea numerelor naturale de la 0 la 30.....	34
IV. Adunarea și scăderea numerelor naturale de la 0 la 100.....	38
V. Numerele naturale de la 100 la 1 000	47
VI. Adunarea și scăderea numerelor naturale de la 0 la 1 000.....	50
VII. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale mai mici decât 100.....	56
VIII. Elemente intuitive de geometrie	60
IX. Măsură și unități de măsură.....	63
Evaluare (teste propuse pentru pregătirea concursului).....	66
Clasa a III-a	75
I. Evaluare inițială (de diagnosticare).....	75
II. Numere naturale de la 0 la 1 000	78
III. Adunarea și scăderea numerelor naturale de la 0 la 1 000.....	84
IV. Adunarea și scăderea numerelor naturale de la 0 la 10 000.....	87
V. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale mai mici decât 1 000	93
VI. Elemente de geometrie	97
VII. Unități de măsură.....	99
Evaluare (teste propuse pentru pregătirea concursului).....	102
Clasa a IV-a	112
I. Evaluare inițială (de diagnosticare).....	112
II. Numerele naturale de la 0 la 1 000	114
III. Numerele naturale de la 0 la 1 000 000	118
IV. Adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea numerelor naturale mai mici sau egale cu 1 000 000	125
V. Fracții	134
VI. Noțiuni de geometrie.....	139
VII. Măsurare și unități de măsură	142
IX. Evaluare finală (sumativă)	143
Evaluare (teste propuse pentru pregătirea concursului).....	151

1. Cum gândim și rezolvăm o problemă matematică?

I.1. Ce semnificație are cuvântul problemă?

Dicționarul cuprinde explicația care urmează pentru **problemă**, dar a fost subliniat, pentru demersul de față, doar sensul specific activităților instructiv-educative desfășurate în cadrul orelor de matematică, sens pe care îl luăm în considerație pentru susținerea ideilor.

PROBLÉMĂ, probleme, s.f. I.1. Chestiune care prezintă aspecte neclare, discutabile, care necesită o lămurire, o precizare, care se pretează la discuții. 2. Chestiune importantă care constituie o sarcină, o preocupare (majoră) și care cere o soluționare (imediată). 3. Chestiune care intră în sfera preocupărilor, a cercetărilor cuiva; obiect principal al preocupărilor cuiva; temă, materie. ♦ (**Matematică**) Chestiune în care, fiind date anumite ipoteze, se cere rezolvarea, prin calcule sau prin raționamente, a unor date. II. 1. Dificultate care trebuie rezolvată pentru a obține un anumit rezultat; greutate, impas. 2. Lucru greu de înțeles, greu de rezolvat sau de explicat; mister, enigmă.

I.2. Care sunt pașii în rezolvarea unei probleme?

Se pot identifica zece „pași” în rezolvarea unei probleme matematice, „pași” pe care-i prezentăm în continuare într-o formă simplificată, ca îndemnuri pentru elevi, adică:

1. Citește, cu atenție, enunțul problemei! Pentru înțelegerea fiecărui cuvânt, a legăturilor logice dintre acestea poți repeta citirea enunțului problemei de mai multe ori.
2. Stabilește care sunt datele problemei matematice.
3. Separă datele problemei în categorii; cunoscute și necunoscute.
4. Identifică legăturile logice dintre datele cunoscute și cele necunoscute, precum și relațiile matematice dintre acestea.
5. Stabilește care sunt datele necesare pentru a răspunde la întrebarea problemei.
6. Află, *pas cu pas*, pornind de la datele cunoscute pe cele necunoscute.

7. Transpune în desene, scheme logice, reprezentări grafice datele cunoscute, respectiv necunoscute, dăr și relațiile dintre acestea.

8. Reprezintă în operații matematice (adunare, scădere, înmulțire, împărțire) fiecare legătură logică, fiecare reprezentare a datelor cunoscute, respectiv necunoscute. Calculează și vei obține valorile necunoscute.

9. Stabilește corectitudinea valorilor obținute verificând, *pas cu pas*, calea de la datele cunoscute, prezentate inițial, la cele stabilite prin rezolvarea problemei matematice.

10. Citește, încă o dată, enunțul problemei, rezolvarea acesteia! Este posibil ca o literă, un semn matematic scris greșit, să determine o cale de rezolvare corectă, dar cu valori incorrect determinate.

I.3. Care este cadrul organizat pentru rezolvarea problemelor matematice?

Prin relațiile funcționale care se stabilesc între diversele sale elemente, **lecția de matematică** constituie o entitate de instruire; condensează într-un tot unitar elemente și variabile ale predării-învățării, conținutul informațional, obiective operaționale, strategii și mijloace didactice, particularitățile elevilor, organizarea psihosociologică a colectivului, personalitatea profesorului, toate acestea fiind subordonate logicii acțiunii educaționale.

Procesul educativ este un proces complex în care trebuie să ținem seama de toți factorii implicați. Atunci când un profesor se află în fața clasei, trebuie să decidă asupra tipului de lecție potrivit momentului, a metodelor, a formelor de activitate astfel încât scopul procesului de predare-învățare să fie atins.

Principalele elemente și variabile pe care le implică, deci lecția ca entitate sau microsistem sunt:

- obiective instructiv-educative;
- conținutul informațional;
- alegerea și folosirea unei strategii de instruire;
- variabilele personalității profesorului și cele ale personalității elevilor;
- organizarea colectivului de elevi.

I.4. Care sunt tipurile de lecție preponderent utilizate în predarea matematicii?

Lecția mixtă sau combinată urmărește realizarea echilibrată a mai multor sarcini didactice, adică comunicare de cunoștințe, sistematizare, fixare, verificare etc.

Respectiv:

- organizarea clasei pentru activitatea didactică;
- captarea atenției elevilor;
- actualizarea elementelor studiate anterior (identificarea ideile ancoră);
- pregătirea elevilor pentru asimilarea noilor cunoștințe;
- comunicarea și asimilarea noilor cunoștințe (este secvența din lecție care acoperă o mare parte din timpul afectat procesului de predare-învățare dintr-o oră de curs);
- fixarea cunoștințelor predate.

Uneori este necesar a se asigura o parte și mai mare din timp numai predării și atunci se aplică alt tip de lecție.

Lecție de comunicare constă în concentrarea activității didactice spre dobândirea de către elev a unor cunoștințe și a dezvoltării, pe bază acestora, a proceselor psihice, a capacitațiilor instrumentale și operaționale. Momentul de comunicare, de transmitere a unor cunoștințe acoperă cea mai mare parte din lecție. De-a lungul orei momentele se referă la: anunțarea subiectului precum și a obiectivelor ce urmează a fi realizate și, în special, la comunicarea cunoștințelor noi.

Prin **lecția de recapitulare și sistematizare** se adâncesc informațiile, se aplică în noi contexte informațiile prin sistematizarea materialului după diferite criterii, se abordează modalități de activizare a elevilor (activități în echipă, în grup, aplicarea unor fișe de lucru individualitate, jocuri didactice etc.).

Să enumerez momentele din lecție:

- **Captarea atenției.**

Enunțarea obiectivelor: reamintirea planului minimal de recapitulare a temei propuse pentru lecția zilei, plan care a fost comunicat elevilor la finalul orei anterioare.

Actualizarea cunoștințelor: reamintirea cunoștințelor teoretice (reguli, definiții, cazuri, procedee etc.) care stau la baza temei propuse pentru recapitulare, eventual cu dezvoltarea pe etape a planului, precum și notarea acestuia pe tablă.

Dirijarea învățării: rezolvări de exerciții și probleme sub îndrumarea cadrul didactic, dar și prin muncă independentă; lucrări practice, compunerii de probleme cu date reale, înregistrate de elevi etc.

Evaluarea: aprecieri asupra răspunsurilor, participării elevilor de-a lungul orei, notarea elevilor care au fost selectați pentru evaluare de către propunător sau a celor care s-au evidențiat în mod deosebit, aplicarea și interpretarea rezultatelor unui test.

Retenția și transferul: concluzii formulate despre modul în care a fost pregătită tema și a felului cum s-a desfășurat lecția, contribuția clasei, constatări, complemenți; propunerii pentru îmbunătățirea activității; comunicarea titlului temei stabilite pentru recapitulare în ora care va urma, precum și a planului pentru studierea și pregătirea temei.

Procesul de gândire se declanșează ori de câte ori ne aflăm în fața unei situații noi, nerezolvate prin mijloace învățate, reflexe condiționate sau deprinderi. Prin activitatea de rezolvare a problemelor se oferă elevilor asemenea situații. Aceasta ocupă *locul de cinste* datorită procedeelor psihice pe care le solicită, incită, dezvoltă. Fiecare fază în stabilirea raționamentului declanșează o stare inițială de tensiune, apoi de incertitudine pentru ca descoperirea *căii de rezolvare* să genereze bucurie, stare de concentrare.

Există un grăunte de *descoperire* în stabilirea soluției oricărei probleme. Avem de rezolvat o problemă considerată *modestă*, dar aceasta poate stârni curiozitatea dacă se rezolvă prin mijloace proprii; se poate simți și în acest caz *încordarea* dinaintea unei descoperiri, apoi bucuria *triumfului*. Astfel de experiențe la vârsta de mare receptivitate a elevilor de ciclul primar, pot genera, stimula viitoarele activități intelectuale, pot *amprenta pozitiv* mintea precum și comportamentul elevului.

Punctul de pornire este *înțelegerea* problemei condiționată de interesul, de datoarea de a stabili soluția. Înțelegerea poate fi ajutată de reprezentarea grafică, schematică a problemei, de *transformarea*, transpunerea în simboluri. Ea condiționează construcția planului de rezolvare *cristalizat* uneori cu ezitări, reluat din alt unghi alteori sau apărut *ca o străfulgerare*. Mai mult, *înțelegerea reală* este precedată de o fază de *încercare-eroare* în care cunoștințele acumulate anterior sunt reactivate, reorganizate în scopul descoperirii planului de rezolvare. Elevului trebuie să-i lăsăm impresia propriei inițiative, să-i sădим *încrederea* în forțele proprii.

Atingerea scopului, aflarea necunoscutei nu înseamnă a pune punct activității; este momentul în care elevul trebuie convins de veridicitatea rezultatului obținut, trebuie să se evaluateze schema de rezolvare obținută raportând-o la cele însușite anterior, trebuie să se facă conexiuni la rețeaua de achiziții dobândite.

Problemele care urmează, majoritatea cu rezolvări complete, sunt grupate în raport cu dificultatea în rezolvare (de la probleme simple la cele complexe), ținând cont de referințele informaționale (numere naturale, operații cu numere naturale, fracții – clasa a IV-a, noțiuni de geometrie, unități de măsură) și nu în ultimul rând în funcție de *cuvintele-semnal* (*adăugă* – adunare, *ia* – scădere, *de...* *ori mai mult* – înmulțire etc.), de *semantica* matematică. Dacă la unele probleme raționamentul este sesizat datorită înșiruirii datelor în sensul direcției rezolvării, la altele pentru a ajunge la soluție este necesar să se stabilească o *convenție* sau găsirea soluției este determinată de construirea mersului invers sensului de înșiruire a datelor. O categorie aparte este cea a problemelor în care soluția se stabilește în urma analizei datelor, a relațiilor dintre acestea fără putință de a fi încadrate în scheme anume. Important este să sesizăm în fiecare caz caracteristicile problemei matematice, procesul de gândire, *grăuntele* de